

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Динамические системы

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

01.03.01 - Математика

Направленность (профиль) программы

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования

бакалавриат

Форма обучения

очная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений

Махачкала, 2021

Рабочая программа дисциплины «Динамические системы» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.03.01 - Математика от 10.01.2018 г. № 8

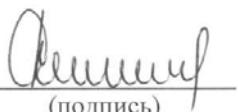
Разработчик(и): кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Меджидов З.Г., к.ф.-м.н., доцент

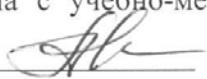
Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа 31 мая 2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук 23.06. 2021 г., протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «9» июля 2021г. 

(подпись)

Содержание

| | |
|--|----|
| Аннотация рабочей программы дисциплины | 4 |
| 1. Цели освоения дисциплины..... | 5 |
| 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата..... | 5 |
| 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)..... | 6 |
| 4. Объем, структура и содержание дисциплины. | 9 |
| 5. Образовательные технологии..... | 12 |
| 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. | 12 |
| 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины | 13 |
| 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины..... | 16 |
| 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины..... | 17 |
| 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины. | 17 |
| 11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем. | 18 |
| 12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине. | 18 |

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Динамические системы» входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений по направлению 01.03.01 - Математика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с основными понятиями динамических систем и их приложениями.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных УК-1, общепрофессиональных – ОПК-1, профессиональных – ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: в форме коллоквиумов, контрольных работ, промежуточный контроль в форме зачета.

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в 72 академических часах по видам учебных занятий:

| Се- местр | Учебные занятия | | | | | Форма промежу- точной ат- тестации | | |
|--------------|-----------------|---|------------------------------|-----|------------------------|---|-------|--|
| | Все- го | в том числе | | | | | | |
| | | Контактная работа обучающихся с пре- подавателем | | | | | | |
| | | из них | | | | | | |
| | Лек ции | Лабора- торные занятия | Практи- ческие занятия | KCP | Кон- суль- тации | | | |
| 8 | 72 | 24 | 16 | | | 32 | Зачет | |

1. Цели освоения дисциплины

Целью преподавания дисциплины является изучение методов качественной теории дифференциальных уравнений, или теории динамических систем. Под динамической системой понимается любой объект, или процесс, для которых определено понятие состояния (задаваемое обычно числовым вектором в R^n) и изменение которых определяется этим начальным состоянием. Данное определение допускает моделирование динамическими системами явлений и процессов в механике, физике, химии, теории вычислительных процессов, процессах переработки информации, совершаемых согласно некоторым алгоритмам. Выросшая в основном из задач, пришедших из приложений, теория динамических систем превратилась в настоящее время в самостоятельную дисциплину со своими задачами и методами. Основные задачи теории динамических систем:

- 1) каково асимптотическое поведение систем на бесконечном интервале времени;
- 2) какова зависимость асимптотического поведения от начальных данных;
- 3) какова зависимость асимптотического поведения от возмущений.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Динамические системы» входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений, по направлению 01.03.01 - *Математика*.

Курс «Динамические системы» преподается на 4 курсе факультета математики и компьютерных наук. Для его успешного изучения необходимы знания и умения, приобретённые в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, дифференциальные уравнения, алгебра, системы компьютерной математики.

Освоение дисциплины «Динамические системы» необходимо при написании выпускной квалификационной работы, а также последующем изучении дисциплин магистратуры, связанных с моделированием различных процессов в природе и обществе. Этот раздел науки является необходимым для обучения в аспирантуре по специальностям «Дифференциальные уравнения», «Математическое моделирование».

