

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет информатики и информационных технологий

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Алгебра и геометрия**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
Образовательная программа

**09.03.02 Информационные системы и технологии**

Профиль подготовки  
**Информационные системы и технологии**

Уровень высшего образования  
**бакалавриат**

Форма обучения  
**очная, заочная**

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.02 – Информационные системы и технологии

Приказ Минобрнауки России от 19.09.2017 № 926

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Ибрагимов Мурад Гаджиевич, к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от «14» 05 2021 г., протокол №10.

Зав. кафедрой Сиражудинов М.М.

и  
на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» 06 2021 г., протокол №6.

Председатель Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «9» 07 2021 г.

Начальник УМУ Гасангаджиева А.Г.

## **Аннотация рабочей программы дисциплины**

Дисциплина «Алгебра и геометрия» входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 09.03.02-Информационные системы и технологии.

Дисциплина реализуется на факультете информатики и информационных технологий кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольной работы, коллоквиума.

Промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий 180 ч.

### **Объем дисциплины в очной форме**

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе								
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем				КСР	СРС, в том числе экз.		
		из них							
1	180	36	18	0	18	-	-	144	

### **Объем дисциплины в заочной форме**

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе								
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем				КСР	СРС, в том числе экз.		
		из них							
1	180	8	4	0	4	-	-	172	

## **1. Цели освоения дисциплины.**

Целями освоения дисциплины «Алгебра и геометрия» является изучение студентами пространственных объектов (точки, прямые, плоскости, фигуры, тела и т.д.) с помощью метода координат, используя аппарат алгебры. Также студент должен усвоить такие понятия как матрицы, определители методы решения систем линейных уравнений и многочлены.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.**

Дисциплина «Алгебра и геометрия» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата, по направлению 09.03.02 - Информационные системы и технологии.

Алгебра и геометрия являются одними из начальных разделов современной математики и играют важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы аналитической геометрии и аппарат алгебры находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эти дисциплины вместе с математическим анализом, теорией функций комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).**

<b>Код и наименование компетенции из ОПОП</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения компетенций</b>	<b>Планируемые результаты обучения</b>	<b>Процедура освоения</b>
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях.
	ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний, методов математического анализа и моделирования	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний, методов математического анализа и моделирования	Выполнение домашних заданий. Самостоятельная работа.

	ОПК-1.3. Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля
				Всего	Лекции	Практич. занятия	CPC	KCP	
1	<b>Модуль 1. Комплексные числа. Матрицы, определители.</b>								
2	<b>Тема 1.</b> Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени.	1	1-3	18	2	4	12		Устный опрос, письменная контрольная работа
3	<b>Тема 2.</b> Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы. Определители n-го порядка.	1	4-7	18	4	4	10		
4	<b>Итого по модулю 1:</b>	1	1-7	36	6	8	22		Коллоквиум
5	<b>Модуль 2. Системы линейных алгебраических уравнений.</b>								
6	<b>Тема 3.</b> Системы линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	1	8-11	36	4	4	28		Устный опрос, письменная контрольная работа
7	<b>Итого по модулю 2:</b>	1	8-11	36	4	4	28		Коллоквиум
8	<b>Модуль 3. Элементы аналитической геометрии.</b>								
9	<b>Тема 4.</b> Предмет и задачи АГ. Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии.	1	12	10	-	2	8		Устный опрос, письменная контрольная работа
10	<b>Тема 5.</b> Действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.	1	13	12	2	-	10		

11	<b>Тема 6.</b> Прямая на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве.	1	14-15	14	2	2	10		
12	<b>Итого по модулю 3:</b>	1	<b>12-15</b>	<b>36</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>28</b>		Коллоквиум
13	<b>Модуль 4. Кривые 2-го порядка.</b>								
14	<b>Тема 7.</b> Канонические уравнения кривых 2-го порядка. Уравнения кривых 2-го порядка в полярной системе координат.	1	16-18	36	4	2	30		Устный опрос, письменная контрольная работа
15	<b>Итого по модулю 4:</b>	1	<b>16-18</b>	<b>36</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>30</b>		Коллоквиум
16	<b>Модуль 5. Подготовка к экзамену</b>								
17	Подготовка к экзамену	1	19		-	-	36		Экзамен
18	<b>Итого по модулю 5:</b>	1	<b>19</b>		-	-	<b>36</b>		Экзамен
19	<b>Итого за 1 семестр:</b>	1	<b>1-19</b>	<b>180</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>144</b>		Экзамен
20	<b>Итого:</b>	1	<b>1-19</b>	<b>180</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>144</b>		Экзамен

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

##### **Модуль 1. Комплексные числа. Матрицы, определители**

**Тема 1.** Комплексные числа, операции над ними. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. Извлечение корня квадратного из комплексного числа. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени. Двучленные уравнения. Решение уравнений 3, 4 степени.

**Тема 2.** Матрицы и операции над ними. Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы. Понятие определителя  $n$ -го порядка. Теорема Лапласа вычисления определителя  $n$ -го порядка. Свойства определителей  $n$ -го порядка.

##### **Модуль 2. Системы линейных алгебраических уравнений**

**Тема 3.** Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера и матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

##### **Модуль 3. Элементы аналитической геометрии. Векторы**

**Тема 4.** Введение: предмет и задачи аналитической геометрии. Аффинная система координат в  $E_2$  и  $E_3$ . Прямоугольная декартова система координат как частный случай общей аффинной системы координат.

Простейшие задачи аналитической геометрии:

- 1) расстояние между точками; 2) деление отрезка в данном отношении;
- 3) площадь треугольника.

Полярная система координат на плоскости, цилиндрическая и сферическая системы координат и связь с декартовой прямоугольной.

**Тема 5.** Векторы. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Понятие линейной зависимости векторов. Базис. Теорема о единственности разложения вектора по данному базису. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Двойное векторное произведение векторов.

**Тема 6.** Прямая линия на плоскости. Каноническое и параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение прямой и его исследование. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой “в отрезках”. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Нормальное уравнение плоскости и приведение общего уравнения к нормальному виду. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Пучок прямых.

Плоскость. Уравнение плоскости проходящей через данную точку. Общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения плоскости. Параметрические уравнения плоскости. Уравнение плоскости проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости “в отрезках”. Условия параллельности, перпендикулярности и совпадения двух плоскостей. Нормальное уравнение плоскости и приведение общего уравнения кциальному виду. Расстояние от точки до плоскости. Пучок плоскостей. Связка плоскостей. Каноническое и параметрические уравнения прямой в  $E_3$ .

Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в  $E_3$ . Прямая и плоскость в  $E_3$ . Точка пересечения прямой и плоскости. Условия параллельности, перпендикулярности и принадлежности прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой в  $E_3$ . Расстояние между двумя прямыми в  $E_3$ .

#### **Модуль 4. Кривые 2-го порядка.**

**Тема 7.** Окружность. Эллипс, вывод канонического уравнения. Эксцентриситет и директрисы эллипса. Выражение фокальных радиусов через эксцентриситет. Касательная к эллипсу. Оптическое свойство эллипса.

Гипербола. Вывод канонического уравнения. Асимптоты гиперболы. Выражение фокальных радиусов гиперболы через эксцентриситет. Оптическое свойство гиперболы.

Парабола. Вывод канонического уравнения. Касательная к параболе. Оптическое свойство параболы. Уравнения диаметров эллипса, гиперболы и параболы.

#### **Модуль 5. Подготовка к экзамену**

### **4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине**

#### **Модуль 1. Комплексные числа. Матрицы, определители**

**Занятие 1.** Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение в степень. Решение задач.

**Занятие 2.** Корни из комплексных чисел. Решение уравнений 3-й и 4-й степени. Решение задач.

**Занятие 3.** Матрицы и действия над ними. Вычисление обратной матрицы. Ранг матрицы. Решение задач.

**Занятие 4.** Определители  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Решение задач.

#### **Модуль 2. Системы линейных алгебраических уравнений**

**Занятие 5.** Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений. Решение задач.

**Занятие 6.** Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Решение задач.

#### **Модуль 3. Элементы аналитической геометрии. Векторы**

**Занятие 7.** Прямоугольные и аффинные координаты точек на плоскости. Расстояние между двумя точками на плоскости. Деление отрезка в данном отношении. Площадь треугольника. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Решение задач.

**Занятие 8.** Прямая линия на плоскости. Плоскость. Составление уравнения плоскости по различным её заданиям. Уравнение прямой в пространстве. Решение задач.

#### **Модуль 4. Кривые 2-го порядка.**

**Занятие 9.** Уравнение окружности. Канонические уравнения эллипса и гиперболы и параболы. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах. Решение задач.

