МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Введение в стохастические дифференциальные уравнения

Кафедра прикладной математики факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы:
Математическое моделированиеи вычислительная математика

Уровень высшего образования
магистратура

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: входит в формируемая участниками образовательных отношений часть ОПОП

Махачкала, 2021

Рабочая программа дисциплины "Введение в стохастические дифференциальные уравнения" составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО магистратура по направлению подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика от «10» января 2018 г. № 13

Разработчик: кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И. д.ф.-м.н. профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры прикладной математики от «22» июня 2021 г.,
протокол № 10
Зав. кафедрой _____ Кадиев Р.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» июня 2021 г., протокол №6.

Председатель _____ Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением
«09» 07 2021 г.

Начальник УМУ _____ Гасангаджиева А.Г.

(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Введение в стохастические дифференциальные уравнения» входит в часть формируемая участниками образовательных отношений образовательной программы *магистратуры* по направлению подготовки 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с современной теорией стохастических уравнений, усвоением основных элементов теории стохастических уравнений, а также знакомством с современными проблемами теории стохастических уравнений.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

общепрофессиональных – ОПК-1, ОПК-4;

профессиональных – ПК-4.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме коллоквиума иитоговый контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен
	в том числе							
	ВВсего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен	
		из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
3	108	14	26				68	экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Введение в стохастические дифференциальные уравнения» являются: знакомство с теорией и приложением стохастических дифференциальных уравнений, как обобщение обыкновенных дифференциальных уравнений, умение решать простейшие стохастические дифференциальные уравнения, изучение различных методов исследования качественных свойств решений стохастических дифференциальных уравнений, установление связи с другими математическими дисциплинами; привить обучающимся умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу по математике

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Введение в стохастические дифференциальные уравнения» входит в часть формируемая участниками образовательных отношений частьобразовательной программы *магистратуры* по направлению подготовки 01.04.02 - Прикладная математика и информатика. Знания по *теории случайных процессов* необходимы для данной специальности как для освоения различных смежных дисциплин, так и крайне нужны для создания математических моделей *стохастических процессов*, для последующего их решения, выбора из полученных решений тех решений, которые имеют прикладной смысл.

Изучение стохастических дифференциальных уравнений предполагает хорошее знание *теории вероятностей, математической статистики, элементов функционального анализа, линейной алгебры, интеграла Стильтьеса, теории меры и теории случайных процессов.*

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код и наименование компетенции из ОПОП	**Код и наименование индикатора достижения компетенций** *(в соответствии с ОПОП)*	**Планируемые результаты обучения**	**Процедура освоения**
ОПК-1. Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	**ОПК-1.1.** Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук .	**Знает:** структуру задач в различных областей. **Умеет:** анализировать постановку данной математической задачи. **Владеет:** навыками сбора, отбора и обобщения научной информации вразличных областей математики.	Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен
	ОПК-1.2. Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности.	**Знает:** принципы математического моделирования разнородных явлений. , **Умеет:** системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. **Владеет:** навыками систематизации разнородных явлений.	

	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук	**Знает:** современные методы сбора и анализа научного материала. **Умеет:** применять современные методы и средства анализа и систематизации научных данных. **Владеет:** навыками и пользования информационных технологий в организации и проведении научного исследования.	
ОПК-4. Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности	**ПК-4.1.** Знает основные положения и концепции прикладного и системного программирования, архитектуры компьютеров и сетей (в том числе и глобальных), современные языки программирования, технологии создания и эксплуатации программных продуктов и программных комплексов.	**Знает:**основные положения и концепции прикладного и системного программирования. **Умеет:**создавать программных продуктов и программных комплексов. **Владеет:** навыками изготовления программных продуктов и программных комплексов.	Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен
	ОПК-4.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности	**Знает:** концепции прикладного и системного программирования, архитектуры компьютеров. **Умеет:**использовать концепции прикладного и системного программирования, архитектуры компьютеров в профессиональной деятельности. **Владеет:** навыками использования технологий создания программных продуктов в профессиональной деятельности.	

	ОПК-4.3. Имеет практические навыки разработки программного обеспечения.	**Знает:**разные методы разработки программного обеспечения. **Умеет:**разрабатывать программное обеспечение для компьютеров. **Владеет:**навыками разработки программного обеспечения.	
ПК-4. Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач проектной и производственно-технологической деятельности	**ПК-4.1.** Знает основные методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программных продуктов и программных комплексов, их сопровождения, администрирования и развития (эволюции).	**Знает:**основные методы проектирования и производства программного продукта. **Умеет:**сопровождать, администрировать и развивать программных продуктов и программных комплексов. **Владеет:** основами принципами построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами.	Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен
	ПК-4.2. Умеет использовать методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программного продукта.	**Знает:**методы проектирования и производства программного продукта. **Умеет:**использовать методы проектирования и производства программного продукта. **Владеет:**инструментальными средствами, поддерживающими создание программного продукта.	