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

| Код и наименование компетенции из ОПОП | Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ОПОП) | Планируемые результаты обучения | Процедура освоения |
|---|---|--|--|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. | <i>Знает:</i> структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. <i>Умеет:</i> анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин. | Контрольные работы, коллоквиумы, зачет |
| | УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках выбранных видов профессиональной деятельности. | <i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок. | |
| | УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов. | <i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. <i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. <i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз | |

| | | | |
|---|--|---|--------------------------------|
| | | данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах. | |
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и пользоваться их в профессиональной деятельности | ОПК 1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. | <p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> | Контрольные работы, коллоквиум |
| | ОПК 1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. | <p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p> | |

| | | | |
|---|---|--|---------------------------------------|
| | <p>ОПК 1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p> | <p><i>Знает:</i> различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современного математического анализа.</p> | |
| ПК-3 Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. | <p>ПК-3.1 Знает основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p> | <p><i>Знает:</i> разные подходы к определению основных понятий математики; основные понятия информатики; формулировки математических утверждений при различных изменениях их исходных условий; различные языки программирования; <i>Умеет:</i> устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики и информатики необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. <i>Владеет:</i> определенными навыками планирования и проведения работы по собиранию, обработыванию и интерпретированию данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p> | Контрольные работы, коллоквиум, зачет |
| | <p>ПК-3.2 Планирует популярные лекции, экскурсии и другие виды деятельности необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p> | <p><i>Знает:</i> разнообразные формы пропаганды и популяризации знаний в области математики и информатики. <i>Умеет:</i> планировать изложение различных базовых вопросов изучения математики и информатики в доступной для данной аудитории форме. <i>Владеет:</i> определенным опытом планирования и проведения экскурсий для пропаганды и популяризации знаний в области математики и информатики.</p> | |

| | | | |
|--|---|---|--|
| | ПК-3.3 Проводит необходимую работу по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. | <i>Знает:</i> современные методы по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. <i>Умеет:</i> привлечь внимание обучающихся к математическим и компьютерным наукам. <i>Владеет:</i> навыками проведения работы по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. | |
|--|---|---|--|

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

| № п/ п | Разделы и темы дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах) | | | | | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации | |
|---|--|---------|-----------------|--|------------------|------------------|------------------|----------------|--|--|
| | | | | Лекции | Практич. занятия | Лаборат. занятия | Контр. сам. раб. | Самост. работа | | |
| Модуль 1. Линейные динамические системы и особые точки | | | | | | | | | | |
| 1 | Основные понятия и определения теории динамических систем. | 8 | 1 | 2 | 2 | | | 4 | Устный опрос | |
| 2 | Бифуркации и их виды | 8 | 2-3 | 4 | 2 | | | 10 | Тестирование | |
| 3 | Классификация особых точек линейных систем на плоскости | 8 | 4-5 | 4 | 2 | | | 10 | Контрольная работа | |

| | | | | | | | | | |
|---|--|---|------|-----------|-----------|--|--|-----------|---------------------------|
| | <i>Итого по модулю 1</i> | | | 10 | 6 | | | 20 | <i>Коллоквиум</i> |
| Модуль 2. Нелинейные системы. Теория индекса | | | | | | | | | |
| 1 | Фазовый портрет. Линеаризация нелинейной системы | 8 | 6 | 4 | 2 | | | 6 | <i>Устный опрос</i> |
| 2 | Устойчивость неподвижных точек нелинейных систем | 8 | 7 | 2 | 2 | | | 8 | <i>Контрольная работа</i> |
| 3. | Индекс динамической системы и его свойства | | 8 | 2 | 3 | | | 6 | <i>Устный опрос</i> |
| 4. | Предельные циклы. Теорема Бендиксона-Пуанкаре | | 9-10 | 4 | 3 | | | 6 | <i>Контрольная работа</i> |
| | <i>Итого по модулю 2</i> | | | 14 | 10 | | | 12 | <i>Коллоквиум</i> |
| | ИТОГО | | | 24 | 16 | | | 32 | Зачет |

4.3. Содержание разделов учебной дисциплины

4.3.1. Содержание лекционных занятий

Модуль 1. Линейные динамические системы и особые точки

Тема 1. Основные понятия и определения теории динамических систем.

Геометрическое представление решений дифференциальных уравнений, равновесные точки, фазовые портреты.

Тема 2. Бифуркции и их виды

бифуркции и их типы, бифуркционное значение, бифуркционная диаграмма, нормальная форма бифуркции, катастрофы, диаграмма устойчивости

Тема 3. Классификация особых точек линейных систем на плоскости

Типы неподвижных точек, канонический фазовый портрет, матрица линейного преобразования (матрица перехода), устойчивость равновесных решений.