#### **Модуль 5. Подготовка к экзамену**

### **5. Образовательные технологии.**

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **6.1. Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов**

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоёмкость, а.ч.
Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени.	12
Матрицы, действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы. Определители n-го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа.	10
Системы линейных алгебраических уравнений. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	28
Предмет и задачи АГ. Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии.	8
Действия над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.	10
Прямая на плоскости. Плоскость. Прямая в пространстве.	10
Канонические уравнения кривых 2-го порядка. Уравнения кривых 2-го порядка в полярной системе координат.	30
Подготовка к экзамену	36
Итого СРС:	108+36

### **6.2. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы**

1. Изучение лекционных материалов (электронные варианты) и рекомендованной литературы.
2. Выполнение индивидуальных заданий на составление программ и подготовка к отчету по ним.
3. Решение задач и упражнений, сформулированных в электронных приложениях к лекции
4. Подготовка к текущему и промежуточному контролю.
5. Подготовка к экзамену.

### **6.3. Порядок контроля:**

1. Блиц-опрос на лабораторных занятиях, 2. Проверка выполнения пакета заданий и прием отчета по ним, 3. Текущий контроль за выполнением задач, сформулированных в электронных вариантах к лекции, 4. Промежуточный отчет (коллоквиумы, к.р.), 5. Экзамен.

Текущий контроль включает систематический блиц-опрос и проверку домашнего задания.

Промежуточный контроль проводится в виде отчета по пакетам заданий, предварительная проверка решений практикуется по файлам, отправленным по электронной почте.

Итоговый контроль проводится в виде устного экзамена с обязательным устным собеседованием.

Критерии выставления оценок:

«отлично» - владение теоретическим материалом, возможно, за исключением деталей справочного плана, и наличие навыков решения задач;

«хорошо» - владение разделами «Действия над векторами», «Кривые и поверхности 2-го порядка» «Методы решения СЛАУ» умение решать задачи по этим темам;

«удовлетворительно» - знания по разделам «Простейшие задачи АГ», «Прямая и плоскость», «Матрицы и действия над ними» умение решать элементарные задачи и посещение занятий.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается по истечению месяца с начала семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

#### **6.4. Примеры заданий для самостоятельного решения**

##### **Самостоятельная работа 1**

1. Вычислить  $\frac{(1+i)^2 + (7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$ .
2. Решить систему уравнений  $\begin{cases} (4+2i)z_1 - (6-i)z_2 = -19 + 23i \\ (5+2i)z_1 + (4-3i)z_2 = 8 + 4i \end{cases}$ .
3. Вычислить  $(-3+3i)^{150}$ ,  $\sqrt[12]{1}$ .
4. Решить уравнение  $x^2 + (-2-i)x - (1-7i) = 0$ .
5. Выразить через  $\sin x$  и  $\cos x$ :  $\sin 6x$ .

##### **Самостоятельная работа 2**

1. Вычислить определитель  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ .
2. Вычислить по теореме Лапласа  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ .
3. Вычислить обратную матрицу  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ .
4. Вычислить ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & -1 & -6 \\ 0 & -4 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -5 & 2 & -10 \end{pmatrix}$ .

### **Самостоятельная работа 3**

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 6, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 6. \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

### **Самостоятельная работа 4**

1. Даны три последовательных вершины параллелограмма  $A(-2;1)$ ,  $B(1;3)$ ,  $C(4;0)$ . Найти четвертую его вершину.

2. На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точки  $M(-8;-4)$  и от начала координат.

3. Один из концов отрезка  $AB$  находится в точке  $A(2;3)$ , его серединой служит точка  $M(1;-2)$ . Найти другой конец  $B$  отрезка.

4. Вычислить площадь треугольника, вершинами которого служат точки  $A(2;4)$ ,  $B(9;4)$ ,  $C(7;6)$ .

5. Найти прямоугольные координаты точек, заданных в цилиндрической системе координат: 1)  $A(3, \frac{\pi}{2}, -2)$ ; 2)  $B(2\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, 4)$ .

6. Найти сферические координаты точек, заданных в прямоугольной декартовой системе координат: 1)  $A(-3, \sqrt{3}, -2)$ ; 2)  $B(0,1,0)$ ; 3)  $C(1,-1,\sqrt{2})$ .

### **Самостоятельная работа 6**

1. Даны векторы  $\bar{a} = \{3; -2; 6\}$  и  $\bar{b} = \{-2; 1; 0\}$ . Найти векторы 1)  $\bar{a} + \bar{b}$ ; 2)  $\bar{a} - \bar{b}$ ; 3)  $2\bar{a}$ ; 4)  $-\frac{1}{2}\bar{b}$ ; 5)  $2\bar{a} + 3\bar{b}$ .

2. Представить вектор  $\bar{d}$  как линейную комбинацию векторов  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  и  $\bar{c}$ , если:  $\bar{a} = \{2; 3; 1\}$ ,  $\bar{b} = \{5; 7; 0\}$ ,  $\bar{c} = \{3; -2; 4\}$  и  $\bar{d} = \{4; 12; -3\}$ .

3. Вычислить скалярное произведение векторов  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ , если:

1)  $\bar{a} = \{5; 2\}, \bar{b} = \{1; 7\},$       2)  $\bar{a} = \{6; -8\}, \bar{b} = \{12; 9\}$

4. Даны векторы  $\bar{a} = \{2; 3; 1\}, \bar{b} = \{5; 6; 4\}$ . Найти координаты векторного произведения  $[\bar{a}, \bar{b}]$ .

5. Даны векторы  $\bar{a} = \{1; -1; 3\}, \bar{b} = \{-2; 2; 1\}$  и  $\bar{c} = \{3; -2; 5\}$ . Вычислить  $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$ .

6. Даны вершины тетраэдра:  $A(2; 3; 1), B(4, 1, -2), C(6, 3, 7), D(-5, -4, 8)$ . Найти длину его высоты, опущенной из вершины  $D$ .

### Самостоятельная работа 7

1. Составить уравнение прямой, отсекающей на оси  $Ox$  отрезок 3 и проходящей через точку  $M(-5, 3)$ .

2. Зная уравнения двух сторон параллелограмма  $x-3y=0$  и  $2x+5y+6=0$  и одну из его вершин  $C(4, -1)$ , составить уравнения двух других сторон параллелограмма.

3. Найти отрезки отсекаемые плоскостью  $6x-4y-24z+12=0$  на координатных осях.

4. Вычислить расстояние  $d$  от точки  $M_0(-2, -4, 2)$  до плоскости, проходящей через три точки  $M_1(1, -1, 1), M_2(-2, 1, 3)$  и  $M_3(4, -5, -2)$ .

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей  $5x-2y-z-3=0, x+3y-2z+5=0$  параллельно вектору  $\bar{a} = \{7, 9, 17\}$ .

6. Найти точку, симметричную точке  $M_1(4, 3, 10)$  относительно прямой

$$l : \begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = 4t + 12, \\ z = 5t + 3. \end{cases}$$

### Самостоятельная работа 8

1. Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусами равно 8 и большая ось равна 10.

2. Составить уравнения касательных к эллипсу  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ , проходящих через точку  $N(10, 4)$ .

3. Написать уравнения директрис гиперболы  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ .

4. Составить каноническое уравнение гиперболы, если асимптоты даны уравнениями  $y = \pm \frac{5}{3}x$  и гипербола проходит через точку  $M(6, 9)$ .

5. Составить уравнение параболы, если она симметрична относительно оси  $Oy$ , проходит через начало координат и через точку  $M(6, -2)$ .

6. Дано уравнение касательной  $x-3y+9=0$  к параболе  $y^2=2px$ . Составить уравнение этой параболы.

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Типовые контрольные задания**

**7.1.1. Темы рефератов:**

Знаменитые кривые 2-го порядка.

Мнимая единица  $i$  и ее свойства.

Матрицы – что это такое.

Лаплас – великий французский математик.

Гаусс – король математики.

Координатный метод решения задач.

Аксиоматическое построение геометрии Евклида.

Знаменитые кривые 2-го порядка

**7.1.2. Примерные упражнения и задания для текущего контроля**

**Варианты контрольных работ по алгебре**

**1 вариант**

1. Вычислить  $\frac{(1+i)^2 + (7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$ .

2. Решить систему уравнений  $\begin{cases} (4+2i)z_1 - (6-i)z_2 = -19 + 23i \\ (5+2i)z_1 + (4-3i)z_2 = 8 + 4i \end{cases}$ .

3. Вычислить  $(-3+3i)^{150}$ ,  $\sqrt[12]{1}$ .

4. Решить уравнение  $x^2 + (-2-i)x - (1-7i) = 0$ .

5. Выразить через  $\sin x$  и  $\cos x$ :  $\sin 6x$ .

**2 вариант**

1. Вычислить определитель  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ .

2. Вычислить по теореме Лапласа  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ .

3. Вычислить обратную матрицу  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ .
4. Вычислить ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & -1 & -6 \\ 0 & -4 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -5 & 2 & -10 \end{pmatrix}$ .

### 3 вариант

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 6, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 6. \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

## Варианты контрольных работ по геометрии

### 1 вариант

- 1) В треугольнике  $ABC$  даны длины его сторон  $BC = 5$ ,  $CA = 6$ ,  $AB = 7$ . Найдите скалярное произведение векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{BC}$ .
- 2) Даны два вектора:  $\bar{a} = \{11, 10, 2\}$  и  $\bar{b} = \{4, 0, 3\}$ . Найти вектор  $\bar{c}$  длины 1, перпендикулярный к векторам  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  и направленный так, чтобы упорядоченная тройка векторов  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  имела положительную ориентацию.
- 3) Даны уравнения  $3x - 2y + 1 = 0$ ,  $x - y + 1 = 0$  двух сторон треугольника и уравнение  $2x - y - 1 = 0$  медианы, выходящей из вершины, не лежащей на первой стороне. Составить уравнение третьей стороны треугольника.
- 4) Составить уравнение плоскости, проходящей через ось  $Oy$  и равноудалённой от точек  $(2, 7, 3)$  и  $(-1, 1, 0)$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x + y - 3z = 0$  и  $5x + 5y - 4z + 3 = 0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .

- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0.$$

## 2 вариант

- 1) Две вершины треугольника находятся в точках  $A(5, 1)$  и  $B(-2, 2)$ , третья вершина – на оси  $Ox$ . Зная, что площадь треугольника равна 10, найти третью вершину.
- 2) Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDA'B'C'D'$ , зная его вершину  $A(1, 2, 3)$  и концы выходящих из неё рёбер  $B(9, 6, 4)$ ,  $D(3, 0, 4)$ ,  $A'(5, 2, 6)$ .
- 3) Через точку  $(2, -1)$  провести прямую, отрезок которой, заключённый между осями координат, делился бы в данной точке пополам.
- 4) Найти объём тетраэдра, образованного плоскостями координат и плоскостью, проходящей через точку  $(3, 5, -7)$  и отсекающей на осях координат равные отрезки.
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$29x^2 - 24xy + 36y^2 + 82x - 96y - 91 = 0.$$

## 3 вариант

- 1) Найти длину вектора  $\bar{a} = 3\bar{m} - 4\bar{n}$ , зная, что  $\bar{m}$  и  $\bar{n}$  – взаимно перпендикулярные единичные векторы.
- 2) Вычислить площадь треугольника, вершины которого находятся в точках  $A(-1, 0, -1)$ ,  $B(0, 2, -3)$ ,  $C(4, 4, 1)$ .
- 3) Найти точку, симметричную точке  $M(-2, 9)$  относительно прямой  $2x - 3y + 18 = 0$ .
- 4) Составить уравнение плоскости, отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  отрезки, соответственно равные 5 и -7, и проходящей через точку  $(1, 1, 2)$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0.$$

#### **4 вариант**

- 1) Определить внутренние углы треугольника с вершинами  $A(1,2,3)$ ,  $B(3,0,4)$ ,  $C(2,1,3)$ .
- 2) Даны вершины тетраэдра:  $A(2, 3, 1)$ ,  $B(4, 1, -2)$ ,  $C(6, 3, 7)$ ,  $D(-5, -4, 8)$ . Найти длину его высоты, опущенной из вершины  $D$ .
- 3) Даны две прямые  $3x+4y-2=0$ ,  $5x-12y-4=0$  и точка  $(1,1)$ . Внутри угла, образованного данными прямыми и содержащего данную точку, найти такую точку, чтобы её расстояния до данных прямых были равны соответственно 3 и 1.
- 4) Даны вершины тетраэдра:  $A(2, 1, 0)$ ,  $B(1, 3, 5)$ ,  $C(6, 3, 4)$ ,  $D(0, -7, 8)$ . Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую  $AB$  и равноудалённой от вершин  $C$  и  $D$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$9x^2 + 24xy + 16y^2 - 18x + 226y + 209 = 0.$$

#### **5 вариант**

- 1) Вычислить объём тетраэдра, вершины которого находятся в точках:  $A(1, -1, 1)$ ,  $B(4, 1, -2)$ ,  $C(6, 3, 7)$ .
- 2) Даны вершины треугольника  $ABC$ :  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(5, -6, 2)$ ,  $C(1, 3, -1)$ . Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AC$ .
- 3) Дано уравнение стороны ромба  $x+3y-8=0$  и уравнение его диагонали  $2x+y+4=0$ . Написать уравнения остальных сторон ромба, зная, что точка  $(-9, -1)$  лежит на стороне, параллельной данной.
- 4) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $(1, 2, 3)$ , параллельной прямой  $x=y=z$  и отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  равные отрезки.
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$9x^2 + 24xy + 16y^2 - 230x + 110y - 475 = 0.$$

## **6 вариант**

- 1) Даны две соседние вершины квадрата  $A(-3,2)$  и  $B(2,4)$ . Найти две другие вершины.
- 2) Вычислить скалярное произведение  $(\bar{a}, \bar{b})$ , если  $\bar{a} = 3\bar{p} - 2\bar{q}$ ,  $\bar{b} = \bar{p} + 4\bar{q}$ , где  $\bar{p}$  и  $\bar{q}$  – единичные взаимно перпендикулярные векторы.
- 3) Дано уравнение  $x-2y+7=0$  стороны треугольника и уравнения  $x+y-5=0$ ,  $2x+y-11=0$  медиан, выходящих из вершин треугольника, лежащих на данной прямой. Составить уравнения двух других сторон треугольника.
- 4) Доказать, что плоскость  $3x-4y-2z+5=0$  пересекает отрезок, ограниченный точками  $M_1(3, -2, 1)$  и  $M_2(-2, 5, 2)$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a=(1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .  
$$14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0.$$

### **7.1.3. Примерные задания к промежуточному контролю (коллоквиуму)**

#### **Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Комплексные числа»**

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.

#### **Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Матрицы и определители»**

1. Матрицы и операции над ними.
2. Транспонированная матрица.
3. Понятие определителя  $n$ -го порядка.
4. Теорема Лапласа вычисления определителя  $n$ -го порядка.
5. Свойства определителей  $n$ -го порядка.
6. Определители специального вида.
7. Обратная матрица.
8. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

## **Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Системы линейных алгебраических уравнений»**

1. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
2. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
4. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
6. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

## **Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Простейшие задачи аналитической геометрии. Векторы»**

1. Аффинная (общая декартовая) система координат. Прямоугольная декартова система координат.
2. Длина отрезка.
3. Деление отрезка в данном отношении.
4. Площадь треугольника на плоскости.
5. Полярная система координат и ее связь с прямоугольной декартовой.
6. Цилиндрическая система координат.
7. Сферическая система координат.
8. Векторы. Линейные операции над векторами.
9. Понятие линейной зависимости векторов.
10. Скалярное произведение векторов и его свойства.
11. Векторное произведение векторов и его свойства.
12. Смешанное произведение трех векторов.
13. Двойное векторное произведение трех векторов.

## **Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Прямая и плоскость»**

1. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой.
2. Общее уравнение прямой и его исследование.
3. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой “в отрезках”.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между двумя прямыми.
6. Нормальное уравнение прямой.
7. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.
8. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
9. Пучок прямых на плоскости.
10. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
11. Общее уравнение плоскости и его исследование.

12. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости “в отрезках”.
13. Взаимное расположение плоскостей.
14. Параметрические уравнения плоскости.
15. Нормальное уравнение плоскости.
16. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду.
17. Расстояние от точки до плоскости.
18. Пучок плоскостей.
19. Связка плоскостей.
20. Угол между двумя плоскостями.
21. Каноническое уравнение прямой, параметрические и векторно-параметрическое уравнения прямой в пространстве.
22. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
23. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
24. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
25. Взаимное расположение прямых в пространстве.
26. Расстояние между двумя прямыми в пространстве
27. Прямая и плоскость в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
28. Связка прямых.

### **Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Кривые 2-го порядка. Поверхности 2-го порядка»**

1. Окружность.
2. Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения.
3. Исследование канонического уравнения эллипса.
4. Эксцентриситет и директрисы эллипса.
5. Касательная к эллипсу.
6. Оптическое свойство эллипса
7. Преобразование равномерного сжатия плоскости к прямой.
8. Эллипс как результат равномерного сжатия окружности к одному из своих диаметров.
9. Параметрические уравнения эллипса. Практический способ построения.
10. Гипербола.
11. Исследование канонического уравнения гиперболы.
12. Асимптоты гиперболы.
13. Параметрические уравнения гиперболы.
14. Эксцентриситет гиперболы и выражение фокальных радиусов через эксцентриситет.
15. Директрисы гиперболы.
16. Касательная к гиперболе.
17. Оптическое свойство гиперболы.
18. Парабола.
19. Касательная к параболе.
20. Оптическое свойство параболы.
21. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах.