	ПК-4.3. Имеет практический опыт применения указанных выше методов и технологий.	**Знает:**методы и технология разные проектирования и производства программного продукта. **Умеет:**применять проектирования и производства программного продукта в практической деятельности. **Владеет:** методикой и технологией проектирования и производства программного продукта.	

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль самост. раб.		
	Модуль 1. Стохастическое исчисление								
1	Случайные процессы	3	1-5	4		8		8	Опрос на занятиях
2	Интеграл Ито, формула Ито	3	6-9	2		6		8	Опрос на занятиях, зачет по лабораторной работе
	Итого по модулю 1:			6		14		16	
2	**Модуль 2. Стохастические дифференциальные уравнения**								
3	Стохастические Дифференциальные	3	10-12	4		6		8	Опрос на занятиях. Контрольная

	уравнения Ито								работа
4	Приложения стохастических дифференциальных уравнений Ито	3	13-14	4		6		8	Опрос на занятиях. Зачет по лабораторной работе
	Итого по модулю 2:			8		12		16	
	Модуль 3. Подготовка кэкзамену.							36	
	ИТОГО:			14		26		68	

4.3.Содержание дисциплины, структурированное по темам

4.3. 1. Содержание лекционных занятий по темам

Модуль 1. Стохастическое исчисление.

Тема 1. Случайные процессы.

Вероятностное пространство. Вероятностная мера на метрических пространствах. Случайные величины и их характеристики. Случайные процессы. Броуновское движение.

Тема 2. Интеграл Ито, формула Ито.

Итовское определение стохастического интеграла. Формула Ито. Стохастическое исчисление.

Модуль 2. Стохастические дифференциальные уравнения.

Тема 3. Стохастические дифференциальные уравнения Ито.

Стохастические дифференциальные уравнения Ито и определение решений для этих уравнений. Линейные стохастические уравнения Ито и нахождение их решений**.**

Тема 4. Приложения стохастических дифференциальных уравнений Ито.

Моделирование различных процессов с помощью стохастических дифференциальных уравнений Ито. Модели финансовых рынков, биологии, экологии, описываемые уравнениями Ито. Исследование вопросов устойчивости решений стохастических дифференциальных уравнений Ито.

4.3. 1. **Содержание лабороторных занятий по темам**

Модуль 1. Лабораторные занятия по теме: Вычисление интегралов Ито.

Модуль 2. Лабораторные занятия по теме: Интегрирование простейших уравнений Ито.

5. Образовательные технологии

В ходе изучения дисциплины используются активные и интерактивные формы проведения занятий: самостоятельный подбор материала по поставленным преподавателем темам, работа с тематическими слайдами и тестовыми заданиями на компьютере и др. Предусматривается применение современных обучающих технологий, электронных учебно-методических комплексов и электронных учебников, а также компьютерная презентационная техника. Для этого на факультете математики и компьютерных наук имеются специальные, оснащенные такой техникой классы лекционные аудитории. При кафедре прикладной математики функционирует студенческая научно – исследовательская лаборатория «Математическое моделирование», оснащенное 5 новыми ПК, презентационной и другой оргтехникой.

При проведении занятий кроме указанных средств используются также интернет ресурсы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

6.1.Виды и порядок выполнения самостоятельной работы .

В процессе самостоятельной работы над каждой темой студентом должны осуществляться следующие виды деятельности:

- Проработка учебного материала по конспектам лекций, основной и рекомендуемой учебной литературе.
- Работа над домашними заданиями
- Работа над вопросами и заданиями для самоподготовки, представленными.
- Написание рефератов.
- Работа с тестами.
- Поиск и обзор научных публикаций и электронных источников информации.

6*.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.*

Тематика рефератов для самостоятельной работы студентов.