Модуль 2. Фазовые портреты нелинейных систем

Тема 4. Фазовый портрет. Линеаризация нелинейной системы

Теорема о линеаризации, некоторые классические модели. Консервативные системы и первые интегралы, гиперболические и негиперболические неподвижные точки.

Тема 5. Устойчивость неподвижных точек нелинейных систем

Типы устойчивости неподвижных точек. Критерии устойчивости.

Тема 6. Индекс динамической системы и его свойства

Определение индекса точки и индекса кривой, методы их вычисления.

Тема 7. Предельные циклы. Теорема Бендиксона-Пуанкаре

Предельный цикл. Случай отсутствия предельных циклов. Теорема Пуанкаре-Бендиксона, модель химической реакции, система Ван дер Поля, критерий Дюлака.

4.3.2. Содержание практических занятий

| № п/п | № раздела дисциплины | Тематика практических занятий (семинаров) | Трудоемкость (час) |
|-------|----------------------|--|--------------------|
| | Модуль 1. | Линейные динамические системы и особые точки | |
| 1. | | Геометрическое представление решений дифференциальных уравнений, равновесные точки, фазовые портреты, бифуркции и их типы, бифуркционная диаграмма, катастрофы. Классификация особых точек линейных систем на плоскости | 6 |
| | Модуль 2. | Фазовые портреты нелинейных систем | |
| 2. | | Фазовый портрет. Линеаризация нелинейной системы. Консервативные и обратимые системы; гиперболические неподвижные точки. Устойчивость неподвижных точек нелинейных систем. Определение индекса точки и индекса кривой, методы их вычисления. Предельный цикл. Случай отсутствия предельных циклов. Теорема Пуанкаре-Бендиксона, критерий Дюлака. | 10 |
| | Итого | | 16 |

5. Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС при реализации различных видов учебной работы в процессе изучения дисциплины «Динамические системы» предусматривается использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

- практические занятия в диалоговом режиме;
- компьютерное моделирование и практический анализ результатов;
- научные дискуссии;
- работа в малых группах по темам, изучаемым на практических занятиях.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Виды самостоятельной работы студентов, распределенные по темам:

| № | темы | Виды СРС | |
|----|--|--|---------------------------------|
| | | обязательные | дополнительные |
| 1. | Основные понятия и определения теории динамических систем. | работа с литературой, решение домашнего задания ([1], [5]) | Подготовка к контрольной работе |
| 2 | Автономные динамические системы на прямой и на плоскости. | работа с литературой, решение домашнего задания ([2], [5]) | Подготовка к контрольной работе |
| 3 | Устойчивость неподвижных точек нелинейных систем. | работа с литературой, решение домашнего задания ([4], [7]) | подготовка к коллоквиуму |
| 4. | Консервативные и дисипативные системы. | работа с литературой, решение домашнего задания ([4], [9]) | Подготовка к контрольной работе |
| 5. | Периодические орбиты. | работа с литературой, решение домашнего задания ([1], [8]) | подготовка к коллоквиуму |
| 6. | Бифуркации. | работа с литературой, решение домашнего задания ([1], [4]) | подготовка к коллоквиуму |

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

7.1.1. Примерные вопросы для подготовки к коллоквиуму по теме «Линейные динамические системы и особые точки»

1. Фазовый портрет и особые точки динамической системы на прямой.
2. Бифуркация «седло-узел»
3. Транскритическая бифуркация.
4. Вильчатая бифуркация.
5. Неполные бифуркации и катастрофы.
6. Модель Ферхюльста. Логистическое уравнение.
7. Линеаризация динамической системы первого порядка
8. Потоки на окружности.
9. Линейные системы на плоскости и их особые точки.
10. Теорема о выпрямлении.
11. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.
12. Классификация особых точек в зависимости от собственных значений системы.

7.1.2. Примерные задания для контрольных работ

1. Для каждого из следующих уравнений найти неподвижные точки, определить их тип, нарисовать фазовый портрет, найти общее решение и изобразить несколько интегральных кривых на поле направлений.
(а) $x' = x^3 - 3x$; (б) $x' = \sin^2 x$; (в) $x' = |1 - x^2|$; (г) $x' = ax + 2$ (a – число).
2. Для следующих уравнений найти потенциалы и с их помощью исследовать неподвижные точки на устойчивость.
(а) $x' = (1 - x)x$; (б) $x' = 1 - \sin 2x$.
3. В каждом из следующих уравнений найти бифуркационное значение, определить тип бифуркации и нарисовать бифуркационную диаграмму.
(а) $x' = \mu x^2 - 2\mu x + 3x$; (б) $x' = \frac{\mu x}{x^2 + 7} - x$.