22. Преобразование равномерного сжатия пространства к плоскости.  
 23. Вывод уравнения поверхности вращения.  
 24. Трёхсный эллипсоид.  
 25. Однополостный гиперболоид.  
 26. Двуполостный гиперболоид.  
 27. Эллиптический параболоид.  
 28. Каноническое уравнение эллиптического конуса.  
 29. Цилиндрические поверхности.  
 30. Гиперболический параболоид.  
 31. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

### Тесты по алгебре

#### Тест 1. Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени

-5)	Вычислить $\frac{(1+i)^2 - (4+i) \cdot (2+3i)}{(1-i) \cdot (2+i)}$ ; 1) $3-1.7i$ 2) $0.5+0.75i$ 3) $i$ 4) $1-i$ 5) $-0.3-4.1i$
-2)	Вычислить $\frac{(3+i)-(4-2i) \cdot (1-3i)}{1+i}$ ; 1) $\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i$ 2) $\frac{19}{2} + \frac{9}{2}i$ 3) $-\frac{19}{2} + \frac{9}{2}i$ 4) $\frac{7}{2} + \frac{9}{2}i$ 5) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$
-1)	Вычислить $\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{100}$ ; 1) $-\frac{1}{2^{50}}$ 2) $\frac{1}{2^{40}}$ 3) $2^{100}i$ 4) $\frac{1}{2^{25}}i$ 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$
-3)	Вычислить $(-2+2i)^{80}$ ; 1) $2^{45}$ 2) $3^{80}$ 3) $8^{40}$ 4) $4^{10}i$ 5) $-2^{40}$
-5)	Вычислить $\sqrt[3]{1}$ ; 1) 1 2) $i$ 3) $\{\pm 1; \pm i\}$ 4) $\{-1; \pm i\}$ 5) $\left\{1; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
-4)	Вычислить $\sqrt[4]{-81}$ ; 1) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i; -\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 2) $\{3\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}i; -3\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}i\}$ 3) $\{1; \pm i; -1; \pm i\}$ 4) $\left\{\frac{3\sqrt{2}}{2} \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}i; -\frac{3\sqrt{2}}{2} \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 5) $\left\{\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
-2)	Найти алгебраическую форму комплексного числа $\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}$ ; 1) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
-5)	Найти алгебраическую форму комплексного числа $\cos \pi + i \sin \pi$ ; 1) $i$ 2) $-i$ 3) $1+i$ 4) $1$ 5) $-1$
-5)	Найти модуль и аргумент комплексного числа $3+3i$ ;

	1) $r = 2\sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{6}$ 2) $r = 3, \varphi = \frac{\pi}{3}$ 3) $r = 1, \varphi = 0$ 4) $r = 5, \varphi = \frac{\pi}{4}$ 5) $r = 3\sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}$
-1)	Найти модуль и аргумент комплексного числа $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ ; 1) $r = 1, \varphi = \frac{7\pi}{6}$ 2) $r = 2, \varphi = \frac{5\pi}{6}$ 3) $r = 1, \varphi = \frac{\pi}{3}$ 4) $r = 2, \varphi = \frac{7\pi}{6}$ 5) $r = 1, \varphi = \frac{11\pi}{6}$
-2)	Представить в тригонометрическом виде $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ; 1) $2(\cos 0 + i \sin 0)$ 2) $1\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}\right)$ 3) $3\left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6}\right)$ 4) $-2\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$ 5) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$
-5)	Представить в тригонометрическом виде $-1 + i$ ; 1) $1(\cos 0 + i \sin 0)$ 2) $2(\cos 0 + i \sin 0)$ 3) $-2(\cos 0 - \sin 0)$ 4) $5\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ 5) $1\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right)$
-3)	Вычислить $\frac{\cos 110^\circ + i \sin 110^\circ}{\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ}$ ; 1) 12) $1+i$ 3) $i$ 4) $-i$ 5) $1+2i$
-4)	Вычислить $\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}$ ; 1) 12) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ 3) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 4) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
-2)	Вычислить $i^{123}$ ; 1) 12) $-i$ 3) $-14$ 4) $1+i$ 5) $i$
-5)	Вычислить $i^{-386}$ ; 1) $\frac{1}{2}i$ 2) $i$ 3) $1$ 4) $-i$ 5) $-1$
-2)	Решить квадратное уравнение $x^2 - (2+i)x + (-1+7i) = 0$ ; 1) $\{1+i, 1-i\}$ 2) $\{3-i, -1+2i\}$ 3) $\{1+2i, 3+i\}$ 4) $\{-1+2i, 3-2i\}$ 5) $\{2-i, 3+2i\}$
-1)	Решить квадратное уравнение $x^2 - (3-2i)x + (5-5i) = 0$ ; 1) $\{2+i, 1-3i\}$ 2) $\{4+i, 1-i\}$ 3) $\{2+i, 1-4i\}$ 4) $\{2-i, 1+3i\}$ 5) $\{1+i, 4i\}$
-3)	Решить кубическое уравнение $x^3 - 6x + 9 = 0$ ; 1) $\left\{-2, \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ 2) $\{-5, -3, 1\}$ 3) $\left\{-3, \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ 4) $\left\{1, \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i\right\}$ 5) $\left\{3, \frac{1}{3} \pm \frac{1}{4}i\right\}$
-2)	Решить кубическое уравнение $x^3 + 12x + 63 = 0$ ; 1) $\{-1, \pm 3\}$ 2) $\left\{-3, \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{4}i\right\}$ 3) $\{2, 5 \pm 3i\}$ 4) $\{3, 1 \pm i\}$ 5) $\left\{-3, \frac{3}{2} \pm \frac{5\sqrt{3}}{2}i\right\}$

## Тест 2. Матрицы и определители

<p>-4)</p> <p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 4 \\ 0 &amp; 5 &amp; 2 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} -1 &amp; 0 &amp; 3 \\ 1 &amp; 2 &amp; -2 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 2 &amp; 0 &amp; 4 \\ 1 &amp; 1 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>. Вычислить <math>A+2B-3C</math>;</p> <p>1) <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 1 &amp; -3 \\ 1 &amp; 4 &amp; 5 \end{pmatrix}</math> 2) <math>\begin{pmatrix} 3 &amp; 7 \\ -2 &amp; 0 \\ 5 &amp; -1 \end{pmatrix}</math> 3) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ -1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> 4) <math>\begin{pmatrix} -6 &amp; 1 &amp; -2 \\ -1 &amp; 12 &amp; -1 \end{pmatrix}</math> 5) <math>\begin{pmatrix} -6 &amp; -1 &amp; -2 \\ -1 &amp; 12 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p>
<p>-1)</p> <p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 4 \\ 2 &amp; 5 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 3 &amp; 7 \\ -1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 1 &amp; -2 \\ 1 &amp; 4 \end{pmatrix}</math>. Вычислить <math>2A-B+3C</math>;</p> <p>1) <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; -5 \\ 8 &amp; 22 \end{pmatrix}</math> 2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ -1 &amp; 2 \end{pmatrix}</math> 3) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> 4) <math>\begin{pmatrix} 5 &amp; 3 \\ -1 &amp; 2 \end{pmatrix}</math> 5) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{pmatrix}</math></p>
<p>-5)</p> <p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 5 &amp; 3 \\ 2 &amp; -3 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 2 &amp; -3 &amp; 5 \\ -1 &amp; 4 &amp; -5 \\ 3 &amp; -1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Вычислить <math>A \times B</math>;</p> <p>1) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; -3 \\ 4 &amp; 0 &amp; 5 \end{pmatrix}</math> 2) <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; -1 &amp; 0 \\ 5 &amp; 2 &amp; -3 \\ 1 &amp; 4 &amp; 5 \end{pmatrix}</math> 3) <math>\begin{pmatrix} 6 &amp; 14 \\ -3 &amp; 19 \\ -19 &amp; 17 \end{pmatrix}</math> 4) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> 5) <math>\begin{pmatrix} -6 &amp; 14 &amp; -2 \\ 10 &amp; -19 &amp; 17 \end{pmatrix}</math></p>
<p>-3)</p> <p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 1 \\ 3 &amp; 1 &amp; 3 \\ 1 &amp; 2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 3 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Вычислить <math>A \times B</math>;</p> <p>1) <math>\begin{pmatrix} 3 &amp; -1 &amp; 3 \\ 2 &amp; 5 &amp; 0 \\ 3 &amp; -1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> 2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 0 \\ 2 &amp; 5 &amp; -4 \\ 0 &amp; 3 &amp; 7 \end{pmatrix}</math> 3) <math>\begin{pmatrix} 6 &amp; 8 &amp; 6 \\ 8 &amp; 19 &amp; 8 \\ 6 &amp; 8 &amp; 6 \end{pmatrix}</math> 4) <math>\begin{pmatrix} 3 &amp; -1 &amp; 2 \\ 5 &amp; -1 &amp; 4 \\ 0 &amp; 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> 5) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p>
<p>-5)</p> <p>Вычислить <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; -1 &amp; 2 \\ 5 &amp; 4 &amp; 0 \\ 2 &amp; -3 &amp; 9 \end{vmatrix}</math>;</p> <p>1) -1 2) 17 3) -35 4) 21 5) 35</p>
<p>-4)</p> <p>Вычислить <math>\begin{vmatrix} 4 &amp; -1 &amp; 4 \\ 2 &amp; 5 &amp; -1 \\ 6 &amp; 4 &amp; 3 \end{vmatrix}</math>;</p> <p>1) 5 2) -3 3) 9 4) 0 5) -1</p>
<p>-1)</p> <p>Дана матрица <math>A = \begin{pmatrix} 3 &amp; 4 &amp; -1 \\ -1 &amp; 2 &amp; 3 \\ 0 &amp; 1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>. Вычислить <math>A^{-1}</math>;</p> <p>1) <math>\begin{pmatrix} \frac{3}{22} &amp; -\frac{1}{22} &amp; \frac{14}{22} \\ \frac{3}{22} &amp; \frac{9}{22} &amp; -\frac{8}{22} \\ -\frac{1}{22} &amp; -\frac{3}{22} &amp; \frac{10}{22} \end{pmatrix}</math> 2) <math>\begin{pmatrix} -\frac{20}{11} &amp; \frac{8}{11} &amp; \frac{7}{11} \\ \frac{13}{11} &amp; -\frac{3}{11} &amp; -\frac{4}{11} \\ -\frac{8}{11} &amp; \frac{1}{11} &amp; \frac{5}{11} \end{pmatrix}</math> 3) <math>\begin{pmatrix} \frac{3}{19} &amp; -\frac{1}{19} &amp; \frac{14}{19} \\ \frac{3}{19} &amp; \frac{9}{19} &amp; -\frac{8}{19} \\ -\frac{1}{19} &amp; -\frac{3}{19} &amp; \frac{10}{19} \end{pmatrix}</math></p>