1. Вероятностное пространство.
2. Вероятностная мера на метрических пространствах.
3. Случайные величины и их характеристики.
4. Случайные процессы.
5. Броуновское движение.
6. Итовское определение стохастического интеграла.
7.Формула Ито.
8. Стохастическое исчисление.
9. Стохастические дифференциальные уравнения Ито и определение решений для этих уравнений.
10. Линейные стохастические уравнения Ито и нахождение их решений.
12. Формула для представления для решений линейные стохастические уравнения Ито.
13. Моделирование различных процессов с помощью стохастических дифференциальных уравнений Ито.
14. Модели финансовых рынков, биологии, экологии, описываемые уравнениями Ито.
.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

Типовые контрольные задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы [1]-[3], и аналогичны представленной контрольной работе:

Контрольная работа №1

Вариант №1

1. Случайный процесс$x(t)$задается уравнением $x(t) = t^2 + \xi(\omega),\ t \geq 0,$ где $\xi(\omega)$-случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[-2; 2]$. Описать множество сечений и траекторий случайного процесса.
2. Найти осредненные характеристики случайного процесса $x(t) = \xi(\omega)\sin t + \cos t$, где $\xi(\omega)$- случайная величина с характеристиками $M(\xi) = 3,\ D(\xi) = 0.2.$

Вариант №2

1. Найти одномерную функцию распределения случайного процесса $x(t) = \xi(\omega)t^2 + 5,\ t \geq 0$, где $\xi(\omega)$- нормально распределенная случайная величина с характеристиками
$$M(\xi) = 0,\ D(\xi) = 1$$

2. Ковариационная функция стационарного случайного процесса $x(t)$ имеет вид $k(\tau) = 0.1e^{-|\tau|}, -\infty < \tau < \infty$.

Найти спектральную плотность и эффективные характеристики $\Delta\gamma$ и $\Delta\tau$

Контрольная работа №2.

Вариант №1

1. Установить является ли стационарным случайный процесс $x(t) = 10\sin(3t + \xi(\varpi))$, где $\xi(\varpi)$- случайная величина, равномерно распределена на отрезке $[0; 2\pi]$.
2. Матрица переходных вероятностей за один шаг цепи Маркова имеет вид

$$P(1) = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/6 & 1/6 \\ 1/4 & 3/8 & 3/8 \\ 1/5 & 2/5 & 2/5 \end{pmatrix}$$

Найти финальные вероятности цепи Маркова.

Вариант 2.

1. Найти плотность одномерного распределения гауссовского случайного процесса $x(t) = \xi(\omega) + t, t > 0,\ \xi(\omega) -$ случайная величина с гауссовским распределением $N(0;\ \sigma^2)$.
2. Матрица переходных вероятностей однородной цепи Маркова имеет вид

$$P(1) = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}4 \\ 0{,}6 & 0{,}2 & 0{,}2 \\ 0{,}8 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{pmatrix}$$

Найти сумму вероятности $P_{11}(1) + P_{22}(2) + P_{33}(3)$.

Вопросы к экзамену.

1. Вероятностное пространство.
2. Вероятностная мера на метрических пространствах.
3. Случайные величины и их характеристики.
4. Случайные процессы.
5. Броуновское движение.
6. Итовское определение стохастического интеграла.
7. Формула Ито.
8. Стохастическое исчисление.
9. Стохастические дифференциальные уравнения Ито и определение решений для этих уравнений.
10. Линейные стохастические уравнения Ито и нахождение их решений.
12. Формула для представления для решений линейные стохастические уравнения Ито.
13. Моделирование различных процессов с помощью стохастических дифференциальных уравнений Ито.
14. Модели финансовых рынков, биологии,

экологии, описываемые уравнениями Ито.
15. Исследование вопросов устойчивости решений стохастических дифференциальных уравнений Ито.

б) Зачеты по лабораторным работам:"Вычисление интегралов Ито" и "Интегрирование простейших уравнений Ито".
.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.
Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- подготовка реферата – 20 баллов,
- выполнение практических заданий – 20 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 50 баллов.
Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос , активность на занятиях - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 60 баллов.

Критерии оценки знаний студентов

100 баллов – студент показал глубокие и систематизированные знания учебного материала по теме; глубоко усвоил учебную литературу; хорошо знаком с научной литературой; активно использовал материалы из первоисточников; цитировал различных авторов; принимал активное участии в обсуждении узловых вопросов на всём протяжении семинарского занятия; умеет глубоко и всесторонне анализировать те или иные исторические события; в совершенстве владеет соответствующей терминологией; материал излагает чётко и лингвистически грамотно; отличается способностью давать собственные оценки, делать выводы, проводить параллели и самостоятельно рассуждать.

90 баллов – студент показал полные знания учебно-программного материала по теме; хорошо усвоил учебную литературу; знаком с научной литературой; использовал материалы из первоисточников; цитировал различных авторов; принимал активное участии в обсуждении узловых вопросов; проявил способность к научному анализу материала; хорошо владеет соответствующей терминологией; материал излагается последовательно и логично; отличается способностью давать собственные оценки, делать выводы, рассуждать; показал высокий уровень исполнения заданий, но допускает отдельные неточности общего характера.