4. Исследовать систему с «неполным» параметром k . Нарисовать бифуркационные диаграммы уравнения $x' = x^2 - \mu x + k$ при $k < 0$, $k = 0$ и $k > 0$. Изобразить на плоскости (μ, k) области, соответствующие различным типам фазовых портретов.
5. Исследовать систему на наличие/отсутствие периодических орбит. Фазовый портрет доказательством не является, а только подтверждением.

$$\begin{cases} x' = y \cos x \\ y' = \sin x \end{cases}$$

6. Определить точки равновесия системы и найти индексы этих точек. Построить фазовый портрет.

$$\begin{cases} x' = x^2 - y^2 \\ y' = 2xy \end{cases}$$

7. Определить точки равновесия системы и найти индексы этих точек. Построить фазовый портрет.

$$\begin{cases} x' = x^2 \\ y' = -y \end{cases}$$

8. Для системы $\begin{cases} x' = -x + y(x+a) - b \\ y' = -cx(x+a) \end{cases}$, где a, b, c положительные константы и $b > a$ на области $D = \left\{ X \in R^2 : x < -a \text{ и } y < \frac{x+b}{x+a} \right\}$ доказать, что не существует периодических орбит, проходящих через некую точку области D .

9. Для системы $\begin{cases} x' = ax + yx \\ y' = bx^2 - cy \end{cases}$, где a, b, c положительные константы и $c > a$ на области $D = \left\{ X \in R^2 : y \geq 0 \right\}$ доказать, что не существует периодических орбит, проходящих через некую точку области D .

10. Рассмотреть систему $\begin{cases} x' = y \\ y' = -(2b - g(x))ay - a^2x \end{cases}$, $a, b > 0$, $g(x) = \begin{cases} 0, |x| > 1 \\ k, |x| \leq 1 \end{cases}$.

Показать, что при $k < 2b$ не существует, а при $k > 2b$ - существуют периодические орбиты.

7.1.3. Примерные вопросы к зачёту

1. Данна система $X' = A \cdot X$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & -10 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$. Найти:
- (а) жорданову форму;
 - (б) матрицу перехода M ;
 - (в) матрицу $A1$ для системы $X' = A1 \cdot X$, получающейся из исходной после ее поворота на угол $-\frac{\pi}{2}$.

2. Даны система $\begin{cases} x' = x^2 - y^2 \\ y' = xy - 1 \end{cases}$. Найти неподвижные точки и определить их тип.
3. Определить, как меняются главные направления (директрисы) седловой точки $(0;0)$ нелинейной системы $\begin{cases} x' = -x + x^2 \\ y' = x + y \end{cases}$ по отношению к ее линеаризации.
4. Исследовать дифференциальное уравнение $x' = -x + \beta \tanh x$. Найти бифуркационное значение, построить диаграмму и определить тип бифуркации.
5. Исследовать систему $\begin{cases} x' = -2x + y \\ y' = \mu + x^2 - y \end{cases}$. Найти и определить тип бифуркации.
Нарисовать бифуркационную диаграмму.
6. Построить фазовый портрет и определить тип бифуркации при $\mu = 0$ для системы $\begin{cases} x' = \mu x - y + xy^2 \\ y' = x + \mu y - x^2 \end{cases}$.
7. Рассмотреть модель $\begin{cases} x' = x(x(1-x) - y) \\ y' = y(x-a) \end{cases}$, где $x \geq 0$ - популяция жертв, $y \geq 0$ - популяция хищников и $a \geq 0$ - параметр. Найти и классифицировать неподвижные точки системы. Определить бифуркационное значение и тип бифуркации.
8. Определить бифуркационное значение и тип бифуркации для системы $\begin{cases} x' = \mu x + y + \sin x \\ y' = x - y \end{cases}$
в начале координат. Построить фазовые портреты для значений μ в окрестности μ_0 .
9. Используя функцию Ляпунова, показать, что система $\begin{cases} x' = -x + 2y^3 - 2y^4 \\ y' = -x - y + xy \end{cases}$ не имеет предельных циклов.
10. Найти периодические решения системы $\begin{cases} x' = -x - y + x(x^2 + 2y^2) \\ y' = x - y + y(x^2 + 2y^2) \end{cases}$.
11. Рассмотреть систему $\begin{cases} x' = \mu(y - F(x)) \\ y' = -\frac{x}{\mu} \end{cases}$, где $F(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ -x, & |x| \leq 1, \\ x-2, & x \geq 1. \end{cases}$ Имеются ли у этой системы периодические решения? Построить фазовый портрет.
12. Рассмотреть систему $\begin{cases} x' = -4x + y^3 \\ y' = -3x - y + y^3 \end{cases}$. Найти неподвижные точки и классифицировать их. Найти инвариантные линии. Построить фазовый портрет.