	4) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$
-3)	Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ . Вычислить $A^{-1}$ ; 1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & -5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -\frac{5}{13} & \frac{6}{13} & \frac{2}{13} \\ \frac{8}{13} & -\frac{3}{13} & -\frac{1}{13} \\ \frac{7}{13} & -\frac{4}{13} & -\frac{5}{13} \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -\frac{5}{11} & \frac{6}{11} & \frac{2}{11} \\ \frac{8}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{1}{11} \\ \frac{7}{11} & -\frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 2 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -\frac{4}{11} & \frac{2}{11} & \frac{6}{11} \\ \frac{7}{11} & \frac{2}{11} & \frac{3}{11} \\ \frac{11}{11} & \frac{11}{11} & \frac{11}{11} \\ -\frac{1}{11} & \frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix}$
-3)	Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 6 & -4 \end{pmatrix}$ . Вычислить ранг матрицы $A$ ; 1) 1 2) 4 3) 2 4) 3 5) 0
-4)	Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 3 & 7 & 5 \\ 1 & -2 & 10 & 2 \end{pmatrix}$ . Вычислить ранг матрицы $A$ ; 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) 4
-5)	Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ . Вычислить $A^2$ ; 1) $\begin{pmatrix} 7 & -3 & 7 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 9 \\ 0 & 9 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$
-3)	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Вычислить $(A \times B)^T$ ; 1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 7 & 5 & 0 \\ -7 & -5 & 0 \\ 14 & 10 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 7 & -7 & 14 \\ 5 & -5 & 10 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
-1)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ ;

	1) -9 2) 0 3) 5 4) 9 5) -1
-2)	Вычислить $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$ ; 1) 3 2) -3 3) 0 4) 5 5) -7
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ ; 1) 35 2) 3 3) -4 4) 18 5) 30
-2)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 5 & -4 & -3 \\ 6 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ ; 1) 100 2) 126 3) -100 4) 120 5) -126
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 6 & 36 & 216 \\ 1 & 7 & 49 & 343 \end{vmatrix}$ ; 1) 120 2) 200 3) 260 4) 240 5) 280
-1)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 9 \\ 4 & 16 & 81 \end{vmatrix}$ ; 1) 70 2) 80 3) 60 4) 56 5) -40
-3)	Вычислить $\begin{vmatrix} x_1y_1 & x_1y_2 & x_1y_3 \\ x_2y_1 & x_2y_2 & x_2y_3 \\ x_3y_1 & x_3y_2 & x_3y_3 \end{vmatrix}$ ; 1) 5 2) $x_1y_1$ 3) 0 4) $\sum_{i=1}^n x_i y_i$ 5) $x_3y_3$
-2)	Вычислить по теореме Лапласа $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ ; 1) 5 2) 72 3) -48 4) 48 5) 12

### Тест 3. Системы линейных алгебраических уравнений

-1)	Решить методом Крамера систему $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$
-----	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	1) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$ . 2) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 0$ . 3) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1$ . 4) $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 1$ . 5) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$ .
-4)	Решить методом Крамера систему $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$ 1) $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 4$ . 2) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{7}{2}, x_3 = \frac{5}{2}$ . 3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}, x_3 = 0$ . 4) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{15}{2}, x_3 = 7$ . 5) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{15}{2}, x_3 = \frac{7}{2}$ .
-2)	Решить в матричном виде систему $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$ 1) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3$ . 2) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3$ . 3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{6}, x_3 = -\frac{5}{3}$ . 4) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0$ . 5) $x_1 = 3, x_2 = -4, x_3 = 1$ .
-5)	Решить в матричном виде систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3. \end{cases}$ 1) $x_1 = 2, x_2 = -3, x_3 = 1$ . 2) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -1$ . 3) $x_1 = 5, x_2 = 2, x_3 = -1$ . 4) $x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 5$ . 5) $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -1$ .
-3)	При каком значении $\lambda$ система совместная $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = \lambda. \end{cases}$ 1) $\lambda = 1$ 2) $\lambda = -1$ 3) $\lambda = 3$ 4) $\lambda = 0$ 5) $\lambda = -2$
-1)	При каком значении $\lambda$ система совместная $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 = 7, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 4, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + \lambda x_4 = 3. \end{cases}$ 1) $\lambda = 1$ 2) $\lambda = -5$ 3) $\lambda = 0$ 4) $\lambda = 5$ 5) $\lambda = -3$
-1)	Методом Гаусса найти общее решение системы $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 17, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 19, \\ 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 19. \end{cases}$ 1) $x_1 = 1, x_2 = 2 - x_4, x_3 = 3 - x_4$ . 2) $x_1 = 3x_4, x_2 = 3 - x_4, x_3 = 2 + x_4$ . 3) $x_1 = 1 + x_4, x_2 = 2 + 2x_4, x_3 = 1 - x_4$ . 4) $x_1 = -1, x_2 = 1 - x_4, x_3 = 2 - x_4$ . 5) $x_1 = 3, x_2 = x_4, x_3 = -3 + 2x_4$ .
-2)	Методом Гаусса найти общее решение системы $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 6, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2. \end{cases}$ 1) $x_1 = 2 - x_4, x_2 = 1 - x_4, x_3 = x_4$ . 2) $x_1 = 1 - \frac{1}{5}x_4, x_2 = 1 - \frac{6}{5}x_4, x_3 = 1 - \frac{3}{5}x_4$ . 3) $x_1 = 1 + \frac{1}{3}x_4, x_2 = 1 + \frac{1}{4}x_4, x_3 = 2 - \frac{1}{3}x_4$ . 4) $x_1 = x_4, x_2 = 3 + 2x_4, x_3 = -x_4$ .