80 баллов – студент показал достаточно полное знание учебно-программного материала; усвоил основную литературу, рекомендованную программой; владеет методом комплексного анализа; показал способность

аргументировать свою точку зрения с использованием материала из первоисточников; правильно ответил практически на все вопросы преподавателя в рамках обсуждаемой темы; систематически участвовал в групповых обсуждениях; не допускал в ответе существенных неточностей.

70 баллов – студент показал достаточно полное знание учебного материала, не допускал в ответе существенных неточностей, активно работал на семинарском занятии, показал систематический характер знаний по дисциплине, цитирует первоисточники, но не может теоретически обосновать некоторые выводы.

60 баллов – студент обладает хорошими знаниями по всем вопросам темы занятия, не допускал в ответе существенных неточностей, самостоятельно выполнил основные предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, отличается достаточной активностью на семинарском занятии; умеет делать выводы без существенных ошибок, но при этом не дан анализ информации из первоисточников.

50 баллов – студент усвоил лишь часть программного материала, вместе с тем ответ его стилистически грамотный, умеет логически рассуждать; допустил одну существенную или несколько несущественных ошибок; знает терминологию; умеет делать выводы и проводить некоторые параллели.

40 баллов – студент знает лишь часть программного материала, не отличался активностью на семинарском занятии; усвоил не всю основную литературу, рекомендованную программой; нет систематического и последовательного изложения материала; в ответах допустил достаточное количество несущественных ошибок в определении понятий и категорий, дат и т.п.; умеет делать выводы без существенных ошибок; наличие грамматических и стилистических ошибок и др.

30 баллов – студент имеет недостаточно полный объём знаний в рамках образовательного стандарта; знает лишь отдельные вопросы темы, кроме того допускает серьёзные ошибки и неточности; наличие в ответе стилистических и логических ошибок.

20 баллов – у студента лишь фрагментарные знания или отсутствие знаний по значительной части заданной темы; не знает основную литературу; не принимал участия в обсуждении вопросов по теме семинарского занятия; допускал существенные ошибки при ответе; студент не умеет использовать научную терминологию дисциплины; наличие в ответе стилистических и логических ошибок.

10 балл — отсутствие знаний по теме или отказ от ответа.

Шкала диапазона для перевода рейтингового балла по дисциплине с учётом итогового контроля в «5»- балльную систему.

0 – 50 баллов – «неудовлетворительно»;
51 – 65 баллов – «удовлетворительно»;
66 – 85 баллов – «хорошо»;
86 – 100 баллов – «отлично».

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Розов А.К. Стохастические дифференциальные уравнения и их применение [Электронный ресурс] / А.К. Розов. — Электрон.текстовые данные. — СПб. : Политехника, 2016. — 306 c. — 978-5-7325-1092-8. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/59722.html
2. Ватанабэ С., Икэда Н. Стохастические дифференциальные. - Москва: Наука, 1981 - 445 с.
3. Ветцель А.Д. Курс теории случайных процессов- Москва: Наука, 1975 -316 с.
4. ГихманИ.и., Скороход А.В. Сторхастическиедифференциальные уравнения и их приложения. - Киев: Наукова думка, 1982 - 611 с.
5. Тихомиров Н.П., Дорохина Е.Ю. Эконометрика. - Москва: Экзамкень 2003 510 с.

б) дополнительная литература

4. Колмановский В.Б., Носов В.Р. Устойчивость и периодические режимы регулируемых систем с последействием. - Москва: Наука, 1981- 448 с.
5. Колмановский В.Б., Носов В.Р. Стохастическая устойчивость и управление. Учебное пособие. - Москва: ИЗ-во МИЭМ, 1982 - 83 с.
6. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Теория мартингалов. - Москва: Наука, 1986- 5128 с.
7. Колмановский В.Б., Носов В.Р. Устойчивость и периодические режимы регулируемых систем с последействием. - Москва: Наука, 1986 - 512 с.
8. Бокс ДЖ., Джеенкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление (перевод с английского). - Москва: Мир, 1974 - 548 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование http://edu.ru;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситетаhttp://elib.dgu.ru/?q=node/256;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет http://catalog.iot.ru/index.php;
4. Электронная библиотека http://elib.kuzstu.ru.
5. http://poiskknig.ru–электронная библиотека учебников Мех-Мата МГУ, Москва
6. http://www.mathnet.ru.ru/ - общероссийский математический портал
7. http://www.lib.mexmat.ru – электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета

8. http://onlinelibrary.wiley.com - научные журналы издательства Wiley&Sons
9. http://www.sciencedirect.com/ - научные журналы издательства Elsevier

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов лекционных занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем обращаться к литературе, рекомендуемой к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач Mathcad, MSOffice.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.