13. Для уравнения $x' = x - \mu x(1-x)$:

- (а) найти неподвижные точки и их характер;
- (б) найти бифуркационное значение и тип бифуркации;
- (в) построить бифуркационную диаграмму.

14. Доказать наличие предельного цикла у системы $\begin{cases} x' = -\mu y + x(1-x^2-y^2) \\ y' = \mu x + y(1-x^2-y^2) \end{cases}$ и построить ее фазовый портрет.

15. Найти положительно инвариантное множество для системы $\begin{cases} x' = x(y^2-x) \\ y' = -y(y^2-x) \end{cases}$ и построить ее фазовый портрет.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля – 50% и промежуточного контроля – 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий – 10 баллов,
- участие на практических занятиях – 10 баллов,
- коллоквиум – 40 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ – 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос – 50 баллов,
- письменная контрольная работа – 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

a) основная литература:

1. Андронов А.А., Леонович Е.А., Гардон И.И., Матер А.Г. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1967.
2. Андронов А.А., Леонович Е.А., Гардон И.И., Матер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Мир, 1966.
3. Гукенхаймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. Пер. с англ., Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 560 с.
4. Мачулис В.В. Введение в динамические системы: учебное пособие. Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2013. – 196 с.
5. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. М.: «Мир», 1986. 243 с.

б) дополнительная литература:

6. Андronов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: «Наука», 1981. – 568 с.
 7. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: «Наука», 1975. – 240 с.
 8. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: «Наука», 1976. – 496 с.
 9. Степаньянц Г.А. Теория динамических систем: Учебное пособие. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 312 с.
- 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. www.math.ru;
2. www.exponenta.ru;
3. www.mathematics.ru;
4. <http://elib.dgu.ru>;
5. <http://edu.icc.dgu.ru>;

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Специфика изучаемой дисциплины «Динамические системы» состоит в том, что для ее освоения необходимо выработать навыки не только качественного анализа динамических систем, но и графической интерпретации понятий, фактов и результатов, моделирования динамическими системами явлений и процессов в различных областях естествознания.

Систематическое изложение научных материалов, освещение главных тем данной дисциплины проводится в ходе лекционного курса. Изучение теоретического курса выполняется самостоятельно каждым студентом по итогам каждой из лекций, используя конспект лекций, учебники, представленные в разделе 8 «Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины», результаты контролируются преподавателем на практических занятиях.

Если возникают вопросы, следует обратиться на кафедру к преподавателю, согласно графику консультаций ведущего преподавателя. Обращаясь за консультацией, необходимо указать, каким учебником пользовались и какой раздел, глава, параграф вам не понятен.

Решения задач и самостоятельные работы по заданию (индивидуальному, где требуется) преподавателя сдаются в конце каждой зачетной единицы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине: «Динамические системы» необходимы:

Системное программное обеспечение: ОС Windows XP/7/8/10;

Прикладное программное обеспечение: MSOffice 2007/10/13;

Сетевые приложения: электронная почта, поисковые системы Google, Yandex.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Для проведения лекционных занятий на факультете необходима аудитория на 25-35 мест, оборудованная ноутбуком, экраном и цифровым проектором.