	5) $x_1 = 2x_4, x_2 = 1 - x_4, x_3 = 3 - 2x_4.$
-5)	Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 6, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 16, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 11. \end{cases}$ <p>1) <math>x_1 = -1, x_2 = 4, x_3 = -1, x_4 = 0.</math> 2) <math>x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 0.</math>      3) <math>x_1 = 2, x_2 = 5, x_3 = -3, x_4 = 0.</math> 4) <math>x_1 = 3, x_2 = 1, x_3 = -1, x_4 = 0.</math>      5) <math>x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 0.</math></p>
-3)	Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 5, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 2. \end{cases}$ <p>1) <math>x_1 = 5, x_2 = 3, x_3 = 1, x_4 = 0.</math> 2) <math>x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 2, x_4 = 0.</math>      3) <math>x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 1, x_4 = 0.</math> 4) <math>x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = 1, x_4 = 0.</math>      5) <math>x_1 = 2, x_2 = 2, x_3 = 2, x_4 = 0.</math></p>
-1)	Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 7, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$ <p>1) <math>x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 2.</math> 2) <math>x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 4.</math>      3) <math>x_1 = -1, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 2.</math> 4) <math>x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 1, x_4 = 2.</math>      5) <math>x_1 = 3, x_2 = 3, x_3 = 1, x_4 = 2.</math></p>
-4)	Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$ <p>1) <math>x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 2, x_4 = 3.</math> 2) <math>x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = -3.</math>      3) <math>x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = 2, x_4 = 3.</math> 4) <math>x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = 3.</math>      5) <math>x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = -3.</math></p>
-3)	При каком значении $\lambda$ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 + \lambda x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$ <p>1) <math>\lambda = 0</math> 2) <math>\lambda = -2</math> 3) <math>\lambda = 4</math> 4) <math>\lambda = -1</math> 5) <math>\lambda = 3</math></p>
-1)	При каком значении $\lambda$ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0. \end{cases}$ <p>1) <math>\lambda \neq 2</math> 2) <math>\lambda \in (-\infty, 3)</math> 3) <math>-2 \leq \lambda \leq 2</math> 4) <math>\lambda &gt; 2</math> 5) <math>\lambda &lt; 2</math></p>

## Тесты по геометрии

### Тест 1. Системы координат

-1)	Даны три последовательных вершины параллелограмма $A(-2;1), B(1;3), C(4;0).$ Найти четвертую его вершину. 1) (1;-2) 2) (2;4) 3) (1;0) 4) (-2;-3) 5) (1;3)
-5)	Найти расстояние между двумя точками $A(4;3)$ и $B(7;7).$

	1) 3 2) 2 3) 8 4) 6 5) 5
-2)	На оси $Oy$ найти точку, равноудаленную от точки $M(-8;-4)$ и от начала координат. 1) (1;1) 2) (0;-10) 3) (10;0) 4) (0;-3) 5) (2;-4)
-3)	Дан треугольник $ABC$ : $A(2;-3)$ , $B(1;3)$ , $C(5;-1)$ . Найти точку $M(x;y)$ , симметричную вершине $A$ относительно стороны $BC$ . 1) (1;-1) 2) (2;4) 3) (7;2) 4) (0;0) 5) (-3;-10)
-1)	Найти центр окружности, проходящей через точку $A(-4;2)$ и касающейся оси $Ox$ в точке $B(2;0)$ . 1) (2;10) 2) (2;-8) 3) (4;8) 4) (-4;10) 5) (0;0)
-4)	Найти координаты точки $M$ , делящей отрезок $M_1M_2$ в отношении $\lambda=2$ , если $M_1(2;3)$ и $M_2(-5;1)$ . 1) (1;1) 2) $\left(\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$ 3) $\left(\frac{4}{3};-\frac{5}{3}\right)$ 4) $\left(-\frac{8}{3};\frac{5}{3}\right)$ 5) $\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$
-3)	Один из концов отрезка $AB$ находится в точке $A(2;3)$ , его серединой служит точка $M(1;-2)$ . Найти другой конец $B$ отрезка. 1) (6;0) 2) (0;6) 3) (0;-7) 4) (7;7) 5) (-1;-3)
-2)	Найти середину отрезка $M_1M_2$ , если $M_1(2;3)$ , $M_2(-4;7)$ . 1) (1;1) 2) (-1;2) 3) (0;2) 4) (5;5) 5) (3;1)
-4)	Дан треугольник $ABC$ : $A(5;-4)$ , $B(-1;2)$ , $C(5;2)$ . Найти длину медианы $AD$ . 1) 3 2) 5 3) 7 4) $\sqrt{45}$ 5) $\sqrt{55}$
-3)	Вычислить площадь треугольника, вершинами которого служат точки $A(2;4)$ , $B(9;4)$ , $C(7;6)$ . 1) 5 2) 3 3) 7 4) 9 5) 4
-4)	Две вершины треугольника находятся в точках $A(5;1)$ и $B(-2;2)$ , третья вершина $C$ – на оси $Ox$ . Зная, что площадь треугольника равна 10, найти третью вершину. 1) (-8;0) 2) (32;0) 3) (8;0), (32;0) 4) (-8;0), (32;0) 5) (12;0)
-1)	Найти полярные координаты точки, симметричной точке $A\left(1;\frac{\pi}{4}\right)$ относительно полюса. 1) $\left(1;\frac{5\pi}{4}\right)$ 2) $\left(1;\frac{3\pi}{4}\right)$ 3) $\left(-1;\frac{5\pi}{4}\right)$ 4) $\left(1;\frac{7\pi}{4}\right)$ 5) $\left(1;-\frac{\pi}{4}\right)$
-2)	Вычислить полярные координаты середины отрезка $AB$ , если $A\left(8;\frac{\pi}{2}\right)$ и $B(8;0)$ . 1) $\left(1;\frac{3\pi}{4}\right)$ 2) $\left(4\sqrt{2};\frac{\pi}{4}\right)$ 3) $\left(1;\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $\left(3\sqrt{3};\frac{7\pi}{4}\right)$ 5) $\left(8\sqrt{2};\frac{\pi}{4}\right)$
-3)	Найти прямоугольные координаты точки, заданной в полярной системе координат: $A\left(2;\frac{\pi}{3}\right)$ , причем полярная ось совпадает с положительной полуосью оси абсцисс, а начало координат – с полюсом. 1) $(1;\sqrt{5})$ 2) $(-\sqrt{2};4)$ 3) $(1;\sqrt{3})$ 4) $(3\sqrt{3};2)$ 5) $(2;-5)$
-3)	Зная прямоугольные координаты точки $A(-1;1)$ найти ее полярные координаты. 1) $\left(1;\frac{\pi}{2}\right)$ 2) $(-2;0)$ 3) $\left(\sqrt{2};\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $\left(3;\frac{\pi}{6}\right)$ 5) $\left(2;\frac{11\pi}{6}\right)$
-5)	Найти прямоугольные координаты точки $A\left(3;\frac{\pi}{2};-2\right)$ , заданной в цилиндрической системе координат. 1) (1;4;-3) 2) (2;5;0) 3) (-1;2;2) 4) (1;3;-2) 5) (3;0;-2)

-5)	Найти цилиндрические координаты точки $(\sqrt{3}; -1; -3)$ , заданной в прямоугольной декартовой системе координат. 1) $\left(2; \frac{7\pi}{6}; -3\right)$ 2) $\left(4; \frac{\pi}{2}; 3\right)$ 3) $\left(1; \frac{5\pi}{4}; -3\right)$ 4) $(1; 0; -2)$ 5) $\left(2; \frac{11\pi}{6}; -3\right)$
-3)	Найти прямоугольные декартовые координаты точки $B\left(1; \frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ , заданной в сферической системе координат. 1) $(1; 2; 3)$ 2) $(-2; 3; -1)$ 3) $(0; 0; 1)$ 4) $(3; 2; -1)$ 5) $(1; 5; -4)$
-4)	Найти сферические координаты точки $A(-3, \sqrt{3}, -2)$ , заданной в прямоугольной декартовой системе координат. 1) $\left(3; \frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ 2) $\left(1; \frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6}\right)$ 3) $\left(2; \frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right)$ 4) $\left(4; \frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}\right)$ 5) $\left(1; 0; \frac{\pi}{2}\right)$
-2)	Найти сферические координаты точки, симметричной точке $A(3, \frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{3})$ относительно фокуса. 1) $\left(-3; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ 2) $\left(3; \frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ 3) $\left(3; \frac{11\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$ 4) $\left(4; \frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}\right)$ 5) $\left(2; \frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}\right)$

## Тест 2. Прямая и плоскость

-3)	Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и через точку $(-1, -8)$ . 1) $x + y = 0$ 2) $2x + 4y - 3 = 0$ 3) $8x - y = 0$ 4) $x + 8y = 0$ 5) $8x + 8y - 3 = 0$
-1)	Дан треугольник $ABC$ : $A(-2, 3)$ , $B(4, 1)$ , $C(6, -5)$ . Написать уравнение медианы $AM$ . 1) $5x + 7y - 11 = 0$ 2) $3x + 2y - 4 = 0$ 3) $x + y = 0$ 4) $5x + 7y + 11 = 0$ 5) $5x + 5y - 11 = 0$
-4)	Определить площадь треугольника, заключенного между осями координат и прямой $x + 2y - 6 = 0$ . 1) 7 2) 4 3) 8 4) 9 5) 7
-5)	Через точку $M_0(7, 4)$ провести прямую, параллельную прямой $3x - 2y + 4 = 0$ . 1) $2x - 3y + 11 = 0$ 2) $2x - 2y + 13 = 0$ 3) $3x + 2y + 13 = 0$ 4) $2x + 3y + 15 = 0$ 5) $3x - 2y - 13 = 0$
-2)	Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(7, 4)$ перпендикулярно к прямой $3x - 2y + 4 = 0$ . 1) $x - 3y - 5 = 0$ 2) $2x + 3y - 26 = 0$ 3) $3x + 2y - 26 = 0$ 4) $2x + 5y - 3 = 0$ 5) $-x + 2y - 11 = 0$
-4)	Вычислить расстояние $d$ между параллельными прямыми: $3x - 4y - 10 = 0$ и $6x - 8y + 5 = 0$ . 1) 3 2) 4 3) 2 4) 2.5 5) 1.5
-1)	Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $7x - y + 3 = 0$ и $3x + 5y - 4 = 0$ и через точку $A(2, -1)$ . 1) $25x + 29y - 21 = 0$ 2) $x - 3y + 11 = 0$ 3) $23x + 28y - 31 = 0$ 4) $x + 3y - 14 = 0$ 5) $25x - 29y + 21 = 0$
-2)	Составить уравнение плоскости, проходящей через три данные точки: $M_1(2, 3, 1)$ , $M_2(3, 1, 4)$ , $M_3(2, 1, 5)$ . 1) $x + y - z + 3 = 0$ 2) $x + 2y + z - 9 = 0$ 3) $2x + 3y + z + 1 = 0$ 4) $x - y + 3z + 4 = 0$

	5) $x + y - z + 1 = 0$
-4)	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3,5,-7)$ и отсекающей на осях координат равные отрезки. 1) $x + y - 3z + 11 = 0$ 2) $x + y + z + 10 = 0$ 3) $x + y + z - 5 = 0$ 4) $x + y + z - 10 = 0$ 5) $2x + 2y - 2z + 3 = 0$
-3)	Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2,-1,3)$ и $M_1(3,1,2)$ параллельно вектору $\bar{a} = \{3,1,-4\}$ . 1) $x + y + z = 0$ 2) $x + y - z = 0$ 3) $x - y - z = 0$ 4) $2x + 3y + z = 0$ 5) $x + 3y - 4z = 0$
-2)	Вычислить расстояние $d$ от точки $M_0(-2,-4,2)$ до плоскости, проходящей через три точки $M_1(1,-1,1)$ , $M_2(-2,1,3)$ и $M_3(4,-5,-2)$ . 1) 3 2) 4 3) 5 4) 8 5) 12
-5)	Написать уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через линию пересечения плоскостей $2x+5y-6z+1=0$ , $3y+2z+6=0$ . 1) $6x+9y+5z-3=0$ 2) $x+8y+5z+3=0$ 3) $6x-8y-5z+3=0$ 4) $x+9y+5z+11=0$ 5) $6x+9y-22z=0$
-2)	Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(2,3,1)$ и $M_2(4,6,9)$ . 1) $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 2) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 3) $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 4) $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+4}{3}$ 5) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$
-1)	Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $2x-z=0$ , $x+y-z+5=0$ и перпендикулярной к плоскости $7x-y+4z-3=0$ . 1) $3x+5y-4z+25=0$ 2) $3x-4z+25=0$ 3) $3x-5y+4z+25=0$ 4) $x-y+3z+11=0$ 5) $3x-5y-4z+25=0$
-2)	Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(1,-1,3)$ параллельно вектору $\bar{a} = \{2,-3,4\}$ . 1) $\begin{cases} x = t + 1, \\ y = t - 1, \\ z = -4t + 3. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = -3t - 1, \\ z = 4t + 3. \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x = -2t + 1, \\ y = 3t - 1, \\ z = 3t + 3. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x = -t + 1, \\ y = -5t - 5, \\ z = 4t + 36. \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x = -2t, \\ y = 3t + 5, \\ z = t - 1. \end{cases}$
-5)	Составить каноническое уравнение прямой, заданной как линия пересечения двух плоскостей: $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$ 1) $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 2) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{8}$ 3) $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{5}$ 4) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-5}{6} = \frac{z-4}{-3}$ 5) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{4}$
-1)	Из точки $M_0(3,-2,4)$ опустить перпендикуляр на плоскость $5x+3y-7z+1=0$ . 1) $\frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-7}$ 2) $\frac{x}{-1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ 3) $\frac{x-5}{-2} = \frac{y+5}{6} = \frac{z-5}{7}$ 4) $\frac{x-5}{-4} = \frac{y+4}{-6} = \frac{z-4}{-3}$ 5) $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+13}{1} = \frac{z-8}{4}$
-3)	Найти проекцию точки $M_0(1,2,-3)$ на плоскость $6x-y+3z-41=0$ . 1) (1;2;3) 2) (-2;3;-1) 3) (7;1;0) 4) (3;2;-1) 5) (1;5;-4)

-4)	<p>Найти точку, симметричную точке <math>M_1(4,3,10)</math> относительно прямой <math>l</math>: <math>\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = 4t + 12, \\ z = 5t + 3. \end{cases}</math></p> <p>1) (-1;5;4) 2) (7;-3;1) 3) (8;-1;5) 4) (2;9;6) 5) (0;-5;1)</p>
-5)	<p>Найти расстояние между параллельными прямыми: <math>\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}</math> и <math>\frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}</math>.</p> <p>1) 6 2) 7 3) 2 4) 2 5) 3</p>

### Тест 3. Теория кривых 2-го порядка

-4)	<p>Составить каноническое уравнение эллипса, если полуоси <math>a=5</math>, <math>b=4</math>.</p> <p>1) <math>\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1</math> 2) <math>\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1</math> 3) <math>\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1</math> 4) <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1</math> 5) <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1</math></p>
-2)	<p>Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусами равно 8 и большая ось равна 10.</p> <p>1) <math>\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1</math> 2) <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1</math> 3) <math>\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1</math> 4) <math>\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1</math> 5) <math>\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1</math></p>
-1)	<p>Прямые <math>x=\pm 8</math> служат директрисами эллипса, малая ось которого равна 8. Составить уравнение этого эллипса.</p> <p>1) <math>\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1</math> 2) <math>\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1</math> 3) <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1</math> 4) <math>\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1</math> 5) <math>\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1</math></p>
-3)	<p>Составить каноническое уравнение эллипса, если малая ось его видна из фокуса под прямым углом, а фокусы находятся в точках <math>F_1(-3,0)</math>, <math>F_2(3,0)</math>.</p> <p>1) <math>\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{16} = 1</math> 2) <math>\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{18} = 1</math> 3) <math>\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1</math> 4) <math>\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1</math> 5) <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1</math></p>
-2)	<p>Составить уравнения касательных к эллипсу <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1</math>, проходящих через точку <math>N(10,4)</math>.</p> <p>1) <math>x + y - 3 = 0</math> 2) <math>y = 4</math>, <math>16x - 15y - 100 = 0</math> 3) <math>3x + 4y - 12 = 0</math>, <math>2x + 3y + 1 = 0</math>      4) <math>x = 3</math>, <math>y = -4</math> 5) <math>x + y - 1 = 0</math>, <math>x + y - 1 = 0</math></p>
-3)	<p>Составить каноническое уравнение гиперболы, если действительная полуось <math>a=5</math>, а мнимая <math>b=3</math>.</p> <p>1) <math>\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{16} = 1</math> 2) <math>\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1</math> 3) <math>\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1</math> 4) <math>\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1</math> 5) <math>\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1</math></p>
-4)	<p>Составить каноническое уравнение гиперболы, если расстояние между фокусами равно 10 и действительная ось равна 8.</p> <p>1) <math>\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1</math> 2) <math>\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1</math> 3) <math>\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1</math> 4) <math>\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1</math> 5) <math>\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1</math></p>
-1)	<p>Даны уравнения асимптот <math>y = \pm \frac{5}{12}x</math> гиперболы и координаты точки <math>M(24,5)</math>, лежащей на гиперболе. Составить каноническое уравнение гиперболы.</p> <p>1) <math>\frac{x^2}{432} - \frac{y^2}{75} = 1</math> 2) <math>\frac{x^2}{400} - \frac{y^2}{100} = 1</math> 3) <math>\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{75} = 1</math> 4) <math>\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1</math> 5) <math>\frac{x^2}{200} - \frac{y^2}{100} = 1</math></p>

-1)	Составить каноническое уравнение гиперболы, если расстояние между директрисами равно $\frac{32}{5}$ и эксцентриситет $e = \frac{5}{4}$ . $1) \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ $2) \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ $3) \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ $4) \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ $5) \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = 1$
-5)	Написать уравнения асимптот и уравнения директрис гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ . $1) y = \pm \frac{8}{3}x, x = \pm \frac{19}{5}$ $2) y = \pm \frac{5}{3}x, x = \pm \frac{8}{5}$ $3) y = \frac{4}{3}x, x = \frac{9}{5}$ $4) y = -\frac{4}{3}x, x = -\frac{9}{5}$ $5) y = \pm \frac{4}{3}x, x = \pm \frac{9}{5}$
-2)	Дана гипербола $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ . Написать уравнение сопряженной гиперболы и вычислить ее эксцентриситет. $1) \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1, e = \frac{3}{4}$ $2) \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1, e = \frac{5}{4}$ $3) \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{8} = 1, e = \frac{3}{2}$ $4) \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1, e = \frac{3}{5}$ $5) \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1, e = \frac{5}{3}$
-3)	Составить уравнение касательной к гиперболе $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ в точке $M(-5,4)$ . $1) 6x + y - 3 = 0$ $2) x + 8y + 3 = 0$ $3) x + y - 1 = 0$ $4) x + 9y + 11 = 0$ $5) x + y - 2 = 0$
-2)	Определить координаты фокуса параболы $y^2 = -8x$ . $1) F(4;0)$ $2) F(-2;0)$ $3) F(2;0)$ $4) F(0;-2)$ $5) F(0;2)$
-5)	Составить уравнение параболы, если она симметрична относительно оси $Ox$ , проходит через начало координат и через точку $M(1,-4)$ . $1) y^2 = -16x$ $2) y^2 = 8x$ $3) y^2 = 6x$ $4) x^2 = 16y$ $5) y^2 = 16x$
-4)	Составить уравнение касательной к параболе $y^2 = 4x$ в точке $M(9,6)$ . $1) x + y - 3 = 0$ $2) 2x + y + 3 = 0$ $3) 2x + y - 1 = 0$ $4) x - 3y + 9 = 0$ $5) x + y - 2 = 0$
-3)	Дан эллипс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ . Написать уравнение этого эллипса в полярных координатах. $1) r = \frac{8}{3 - 2 \cos \varphi}$ $2) r = \frac{10}{3 - 4 \cos \varphi}$ $3) r = \frac{10}{3 - 2 \cos \varphi}$ $4) r = \frac{10}{3 + 2 \cos \varphi}$ $5) r = \frac{1}{3 - \cos \varphi}$
-1)	Дана гипербола $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ . Написать уравнение этой гиперболы в полярных координатах. $1) r = \frac{18}{4 - 5 \cos \varphi}$ $2) r = \frac{16}{3 - 4 \cos \varphi}$ $3) r = \frac{10}{1 - \cos \varphi}$ $4) r = \frac{4}{3 + 2 \cos \varphi}$ $5) r = \frac{18}{3 - \cos \varphi}$
-4)	Дана парабола $y^2 = 10x$ . Написать уравнение этой параболы в полярных координатах. $1) r = \frac{4}{4 - \cos \varphi}$ $2) r = \frac{6}{1 - 4 \cos \varphi}$ $3) r = \frac{5}{1 + \cos \varphi}$ $4) r = \frac{5}{1 - \cos \varphi}$ $5) r = \frac{1}{3 - \cos \varphi}$
-5)	Кривая дана уравнением в полярных координатах $r = \frac{144}{13 - 5 \cos \varphi}$ . Написать уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат.

	1) $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$
-2)	Найти центр кривой 2-го порядка $3x^2 - 4xy - 2y^2 + 3x - 12y - 7 = 0$ . 1) $(-1, -1)$ 2) $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ 3) $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ 4) $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ 5) $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

#### 7.1.4. Экзаменационные вопросы

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -ой степени.
5. Решение уравнений 3, 4 степени.
6. Матрицы и операции над ними.
7. Транспонированная матрица.
8. Понятие определителя  $n$ -го порядка.
9. Теорема Лапласа вычисления определителя  $n$ -го порядка.
10. Свойства определителей  $n$ -го порядка.
11. Определители специального вида.
12. Обратная матрица.
13. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.
14. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
15. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
16. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
17. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
18. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
19. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.
20. Аффинная (общая декартовая) система координат. Прямоугольная декартова система координат.
21. Полярная система координат и ее связь с прямоугольной декартовой.
22. Цилиндрическая система координат.
23. Сферическая система координат.
24. Векторы. Линейные операции над векторами.
25. Понятие линейной зависимости векторов.
26. Скалярное произведение векторов и его свойства.
27. Векторное произведение векторов и его свойства.
28. Смешанное произведение трех векторов.
29. Двойное векторное произведение трех векторов.
30. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой.
31. Общее уравнение прямой и его исследование.
32. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой “в отрезках”
33. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
34. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между двумя прямыми.

- 35.Нормальное уравнение прямой.
- 36.Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.
- 37.Расстояние от точки до прямой на плоскости.
- 38.Пучок прямых на плоскости.
- 39.Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
- 40.Общее уравнение плоскости и его исследование.
- 41.Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости “в отрезках”.
- 42.Взаимное расположение плоскостей.
- 43.Расстояние от точки до плоскости.
- 44.Угол между двумя плоскостями.
- 45.Каноническое уравнение прямой, параметрические и векторно-параметрическое уравнения прямой в пространстве.
- 46.Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
- 47.Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
- 48.Расстояние от точки до прямой в пространстве.
- 49.Взаимное расположение прямых в пространстве.
- 50.Расстояние между двумя прямыми в пространстве
- 51.Прямая и плоскость в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
- 52.Связка прямых.
- 53.Окружность.
- 54.Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения.
- 55.Исследование канонического уравнения эллипса.
- 56.Эксцентриситет и директрисы эллипса.
- 57.Касательная к эллипсу.
- 58.Оптическое свойство эллипса
- 59.Преобразование равномерного сжатия плоскости к прямой.
- 60.Эллипс как результат равномерного сжатия окружности к одному из своих диаметров.
- 61.Гипербола.
- 62.Исследование канонического уравнения гиперболы.
- 63.Асимптоты гиперболы.
- 64.Эксцентриситет гиперболы и выражение фокальных радиусов через эксцентриситет.
- 65.Директрисы гиперболы.
- 66.Касательная к гиперболе.
- 67.Оптическое свойство гиперболы.
- 68.Парабола.
- 69.Касательная к параболе.
- 70.Оптическое свойство параболы.
- 71.Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах.

## **7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних работ - 0 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- коллоквиум - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

## **8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

a) основная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 180 с. — 978-5-7782-2409-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>
2. Беклемишев, Дмитрий Владимирович. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : [учеб. для вузов] / Беклемишев, Дмитрий Владимирович. - 10-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2005. - 303 с. ; 22 см. - Библиогр.: с. 302-303. - Предм. указ.: с. 298-301. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-9221-0304-0 : 190-08.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : [по специальностям "Математика" и "Прикладная математика"]. Ч.2 : Линейная алгебра / Кострикин, Алексей Иванович ; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - Изд. 3-е. - М. : Физматлит, 2004. - 367 с. : ил. ; 23 см. - (Классический университетский учебник). - Предм.-имен. указ.: с. 362-367. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-9221-0488-8 : 169-00.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Ефимов, Николай Владимирович. Краткий курс аналитической геометрии : Учеб. для вузов / Ефимов, Николай Владимирович. - Изд. 13-е, стер. - М. : Физматлит, 2002, 1975, 1972, 1969, 1967, 1965 (Наука). - 238 с. - ISBN 5-9221-0252-4 : 138-00.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

1. Никонова Н.В. Краткий курс алгебры и геометрии. Примеры, задачи, тесты [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Никонова, Н.Н. Газизова, Г.А. Никонова. — Электрон. текстовые данные. — Казань:

Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 100 с. — 978-5-7882-1711-6. — Режим доступа:  
<http://www.iprbookshop.ru/61981.html>

2. Тышкевич, Р.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко ; под ред. Д.А.Супруненко. - 2-е изд., перераб. - Минск : Вышэйш. школа, 1976. - 544 с. : ил. - 1-42.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Привалов, Иван Иванович. Аналитическая геометрия : учебник / Привалов, Иван Иванович. - 37-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 299 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0518-3 : 234-85.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Постников, Михаил Михайлович. Аналитическая геометрия : лекции по геометрии: учеб. пособие. Ч.1 / Постников, Михаил Михайлович. - Изд. 3-е, испр. - СПб. [и др.] : Лань, 2009. - 414,[1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0889-4 : 262-57.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.elib.dgu.ru/>  
<http://www.iprbookshop.ru/>  
<http://intuit.ru/>

## **10. Методические указания по освоению дисциплины**

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на ошибки в учении. Практические задания позволяют студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Алгебра и геометрия» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов.