МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дифференциальная геометрия и топология

Кафедра: *дифференциальных уравнений и функционального анализа*
Факультете: *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Профили подготовки
«*Информатика и компьютерные науки*»

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Форма обучения:
очная

Статус дисциплины: входит в модуль профильной направленности ОПОП, дисциплина по выбору

Махачкала 2021

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата) от 23.08.2017 №808.

Разработчик: доцент кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа, канд. физ.-мат. наук, Рагимханов В.Р.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры Дискретной математики и информатики от 30.05.2021 г., протокол № 9

Зав. кафедрой ____________ Магомедов А.М.
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2021г., протокол № 6.

Председатель _____________ Бейбалаев В.Д.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «_09_» июля 2021г.

Начальник УМУ ______________Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Дифференциальная геометрия и топология» является дисциплиной по выбору и входит в модуль профильной направленности образовательной программы бакалавриата по направлению **02.03.02 – Фундаментальная информатика и информационные технологии.**

Дисциплина реализуется на *факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.*

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных топологическими пространствами и непрерывными отображениями между ними, гладкими отображениями и гладкими отображениями между ними, с различными дифференциально-геометрическими конструкциями на гладких многообразиях; более классические вопросы связаны с регулярными кривыми на плоскости и пространстве, регулярными поверхностями в трехмерном пространстве, понятиями кривизны кривой и поверхности.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
универсальная компетенция (УК): УК-1;
общепрофессиональная компетенция (ОПК): ОПК-1;
профессиональная компетенция (ПК): ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме зачета*.

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

<table>
<tr><td rowspan="5">Семестр</td><td colspan="7">Учебные занятия</td><td rowspan="5">Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Всего</td><td colspan="6">в том числе</td></tr>
<tr><td colspan="5">Контактная работа обучающихся с преподавателем</td><td rowspan="3">СРС, в том числе экзамен</td></tr>
<tr><td colspan="5">из них</td></tr>
<tr><td>Лекции</td><td>Лабораторные занятия</td><td>Практические занятия</td><td>КСР</td><td>консультации</td></tr>
<tr><td>4</td><td>108</td><td>22</td><td></td><td>16</td><td></td><td></td><td>70</td><td>Зачет</td></tr>
<tr><td>Итого</td><td>108</td><td>22</td><td></td><td>16</td><td></td><td></td><td>70</td><td></td></tr>
</table>

1. Цели освоения дисциплины

Целью преподавания дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» является:

1) овладение студентами математическим аппаратом классической и современной дифференциальной геометрии, и топологии, фундаментальными теоретическими положениями этих теорий;
2) воспитание и развитие их математической культуры;
3) осознание ими прикладного характера математики в целом и дифференциальной геометрии, и топологии в частности.

Вместе с тем, изучение дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» преследует и следующие частные цели:

1) обеспечение понятийной базы для изучения других предметов, использующих геометрию и топологию в качестве поставщика необходимого математического аппарата (математический и функциональный анализ, теория дифференциальных уравнений, теоретическая физика, геометрия «в целом», алгебраическая и дифференциальная топология и др.), и дальнейшего самостоятельного изучения математики;
2) воспитание и развитие их математической культуры;
3) осознание ими прикладного характера математики в целом и дифференциальной геометрии, и топологии в частности.
4) формирование более широкого и глубокого понимания важнейших геометрических и топологических структур, повсеместно используемых в математике;
5) сопровождение теоретического материала разнообразными задачами и упражнениями для самостоятельного решения, позволяющими более глубоко прочувствовать теоретические положения дисциплины и развить у студентов навыки самостоятельной работы.

2.Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *дифференциальная геометрия и топология* является дисциплиной по выбору и входит в модуль профильной направленности ОПОП по направлению *02.03.02 – Фундаментальная информатика и информационные технологии*.

Классическая ветвь математики – дифференциальная геометрия – и более современная математическая дисциплина – топология – являются теми, связанными между собой разделами современной математики, без знания которых невозможно представить квалифицированного бакалавра–математика.

Современные дифференциальная геометрия и топология используются как для решения теоретических вопросов математики, так и для решения прикладных математических задач.

Топология как наука, изучающая понятие непрерывности, является одной из фундаментальных наук, лежащих в основе математики, по крайне мере, в основе тех её разделов, которые связаны с непрерывностью. Сюда входят математический и функциональный анализ, геометрия, частично алгебра и многие другие разделы математики. Постоянный интерес к топологии вызван потребностью математиков в свободном владении наиболее общими фундаментальными идеями математики, обеспечивающими её единство.

Всё это показывает важность и актуальность изучения дифференциальной геометрии и топологии для подготовки квалифицированных бакалавров по направлению **02.03.02 – Фундаментальная информатика и информационные технологии**.

Чтение курса предполагает знакомство с аналитической геометрией, алгеброй и математическим анализом.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	**Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ОПОП)**	**Процедура освоения**
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Самостоятельная работа.
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными объектами и сетью Интернет, опыт научного поиска, опыт библиографического разыскания, создания научных текстов.	
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук; знает основную терминологию.	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Самостоятельная работа.
	ОПК-1.2. Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты.	
	ОПК-1.3. Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности	
ПК-2. Способность понимать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, основные законы естествознания, современные языки программирования и	ПК-2.1. Знает основные методы решения прикладных задач, современные методы информационных технологий.	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Самостоятельная работа.
	ПК-2.2. Умеет корректно оформить результаты научного труда в соответствии с современными требованиями	
	ПК-2.3. Имеет практический опыт использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического	

программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии.	разыскания и описания, опыт работы с научными источниками.	

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 3, академических часов 108.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Четвертый семестр								
Модуль 1. Теория кривых								
Всего по модулю 1	***4***		***8***	***6***			***22***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Предмет и метод дифференциальной геометрии. Понятие кривой.	4		2	2			2	
2. Длина и кривизна кривой.	4		3	2			10	
3. Кручение кривой. Формулы Френе	4		3	2			10	
Модуль 2. Теория поверхностей								
Всего по модулю 2	***4***		***10***	***6***			***20***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Понятие поверхности. Регулярные поверхности	4		2	2			8	
2. Внутренняя геометрия поверхности	4		4	2			8	
3. Внешняя геометрия поверхности.	4		4	2			4	
Модуль 3. Общая топология								
Всего по модулю 3	***4***		***4***	***4***			***28***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Метрические и топологические пространства	4		2	2			20	
2. Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы	4		2	2			8	
ИТОГО за 4 семестр			**22**	**16**			**70**	**зачет**
ИТОГО			**22**	**16**			**70**	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Четвертый семестр

Модуль 1. *Теория кривых*

- Лекция № 1. Предмет и метод дифференциальной геометрии. Понятие кривой
  - *Предмет и история классической дифференциальной геометрии.*
  - *Обзор проблем и методов современной дифференциальной геометрии*
  - *Вектор-функции скалярного аргумента*
  - *Непрерывность и дифференцируемость вектор-функции скалярного аргумента.*
  - *Трудности, связанные с определением понятия кривой*
  - *Регулярные кривые*
  - *Касательная к кривой*

- Лекция № 2. Естественная параметризация регулярной кривой.
  - *Естественная параметризация регулярной кривой*
  - *Примеры естественных перепараметризаций*
  - *Длина кривой*

- Лекция № 3. Плоские кривые.
  - *Плоские кривые*
  - *Способы задания плоских кривых*
  - *Касание плоских кривых. Огибающие*
  - *Кривизна плоской кривой*
  - *Формулы Френе для плоских кривых*

- Лекция № 4. Пространственные кривые.
  - *Способы задания пространственных кривых*
  - *Кривизна и кручение пространственных кривых*
  - *Базис Френе (естественный трехгранник пространственной кривой)*
  - *Формулы Френе для пространственной кривой*

Модуль 2. *Теория поверхностей*

- Лекция № 5. Понятие поверхности.
  - *Понятие поверхности.*
  - *Способы задания поверхности*
  - *Регулярные поверхности*
  - *Примеры поверхностей*

- Лекция № 6. Внутренняя геометрия поверхности 1.
  - *Касательная плоскость к поверхности.*
  - *Касательное расслоение поверхности*
  - *Первая квадратичная форма поверхности как способ вычисления скалярного произведения касательных векторов поверхности.*

- Лекция № 7. Внутренняя геометрия поверхности 2.
  - *Длина кривой на поверхности.*

- *Углы на поверхноси*
- *Площадь поверхности.*
- *Изометричность поверхностей.*

➢ Лекция № 8. Внешняя геометрия поверхностей 1.
- *Нормальное гауссово поле.*
- *Дифференциал нормального отображения*
- *Основной оператор поверхности*
- *Вторая фундаментальная форма поверхности*

➢ Лекция № 9. Внешняя геометрия поверхностей 2
- *Главные кривизны поверхности.*
- *Гауссова кривизна поверхности.*
- *Главные направления поверхности*

Модуль 3. *Общая топология.*

➢ Лекция № 10. Метрические и топологические пространства (ТП).
- *Метрические и топологические пространства (ТП).*
- *Открытые и замкнутые множества в ТП.*
- *Отношение точка-множества в ТП*

➢ Лекция № 11. Непрерывные отображения.
- *Непрерывные отображения между ТП.*
- *Критерии непрерывности отображения*
- *Гомеоморфизмы и гомеоморфные ТП.*
- *Топологические инварианты*

4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине

Четвертый семестр

Модуль 1. *Теория кривых*

➢ Практическое занятие № 1. Предмет и метод дифференциальной геометрии. Понятие кривой
- *Предмет и история классической дифференциальной геометрии.*
- *Обзор проблем и методов современной дифференциальной геометрии*
- *Вектор-функции скалярного аргумента*
- *Непрерывность и дифференцируемость вектор-функции скалярного аргумента.*
- *Трудности, связанные с определением понятия кривой*
- *Регулярные кривые*
- *Касательная к кривой*

➢ Практическое занятие № 2. Естественная параметризация регулярной кривой.
- *Естественная параметризация регулярной кривой*
- *Примеры естественных перепараметризаций*
- *Длина кривой*

- *Плоские кривые*
- *Способы задания плоских кривых*
- *Касание плоских кривых. Огибающие*

- Практическое занятие № 3. Кривизна и кручение кривых.
  - *Кривизна плоской кривой*
  - *Формулы Френе для плоских кривых*
  - *Способы задания пространственных кривых*
  - *Кривизна и кручение пространственных кривых*
  - *Базис Френе (естественный трехгранник пространственной кривой)*
  - *Формулы Френе для пространственной кривой*

Модуль 2. *Теория поверхностей*

- Практическое занятие № 4. Понятие поверхности.
  - *Понятие поверхности.*
  - *Способы задания поверхности*
  - *Регулярные поверхности*
  - *Примеры поверхностей*

- Практическое занятие № 5. Внутренняя геометрия поверхности.
  - *Касательная плоскость к поверхности.*
  - *Касательное расслоение поверхности*
  - *Первая квадратичная форма поверхности как способ вычисления скалярного произведения касательных векторов поверхности.*
  - *Длина кривой на поверхности.*
  - *Углы на поверхности*
  - *Площадь поверхности.*
  - *Изометричность поверхностей.*

- Практическое занятие № 6. Внешняя геометрия поверхностей.
  - *Нормальное гауссово поле.*
  - *Дифференциал нормального отображения*
  - *Основной оператор поверхности*
  - *Вторая фундаментальная форма поверхности*
  - *Главные кривизны поверхности.*
  - *Гауссова кривизна поверхности.*
  - *Главные направления поверхности*

Модуль 3. *Общая топология.*

- Практическое занятие № 7. Метрические и топологические пространства (ТП).
  - *Метрические и топологические пространства (ТП).*
  - *Открытые и замкнутые множества в ТП.*
  - *Отношение точка-множества в ТП*

- Практическое занятие № 8. Непрерывные отображения.
  - *Непрерывные отображения между ТП.*
  - *Критерии непрерывности отображения*

- *Гомеоморфизмы и гомеоморфные ТП.*
- *Топологические инварианты*

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины Дифференциальная геометрия и топология лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Мищенко А. С., Фоменко А. Т. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
2. Мищенко А. С., Соловьев Ю. П., Фоменко А. Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
3. Насрулаев Ф.С. Дифференциальная геометрия и топология: для студ. 2-го года обуч. фак-та математики и компьют. наук. Ч.1: Дифференциальная геометрия. Теория кривых. – Махачкала: Изд-во ДГУ, 2015. - 20-00.
4. Сизый, С.В. Лекции по дифференциальной геометрии: учебное пособие для математических специальностей и направлений подготовки в университетах – М.: Физматлит, 2007. - 377.

Задания для самостоятельной работы

1. Кардинальная арифметика
2. Обобщенная последовательность.
3. Фильтры.
4. Способы задания топологии.
5. Сходимость в ТП.
6. Локально-конечная система множеств.
7. Фактор-пространство и фактор-топология.
8. Произведение бесконечного семейства ТП.
9. Произведение топологических пространств.
10. Аксиомы отделимости.
11. Метрические пространства.
12. Компактные топологические пространства.
13. Монеоморфизмы, эпиоморфизмы и гомеоморфизмы.

14. Размерность топологического пространства.
15. Структура открытых множеств на прямой.
16. Первая и вторая аксиомы счетности.
17. Различные подходы к определению гладкого многообразия.
18. Определение и примеры групп Ли.
19. Леммы Урысона (доказательства).
20. Метризуемость ТП.
21. Компактификации.
22. Разбиение единицы.
23. Паракомпактные пространства.
24. Различные виды несвязности.
25. Классические поверхности.
26. Внутренняя и внешняя геометрия поверхности.
27. Ориентируемые и неориентируемые поверхности.
28. Классические кривые.
29. Теорема Гаусса.
30. Эволюта и эвольвента.
31. Огибающая семейства кривых.
32. Примеры гладких многообразий.
33. Касательное и кокасательное расслоения.
34. Дифференциальные формы.
35. Определения и примеры групп Ли.
36. Теоремы Уитни о вложении.
37. Дифференциальные формы в R^n.
38. Теорема Стокса.
39. Риманова метрика на многообразии.
40. Римановы многообразия: определение и примеры.
41. Ковариантное дифференцирование.
42. Когомологии де Рама.
43. Теорема двойственности Пуанкаре.
44. Степень отображения и его приложения.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	**Виды и содержание самостоятельной работы**
Раздел 1. ***Теория кривых***	
1. Замечательные плоские кривые	Рефераты на темы: 1. Циклоиды, эпицикловиды и гипоциклоиды 2. Плоские кривые и механизмы
2. Некоторые классы пространственных кривых	1. Кривые постоянной кривизны 2. Сферические кривые 3. Кривые Бертрана
3. Визуализация плоских кривых в системах компьютерной алгебры	1. Визуализаци и анимация в зависимости от различных параметров кривых в СКА Maple или

	Mathematica
Раздел 2. *Теория поверхностей*	
1. Кривизны поверхности	Доклад на тему: Поверхности постоянной кривизны
2. Визуализация поверхностей в 3D редакторе Blender	Представить на компьютере результаты визуализации некоторых поверхностей
3. Визуализация поверхностей в системах компьютерной алгебры	Представить на компьютере результаты визуализации некоторых поверхностей
Раздел 3. *Общая топология*	
1. Компактные и связные ТП	Рефераты на темы: 1. Критерий компактности в полных метрических пространствах. 2. Компактность, счетная компактность, и секвенциальная компактность.
2. Фундаментальная группа	Вычисление фундаментальных групп различных пространств. Доклад на тему: Зейферта – ван Кампена
3. Гладкие многообразия	Доклад на тему: Различные подходы к определению гладкого многообразия.
4. Гладкие отображения	Решение задач и упражнений на вычисление ранга гладких отображений
5. Тензорные поля на многообразии. Риманова метрика.	Реферат на тему: Теорема существования римановой метрики на гладком многообразии. Доклады на тему: Касательный вектор: различные подходы к определению. Координатный и бескоординатный подходы к определению тензорных полей на многообразии.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

7.1.1. Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму

1. Объединение и пересечение семейства множеств. Формулы Де Моргана (доказать).
2. Нигде не плотные множества: определение, примеры и критерий нигде не плотности множества (критерий доказать).
3. Мощность множества. Теорема Кантора (доказать).
4. Определение счетного множества. Доказать счетность объединения счетного семейства счетных множеств.
5. Композиция непрерывных отображений есть непрерывное отображение. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.
6. Определение счетного множества. Доказать счетность декартова произведения двух счетных множеств.
7. Для того чтобы отображение, действующее между топологическими пространствами было непрерывным необходимо и достаточно, чтобы оно было непрерывно в каждой точке. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

8. Определение счетного множества. Доказать счетность множества рациональных чисел.
9. Критерии непрерывности отображения (доказать).
10. Доказать несчетность отрезка $[0,1]$.
11. Открытые и замкнутые отображения. Гомеоморфизмы.
12. Метрические пространства: определение и примеры.
13. Всякое пространство, удовлетворяющее второй аксиоме счетности сепарабельно. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.
14. Подпространство метрического пространства. Индуцированная метрика. Примеры.
15. Определение открытых множеств в метрическом пространстве и их свойства (свойства доказать).
16. Всякое пространство, удовлетворяющее второй аксиоме счетности сепарабельно. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.
17. Определение замкнутых множеств в метрическом пространстве и их свойства (свойства доказать).
18. Непрерывные отображения между метрическими пространствами.
19. Сходимость в метрическом пространстве. Примеры.
20. Гомеоморфные топологические пространства: определения, свойства и примеры. Свойства доказать. Топологические инварианты.
21. Определение и примеры топологических пространств. Сравнение топологий.
22. Свойства открытых и замкнутых множеств в топологическом пространстве.
23. Внутренняя точка, граничная точка, точка прикосновения и предельная точка множества в топологическом пространстве.
24. Подпространство топологического пространства. Доказать, что сужение всякого непрерывного отображения на подпространство является непрерывным отображением.
25. Множество открыто в топологическом пространстве тогда и только тогда, когда оно совпадает со своей внутренностью. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать это утверждение.
26. Множество замкнуто в топологическом пространстве тогда и только тогда, когда оно совпадает со своим замыканием. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать это утверждение.
27. Компактные топологические пространства. Критерий компактности в терминах центрированных систем (критерий доказать).
28. Внутренность множества в топологическом пространстве. Свойства операции $A \mapsto \operatorname{Int}(A)$.
29. Всякое замкнутое подмножество компактного топологического пространства является компактным множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
30. Замыкание множества в топологическом пространстве. Свойства операции $A \mapsto \bar{A}$.
31. Всякое компактное подмножество хаусдорфова топологического пространства является замкнутым множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

32. База топологического пространства. Примеры. Критерий базы (доказать).
33. Образ компактного пространства при непрерывном отображении является компактным множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
34. Предбаза топологического пространства. Примеры. База в точке и фундаментальная система окрестностей топологического пространства. Примеры.
35. Непрерывное отображение компактного пространства в хаусдорфово пространство является замкнутым отображением. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
36. Первая и вторая аксиома счетности. Доказать или опровергнуть, что всякое метрическое пространство удовлетворяет первой аксиоме счетности.
37. Определение связного подмножества топологического пространства. Критерий связности подмножества в топологическом пространстве.
38. Для непрерывности отображения $f : E \longrightarrow X \times Y$ необходимо и достаточно непрерывности каждой из его компонент. Дать определения всех входящих в это утверждение понятий и доказать это утверждение.
39. Первая и вторая аксиома счётности. Доказать или опровергнуть, что всякое топологическое пространство, удовлетворяющее второй аксиоме счётности удовлетворяет и первой аксиоме счётности.
40. Биективное непрерывное отображение компактного пространства на хаусдорфово пространство является гомеоморфизмом. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
41. Первая и вторая аксиома счетности. Доказать или опровергнуть, что всякое топологическое пространство, удовлетворяющее первой аксиоме счетности удовлетворяет и второй аксиоме счетности.
42. Пусть $f : X \longrightarrow \mathbb{R}$ непрерывное отображение. Если X – компактное пространство, то f достигает своего минимального и максимального значения на X. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
43. Всюду плотные множества: определение, примеры и критерий всюду плотности множества (критерий доказать).
44. Связные топологические пространства. Критерии связности топологического пространства.
45. Внутренняя точка, граничная точка, точка прикосновения и предельная точка множества в топологическом пространстве.
46. Связные топологические пространства. Доказать связность отрезка $[a, b]$.
47. Для непрерывности отображения, действующего между топологическими пространствами необходимо и достаточно, чтобы прообраз любого замкнутого множества для этого отображения был замкнут. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
48. Непрерывный образ связного топологического пространства является связным множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

49. Множество открыто в топологическом пространстве тогда и только тогда, когда оно совпадает со своей внутренностью. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать это утверждение.
50. Связные топологические пространства. Критерии связности топологического пространства.
51. Компактные топологические пространства. Критерий компактности в терминах центрированных систем (критерий доказать).
52. База топологического пространства. Примеры. Критерий базы (доказать).
53. Непрерывное отображение компактного пространства в хаусдорфово пространство является замкнутым отображением. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
54. Отношение «точка-множество» в топологическом пространстве.
55. Множество замкнуто в топологическом пространстве тогда и только тогда, когда оно совпадает со своим замыканием. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать это утверждение.
56. Аксиомы отделимости T_0, T_1 и T_2. Определение, взаимосвязь и примеры, показывающие, что $T_0 \not\Rightarrow T_1$ и $T_1 \not\Rightarrow T_2$.
57. Всякое компактное подмножество хаусдорфова топологического пространства является замкнутым множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
58. Композиция непрерывных отображений есть непрерывное отображение. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.
59. Доказать несчетность отрезка.
60. Произведение топологических пространств. Доказать, что отображение проектирования является открытым отображением.
61. Непрерывное отображение компактного пространства в хаусдорфово пространство является замкнутым отображением. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
62. Гомеоморфизмы: определения, свойства и примеры. Свойства доказать.
63. Сформулировать Малую и Большую леммы Урысона. Дать определения всех входящих в эту формулировку понятий и терминов.
64. Замыкание множества в топологическом пространстве. Свойства операции $A \mapsto \bar{A}$.
65. Подпространство метрического пространства. Индуцированная метрика. Примеры.
66. Непрерывный образ связного топологического пространства является связным множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.
67. Компактные топологические пространства. Критерий компактности в терминах центрированных систем (критерий доказать).
68. Первая и вторая аксиома счетности. Доказать или опровергнуть, что всякое метрическое пространство удовлетворяет первой аксиоме счетности.

7.1.2. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

1. Чему равно множество $\bigcup_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{n};n\right]$
   1) $(-\infty;+\infty)$
   2) $(0;+\infty)$
   3) $[0;+\infty)$
   4) $[1;+\infty)$
   5) $[0;1]$

2. Какое из следующих множеств счетно
   1) $\{(x,y)\in R^2 \mid y=\sqrt{2}x, x\in Q\}$
   2) $\{(x,y)\in R^2 \mid y=x^3\}$
   3) $(0;1)$
   4) множество бесконечных цепных дробей $[a_0;a_1,a_2,a_3,...]$
   5) $R\setminus Q$

3. Пусть отображение $f:(-2;2)\to R$ задано равенством $f:(x)=x^2-4$ и пусть $B=[-3;0]$ подмножество R. Найти $f^{-1}(B)$
   1) $(-2;2)$
   2) $(-\infty;+\infty)$
   3) $[1;2)$
   4) Ø
   5) $(-2;-1]\cup[1;2)$

4. Какая из следующих функций ρ не является метрикой на M
   1) $M=C[0,1];\rho(x,y)=\max\{|x(0)-y(0)|,|x(1)-y(1)|\}$
   2) $M=R;\rho(x,y)=\dfrac{|x-y|}{1+|x-y|}$
   3) $M=R^2;\rho(x,y)=|x_1-y_1|+|x_2-y_2|$
   4) $M=Z;\rho(x,y)=2|x-y|$

5. В каком из следующих подпространств метрического пространства R существуют шары, состоящие из одной точки
   1) $(-\infty,0)$
   2) $(-1,1)$
   3) $(0,\infty)$
   4) Q

5) $\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$

6. Всякое метрическое пространство
   1) является сепарабельным
   2) удовлетворяет второй аксиоме счетности
   3) удовлетворяет первой аксиоме счетности
   4) является связным

7. Пусть $X = \{a, b, c, d\}$. Какое из следующих семейств его подмножеств образуют топологию на X
   1) $T = \{\ \varnothing, \mathrm{X}, \{c\}, \{b\}, \{a, c\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$
   2) $T = \{\ \varnothing, \mathrm{X}, \{b\}, \{b, c\}, \{b, c, d\}\}$
   3) $T = \{\ \varnothing, \mathrm{X}, \{a\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{b, c\}, \{a, b, d\}\}$
   4) $T = \{\ \varnothing, \mathrm{X}, \{a\}, \{b,\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, c, d\}\}$

8. Какие из следующих семейств множеств задают топологию на R

9. Какие из следующих семейств множеств задают топологию на R
   1) $T = \{(a; b) \mid a, b \in R; a < b\} \cup \{\varnothing, R\}$
   2) $T = \{(a; +\infty) \mid a \in R\} \cup \{\varnothing, R\}$
   3) $T = \{[a; b) \mid a, b \in R; a < b\} \cup \{\varnothing, R\}$
   4) $T = \{(a; +\infty), (-\infty; b) \mid a, b \in R\} \cup \{\varnothing, R\}$
   5) T - семейство всех конечных подмножеств множества R

10. Пусть X - топологическое пространство и E - его подмножество. Точка x из X является внешней точкой множества E, если $\underset{\dots}{A}$ окрестность этой точки $\underset{\dots}{B}$.

    Вставить недостающие слова
    1) A - существует; B - которая не пересекается с E
    2) A- существует; B - которая пересекается с E
    3) A - любая; B - пересекается в E
    4) A - любая; B - не пересекается с E
    5) A - существует; B - которая содержится в E

11. Пусть X - топологическое пространство и E - его подмножество. Точка x из X является его внутренней точкой, если $\underset{\dots}{A}$ окрестность этой точки $\underset{\dots}{B}$. Вставить

    недостающие слова
    1) A - любая; B - содержится в E
    2) A - существует; B - которая содержится в E
    3) A - любая; B - пересекается с E
    4) A - существует; B - которая пересекается с E
    5) A - существует; B - которая не пересекается с E

12. Пусть X - топологическое пространство, A - подмножество и a - точка из X. Какое из следующих утверждений заведомо неверно

1) a - внешняя изолированная точка множества A
2) a - предельная точка прикосновения множества A
3) a - внешняя точка множества $X \setminus A$
4) a - точка прикосновения как для множества A, так и для множества $X \setminus A$

13. Какое из следующих множеств не является замкнутым в R
1) $\{x \in R | 2 \le x^3 + 2x^2 - 3x \le 10\}$
2) $[2;-5]$
3) $[1,\infty)$
4) $R \setminus Q$

14.Какое из следующих множеств не является открытым в R

1) $\{x \in R | e^x \le 0\}$
2) $\left\{x \in R | \sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$
3) $R \setminus Q$
4) $(-\infty,0)$

15. Пусть X - топологическое пространство и A, B - его подмножества. Укажите неверное равенство
1) $Int\, A = A \setminus Fr\, A$
2) $\overline{A} = A \bigcup Fr\, A$
3) $Fr\,(A \bigcup B) = Fr\, A \bigcup Fr\, B$
4) $X = Int\, A \coprod Fr\, A \coprod Ext\, A$
5) $Int(A \bigcup B) = IntA \bigcap IntB$

16. Пусть $a = \sqrt{2}$ действительное число. Тогда …
1) a является предельной точкой множества Q
2) a является внутренней точкой множества Q
3) a является внешней точкой множества Q
4) a является изолированной точкой множества Q

17.Пусть $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\right\}$ - подмножество топологического пространства R. Тогда

1) $\overline{A} = A$
2) $Int\, A = \emptyset$
3) $Ext\, A = R \setminus A$

4) $Fr\,A = \{0\}$

18. Укажите верное утверждение:
   1) множество иррациональных чисел нигде не плотно в R
   2) отрезок $[0,1]$ нигде не плотен в R
   3) N нигде не плотно в R
   4) множество $\{y \in R \mid y = x^2, x \in R\}$ нигде не плотно в R

19. Пусть X - произвольное топологическое пространство. какое из следующих утверждений неверно
   1) Объединение счетного числа нигде не плотных множеств из X нигде не плотно X
   2) Объединение произвольного семейства всюду плотных множеств из X всюду плотно в X
   3) Внутренность замыкания нигде не плотного множества является пустым множеством
   4) Замыкание всюду плотного множества совпадает с X

20. Какое из следующих семейств множеств не образует базу топологического пространства R^2 в его естественной топологии
   1) семейство всех открытых кругов из R^2
   2) семейство всех открытых квадратов из R^2
   3) семейство всех открытых полуплоскостей из R^2
   4) семейство всех открытых треугольников из R^2

21. Выберите неверное утверждение. Пусть X, Y - топологические пространства. Отображение $f: X \to Y$ является непрерывным, если
   1) $f^{-1}(F)$ замкнуто для любого замкнутого F из Y
   2) f непрерывно в каждой точке $x \in X$
   3) $f(\overline{A}) \subset \overline{f(A)}$ для любого подмножества A из X
   4) $f(F)$ замкнуто для любого замкнутого F из X
   5) $f^{-1}(U)$ открыто для любого открытого U из Y

22. Выберите неверное утверждение. Пусть $f: X \to Y$ - гомеоморфизм метрических пространств X и Y. Тогда
   1) X сепарабельно тогда и только тогда, когда Y сепарабельно
   2) X связно тогда и только тогда, когда Y связно
   3) X ограничено тогда и только тогда, когда Y ограничено
   4) X компактно тогда и только тогда, когда Y компактно

23. Пусть множество X наделено двумя топологиями T_1 и T_2. Тогда тождественное отображение $1x$ топологического пространства (X, T_1) в топологическое пространство (X, T_2) является гомеоморфизмом, если

1) $T_1 \subset T_2$
2) $T_2 \subset T_1$
3) (X, T_1) - компактное топологическое пространство, а (X, T_2) - хаусдорфово топологическое пространство
4) (X, T_1) - хаусдорфово топологическое пространство, а (X, T_2) - компактное топологическое пространство

24. Выберите пример топологического пространства (X, T), не являющегося T_0-пространством
1) $X = \{a, b\}, T = \{\phi, \{a\}, \{a, b\}\}$
2) $X = R, T = \{A \subseteq R \mid R \setminus A$ - конечное множество $\} \cup \{\phi\}$
3) $X = R^2, T = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 < r, r \in R\}$
4) $X = \{a, b\}, T = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

25. Какое из следующих подмножеств топологического пространства R^2 является компактным множеством?
1) $\{(x, y) \in R^2 \mid 2 \le x \le 5, 0 \le y \le 6\}$
2) $\{(x, y) \in R^2 \mid 2 < x < 5, 0 < y < 6\}$
3) $\{(x, y) \in R^2 \mid y = x^2\}$
4) $\{(x, y) \in R^2 \mid 2x + 5y = 1\}$
5) $\{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 < 4\}$

26. Какое из следующих подмножеств топологического пространства R является компактным множеством
1) Z
2) $\left\{\frac{9}{n} \in R \mid n \in N\right\}$
3) $\{y \in R \mid y = \cos x; x \in [0,1]\}$
4) $\left\{y \in R \mid y = tgx; x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)\right\}$

27.Какое из следующих подмножеств топологического пространства R^2 является компактным множеством?
1) $\left\{(0,0), (0,1), \left(0, \frac{1}{2}\right), \left(0, \frac{1}{3}\right), \left(0, \frac{1}{4}\right), \ldots\right\}$
2) $\{(x, y) \in R^2 \mid 2x + 3y = 1\}$
3) $\{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 > 9\}$
4) $\{(x, y) \in R^2 \mid |x - y| \le 1\}$

28. Пусть $f : X \to Y$ - непрерывное отображение компактного топологического пространства X в топологическое пространство Y. Тогда Y является компактным, если …

1) f - инъективное отображение
2) f - сюръективное отображение
3) f - открытое отображение
4) f - замкнутое отображение

29. Пусть X - компактное топологическое пространство, Y - хаусдорофово топологическое пространство и $f: X \to Y$ - непрерывное отображение. Тогда…
1) f - является гомеоморфизмом
2) f - является открытым отображением
3) f - является замкнутым отображением
4) f - биективным отображением

30. Пусть X - хаусдорфово топологическое пространство и A - его компактное подпространство. Тогда …
1) A - замкнуто в X
2) A - открыто в X
3) A - всюду плотно в X
4) A - нигде не плотно в X

31. Пусть X - множество, наделенное дискретной топологией. Тогда X является компактным топологическим пространством тогда и только тогда, когда …
1) X - счетно
2) X - несчетно
3) X - конечно
4) X - пустое множество

32. Пусть X - компактное метрическое пространство и A - его подмножество. Тогда A - компактно, если….
1) A замкнуто в X
2) A открыто в X
3) A всюду плотно в X
4) A ограничено в X

33. Дискретное подпространство компактного топологического пространства является …
1) счетным множеством
2) конечным множеством
3) всюду плотным множеством
4) несчетным множеством

34. Компактное подпространство A топологического пространства X является замкнутым подмножеством X, если …
1) X является T_0-пространством
2) X является T_2-пространством

3) X удовлетворяет первой аксиоме счетности
4) X удовлетворяет второй аксиоме счетности

35. Пусть $X=\{a,b,c,d\}$. В какой из следующих топологий пространство (X,T) является несвязным?
1) $T=\{\phi,\{a\},\{a,b\},\{a,b,c\},\{a,b,c,d\}\}$
2) $T=\{\phi,\{a\},\{a,b\},\{c\},\{c,d\},\{a,c\},\{a,c,d\},\{a,b,c\},\{a,b,c,d\}\}$
3) $T=\{\phi,\ \{a,b,c,d\}\}$
4) $T=\{\phi,\{b\},\{a,b\},\{a,b,c\},\{a,b,c,d\}\}$
5) $T=\{\phi,\{c\},\{a,b\},\{a,b,c\},\{a,b,c,d\}\}$

36. Подмножество A топологического пространства X связно тогда и только тогда, когда
1) A открыто-замкнуто в X
2) для любой пары открытых в X подмножеств U и V таких, что $A\subset U\bigcup V$, из $A\bigcap U\neq\phi$ и $A\bigcap V\neq\phi$ следует, что $A\bigcap U\bigcap V\neq\phi$
3) для любой пары открытых в X подмножеств U и V таких, что $A\subset U\bigcup V$, из $A\bigcap U\neq\phi$ и $A\bigcap V\neq\phi$ следует, что $A\bigcap U\bigcap V=\phi$
4) для любой пары открытых в X подмножеств U и V таких, что $A\subset U\bigcup V$, из $A\bigcap U\neq\phi$ и $A\bigcap V\neq\phi$ следует, что $A\bigcap U\bigcap V$

37. Какое из следующих подпространств A топологического пространства R^2 является несвязным
1) $A=\left\{(x,y)\in R^2 \mid y=x^3, x\in Q\right\}$
2) $A=\left\{(x,y)\in R^2 \mid y=\sin x\right\}\bigcup\left\{(x,y)\in R^2 \mid y=\cos x\right\}$
3) $A=\left\{(x,y)\in R^2 \mid y=x\right\}\bigcup\left\{(x,y)\in R^2 \mid y=-x\right\}$
4) $A=\left\{(x,y)\in R^2 \mid x\in R, y\in Z\right\}\bigcup\left\{(x,y)\in R^2 \mid x\in Z, y\in R\right\}$

38. Если $\mathbb{T}$ совпадает с множеством всех подмножеств множества X, то топологическое пространство $(X,\mathbb{T})$ называется
1) дискретным
2) антидискретным
3) метрическим

39. Внутренность множества A обозначается
1) $\operatorname{Int} A$
2) $\bar{A}$
3) $\operatorname{Ext} A$
4) $\operatorname{Fr} A$
5) A'

40. Установите соответствие между следующими понятиями и их обозначениями

1. Внутренность множества A
2. Внешность множества A
3. Замыкание множества A

4. Граница множества A
5. Множество предельных точек множества A

1) $\mathrm{Int}\,A$
2) $\mathrm{Ext}\,A$
3) $\bar{A}$
4) $\mathrm{Fr}\,A$
5) A'

41. Пусть $(X,\mathbb{T})$ - топологическое пространство и $x \in X$. Какое из свойств неверно
    1) пересечение любого семейства окрестностей точки x есть окрестность точки x
    2) пересечение конечного числа окрестностей точки x есть окрестность точки x
    3) всякое открытое множество содержащее точку x есть окрестность точки x
42. Пусть $(X,\mathbb{T})$ - топологическое пространство и $A \subseteq X$. Какие из утверждений неверны
    1) $x \in A \;\Rightarrow\; x \in Int A$
    2) $x \notin A \;\Rightarrow\; x \in Ext A$
    3) $x \in Int A \;\Rightarrow\; x \in A$
    4) $x \in Ext A \;\Rightarrow\; x \notin A$
43. Пусть $(X,\mathbb{T})$ – топологическое пространство и $A, B \subseteq X$. Какие из следующих равенств неверны
    1) $Int(A \cup B) = IntA \cup IntB$
    2) $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
    3) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
    4) $Int(A \cap B) = IntA \cap IntB$
44. Пусть $\mathbb{T}_Z$ – топология Зарисского на $\mathbb{R}$. Тогда
    1) $\mathbb{N}$ – всюду плотно в ТП $(\mathbb{R},\mathbb{T}_Z)$
    2) $\mathbb{N}$ – открыто в ТП $(\mathbb{R},\mathbb{T}_Z)$
45. Пусть $\mathbb{T}_Z$ – топология Зарисского на $\mathbb{R}^2$. Тогда
    1) $(\mathbb{R}^2,\mathbb{T}_Z)$ – сепарабельное ТП
    2) $(\mathbb{R}^2,\mathbb{T}_Z)$ – хаусдорфово ТП
46. Пусть $\mathbb{T}_Z$ – топология Зарисского на $\mathbb{R}^2$. Тогда
    1) $(\mathbb{R}^2,\mathbb{T}_Z)$ – компактное ТП
    2) $(\mathbb{R}^2,\mathbb{T}_Z)$ – регулярное ТП

47. Пусть $\mathbb{T}_Z$ – топология Зарисского на $\mathbb{R}^2$. Тогда
    1) Любые два открытых множества в $(\mathbb{R}^2,\mathbb{T}_Z)$ пересекаются
    2) Любое конечное множество в $(\mathbb{R}^2,\mathbb{T}_Z)$ является замкнутым
    3) Любые два замкнутых множества в $(\mathbb{R}^2,\mathbb{T}_Z)$ пересекаются
    4) Любые две различные точки в $(\mathbb{R}^2,\mathbb{T}_Z)$ имеют непересекающиеся окрестности

48. Какое из множеств A не открыто и не замкнуто на числовой прямой $\mathbb{R}$ со стандартной топологией.

1) $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\right\}$
2) $A = \left\{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\right\}$
3) $A = \mathbb{N}$

49. На числовой прямой $\mathbb{R}$ рассматривается естественная топология; $\mathbb{Z}$ – его подмножество рациональных чисел. Тогда

1) $\mathbb{Z}$ – несвязное множество
2) $\bar{\mathbb{Z}}$ – несвязное множество
3) $Int\mathbb{Z}$ – связное множество
4) $\mathbb{Z}$ – связное множество
5) $\bar{\mathbb{Z}}$ – связное множество

50. На числовой прямой $\mathbb{R}$ рассматривается естественная топология; $A = \mathbb{Q} \cap (0;1)$ – его подмножество рациональных чисел. Тогда

1) $Fr\,A = [0;1]$
2) $Fr\,A = \{0,1\}$
3) $Fr\,A = \mathbb{Q}$
4) $Fr\,A = A$

51. В хаусдорфовом пространстве любое конечное множество

1) не имеет предельных точек
2) имеет хотя бы одну предельную точку
3) все точки предельные

52. Компактное подмножество хаусдорфова пространства

1) замкнуто
2) открыто
3) открыто-замкнуто

53. Любое антидискретное пространство

1) связно
2) несвязно

54. Любое антидискретное пространство

1) компактое ТП
2) не компактное ТП

55. Любое дискретное пространство, в котором более одной точки является

1) несвязным ТП
2) связным ТП

56. Любое бесконечное дискретное пространство является

1) не компактным ТП

2) компактным ТП

57.В T_1 - пространстве любое конечное множество

1) замкнуто
2) открыто

58.Множество A из X называется … в топологическом пространстве $(X, \mathbb{T})$, если $(X \setminus A) \in \mathbb{T}$

1) замкнутым
2) открытым
3) нигде не плотным

59.… всех открытых в хаусдорфом пространстве X множеств, содержащих точку x совпадает с $\{x\}$.

1) пересечение
2) объединение
3) произведение

60.Пусть $\mathbb{T}_{max}$ – дискретная топология на $\mathbb{R}$. Тогда

1) $\mathbb{N}$ – открыто в топологическом пространстве $(\mathbb{R}, \mathbb{T}_{max})$
2) $\mathbb{N}$ – замкнуто в топологическом пространстве $(\mathbb{R}, \mathbb{T}_{max})$
3) $\mathbb{N}$ – всюду плотно в топологическом пространстве $(\mathbb{R}, \mathbb{T}_{max})$

61.Пусть $\mathbb{T}_{max}$ – дискретная топология на $\mathbb{R}$ и $A = (0;1)$. Тогда

1) $A' = \varnothing$ в топологическом пространстве $(\mathbb{R}, \mathbb{T}_{max})$
2) $A' = [0;1]$ в топологическом пространстве $(\mathbb{R}, \mathbb{T}_{max})$

62.Пусть $\mathbb{T}_{min}$ – антидискретная топология на $\mathbb{R}$. Тогда

1) $\mathbb{N}$ – всюду плотно в топологическом пространстве $(\mathbb{R}, \mathbb{T}_{min})$
2) $\mathbb{N}$ – связно в топологическом пространстве $(\mathbb{R}, \mathbb{T}_{min})$
3) $\mathbb{N}$ – замкнуто в топологическом пространстве $(\mathbb{R}, \mathbb{T}_{min})$

63.Рассмотрим топологическое пространство $(X, \mathbb{T})$, где

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$$

$$\mathbb{T} = \{\varnothing, X, \{2,3\}, \{4,6\}, \{1,2,3\}, \{2,3,4,6\}, \{1,2,3,4,6\}\}$$

и пусть $A = \{1, 2, 3, 5, 6\}$. Тогда

1) $Fr\,A = \{4, 5, 6\}$
2) $Fr\,A = \{1, 6\}$
3) $Fr\,A = A$

4) $Fr\,A = \varnothing$

64.Пусть (M, ρ) – метрическое пространство и $A \subset M$, $a \in M$. Тогда

1) $a \in \overline{A} \Leftrightarrow \rho(a, A) = 0$

2) $a \in FrA \Leftrightarrow \rho(a, A) = 0$

3) $a \in A' \Leftrightarrow \rho(a, A) = 0$

65.Какой угол образует касательная и кривой $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$ $z = 4a\sin\frac{t}{2}$ в точке $t = \frac{\pi}{2}$ с осью Oz

1) $\frac{\pi}{6}$,

2) $\frac{\pi}{3}$,

3) $\frac{\pi}{4}$,

4) $\frac{\pi}{2}$,

5) $\frac{2}{3}\pi$.

66.Найти соприкасающиеся плоскости кривой $x = t, y = t^2, z = t^3$, проходящие через точку $Mo\left(2, -\frac{1}{3}, -6\right)$

1) $x + y + z + 1 = 0$; $3x - 3y + 2z - 1 = 0$; $x - 18 + z - 1 = 0$;

2) $2x + y + 3z - 1 = 0$; $x - y + 2z + 1 = 0$; $108x + 18y - z + 3 = 0$;

3) $3x + 3y + z + 1 = 0$; $3x - 3y + z - 1 = 0$; $108x - 18y + z - 216 = 0$.

67.Найти единичные векторы касательной, главной нормали и бинормали кривой $x = t\sin t$, $y = t\cos t$, $z = tl^t$ в начале координат.

1) $\bar{\tau} = \frac{\bar{\ell}_1 + \bar{\ell}_2}{\sqrt{2}}$, $\bar{\gamma} = \frac{\bar{\ell}_1 - \bar{\ell}_3}{\sqrt{3}}$, $\bar{\beta} = \frac{\bar{\ell}_1 + \bar{\ell}_2 + \bar{\ell}_3}{\sqrt{6}}$;

2) $\bar{\tau} = \frac{\bar{\ell}_2 + \bar{\ell}_3}{\sqrt{2}}$, $\bar{\gamma} = \frac{2\bar{\ell}_1 - \bar{\ell}_2 + \bar{\ell}_3}{\sqrt{6}}$, $\bar{\beta} = \frac{\bar{\ell}_1 + \bar{\ell}_2 - \bar{\ell}_3}{\sqrt{3}}$;

3) $\bar{\tau} = \frac{\bar{\ell}_1 + \bar{\ell}_3}{\sqrt{3}}$, $\bar{\gamma} = \frac{\bar{\ell}_2 - \bar{\ell}_3}{\sqrt{2}}$, $\bar{\beta} = \frac{2\bar{\ell}_1 + \bar{\ell}_2 + \bar{\ell}_3}{\sqrt{6}}$.

68.Написать параметрические уравнения поверхности, образованной касательными к винтовой линии $x = a\cos u$, $y = a\sin u$, $z = bu$.

1) $x = a\cos u - v\sin u$; $y = a\sin u + v\cos u$; z=bu ;

2) $x = a(\cos u - v\sin u)$; $y = a(\sin u + v\cos u)$; $z = (u + v)$;

3) $x = a(\cos u + v\sin u$; $y = a\sin u + v\cos u,$ $z = bv$.

69.Найти ортогональные траектории семейства линий $u+v=\cos t$ лежащих на сфере $x=R\cos u\cos v, y=R\cos u\sin v, z=R\sin u.$

1) $u+v=const$;
2) $u-v=const$;
3) $u+tgv$;
4) $v-tgu=const$;
5) $u+\cos v=const$.

70.Найти главные направления и главные кривизны прямого геликоида $x=u\cos v,$ $y=u\sin v$, $z=av.$

1) $\dfrac{du}{dv}=\pm\sqrt{u^2-a^2}$; $k_н^1=-k_н^2=\dfrac{a}{u+a}$;

2) $\dfrac{du}{dv}=\pm\sqrt{u^2+a^2}$; $k_н^1=-k_н^2=\dfrac{a}{u^2+a^2}$;

3) $\dfrac{du}{dv}=\pm au$; $k_н^1=-k_н^2=\dfrac{a}{u^2-a^2}$.

71.Найти точки на кривой $x=\cos^3 t$, $y=\sin^3 t$, $z=\cos 2t$, в которых кривизна имеет минимальное значение (локальное).

1) $\dfrac{\pi}{3}+2\kappa\pi$, 2) $\dfrac{\pi}{2}+\kappa\pi$, 3) $\dfrac{\pi}{4}+\kappa\pi$, 4) $\dfrac{\pi}{6}+2\kappa\pi$, $\dfrac{2}{3}\pi+\kappa\pi$, где $x=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots$

7.1.3. Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Множество. Мощность множества:
   а) семейства множеств; операции над семействами множеств;
   б) формулы Де Моргана;
   в) мощность множества;
   г) теорема Кантора;
   д) теорема Кантора – Бернштейна;
   е) счетные множества: примеры и свойства счетных множеств;
   ж) несчетность множества вещественных чисел.
2. Метрические пространства:
   а) метрические пространства: определения и примеры;
   б) шар, окрестность, открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве;
   в) отношение «точка-множество» в метрическом пространстве;
   г) непрерывность отображения между метрическими пространствами;
   д) сходимость в метрическом пространстве.
3. Топологические пространства:
   а) определение и примеры топологических пространств;
   б) свойства открытых и замкнутых множеств в ТП;
   в) база и предбаза ТП; база в точке;
   г) первая и вторая аксиомы счетности;

д) всюду плотные и нигде не плотные множества;
е) сепарабельные пространства;
ж) подпространства и произведение топологических пространств

4. Непрерывные отображения:
   а) непрерывные отображения: определение и простейшие свойства;
   б) непрерывность в точке;
   в) критерии непрерывности отображения;
   г) открытые и замкнутые отображения;
   д) монеоморфизмы и эпиоморфизмы;
   е) гомеоморфизмы: определение и свойства;
   ж) гомеоморфные топологические пространства.

5. Предмет и метод дифференциальной геометрии.
6. Вектор-функция скалярного аргумента. Предмет, непрерывность, производная.
7. Понятие кривой. Элем. кривая. Параметризация кривой.
8. Регулярные кривые. Обыкновенная точка регулярной кривой.
9. Касательная кривой. Теорема о существовании и единственности касательной.
10. Уравнения касательной в векторной в векторной и коор.-й формах.
11. Соприкасающаяся плоскость кривой. Уравнения соприкасающейся плоскости для различных случаев аналитического задания кривой.
12. Нормаль кривой. Главная нормаль, бинормаль кривой; их уравнения.
13. Естественная параметризация кривой. Доказать, что $\left|r^{-1}(s)\right| = 1$.
14. Кривизна кривой. Доказать, что при естественной параметризации кривой $K_1 = \left|r^{-11}(s)\right|$. Вычисление кривизны кривой произвольной ее параметризации.
15. Что представляет собой кривая, у которой в каждой точке $K_1 = 0$?
16. Единичные векторы касательной, главной нормали и бинормали при естественной параметризации кривой.
17. Абсолютное кручение кривой. Док5азать, что при естественной параметризация кривой $\left|K_2\right| = \dfrac{\left|r^{-1}(s) r^{111}(s)\right|}{K_1^2(s)}$.
18. Кручение кривой. Найти все кривые, у которых в каждой точке кручение равно нулю. Вычисление кручения кривой при произвольной ее параметризации.
19. Формулы Френе. Строение кривой в окрестности обыкновенной точки.
20. Элементарная поверхность. Параметрические уравнения элементарной поверхности.
21. Регулярная поверхность. Обыкновенные точки на регулярной поверхности.
22. Касательная плоскость поверхности. Теорема о существовании и единственности.
23. Уравнения касательной плоскости для различных случаев задания поверхности. Нормали поверхности.
24. Первая основная квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности.
25. Угол между кривыми на поверхности.
26. Критерий ортогональности координатной сети на поверхности.

27. Вторая основная квадратичная форма поверхности.
28. Кривизна кривой, лежащей на поверхности.
29. Теорема Менье. Геометрический смысл нормальной кривизны поверхности в данной точке, в данном направлении.
30. Индикатриса кривизны. Классификация точек поверхности.
31. Асимпт. направления. Сохраненные направления.
32. Главные направления. Главные кривизны.
33. Вычисление главных кривизн поверхности в случае произвольной ее параметризации.
34. Внутренняя геометрия поверхности. Геодезическая кривизна кривой на поверхности.

7.1.4. Примерные варианты контрольных работ по дисциплине

Вариант № 1

Объединение и пересечение семейства множеств. Формулы Де Моргана (доказать).

Нигде не плотные множества: определение, примеры и критерий нигде не плотности множества (критерий доказать).

Задача № 1.

Вариант № 2

1. Мощность множества. Теорема Кантора (доказать).
2. Нигде не плотные множества: определение, примеры и критерий нигде не плотности множества (критерий доказать).
3. Задача № 2

Вариант № 3

1. Определение счетного множества. Доказать счетность объединения счетного семейства счетных множеств.
2. Композиция непрерывных отображений есть непрерывное отображение. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.
3. Задача № 3.

Вариант № 4

1. Определение счетного множества. Доказать счетность декартова произведения двух счетных множеств.
2. Для того чтобы отображение, действующее между топологическими пространствами было непрерывным необходимо и достаточно, чтобы оно было непрерывно в каждой точке. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

3. Задача № 4.

Вариант № 5

1. Определение счетного множества. Доказать счетность множества рациональных чисел.

2. Критерии непрерывности отображения (доказать).

3. Задача № 5.

Вариант № 6

1. Доказать несчетность отрезка $[0,1]$.

2. Открытые и замкнутые отображения. Гомеоморфизмы.

3. Задача № 6.

Вариант № 7

1. Метрические пространства: определение и примеры.

2. Всякое пространство, удовлетворяющее второй аксиоме счетности сепарабельно. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

3. Задача № 7.

Вариант № 8

1. Подпространство метрического пространства. Индуцированная метрика. Примеры.

2. Всякое сепарабельное пространство, удовлетворяющее первой аксиоме счетности удовлетворяет и второй аксиоме счетности. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

3. Задача № 8.

Вариант № 9

1. Определение открытых множеств в метрическом пространстве и их свойства (свойства доказать).

2. Всякое пространство, удовлетворяющее второй аксиоме счетности сепарабельно. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

3. Задача № 9.

Вариант № 10

1. Определение замкнутых множеств в метрическом пространстве и их свойства (свойства доказать).

2. Гомеоморфизмы: определения, свойства и примеры. Свойства доказать.

3. Задача № 10.

Вариант № 11

1. Непрерывные отображения между метрическими пространствами.
2. Аксиомы отделимости T_0, T_1 и T_2. Определение, взаимосвязь и примеры, показывающие, что $T_0 \not\Rightarrow T_1$ и $T_1 \not\Rightarrow T_2$.
3. Задача № 11.

Вариант № 12

1. Сходимость в метрическом пространстве. Примеры.
2. Гомеоморфные топологические пространства: определения, свойства и примеры. Свойства доказать. Топологические инварианты.
3. Задача № 12.

Вариант № 13

1. Определение и примеры топологических пространств. Сравнение топологий.
2. Всякое регулярное пространство является хаусдорфовым. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.
3. Задача № 13.

Вариант № 14

1. Свойства открытых и замкнутых множеств в топологическом пространстве.
2. Нормальные топологические пространства. Доказать, что всякое метрическое пространство является нормальным.
3. Задача № 14.

Вариант № 15

1. Внутренняя точка, граничная точка, точка прикосновения и предельная точка множества в топологическом пространстве.
2. Подпространство топологического пространства. Доказать, что сужение всякого непрерывного отображения на подпространство является непрерывным отображением.
3. Задача № 15.

Вариант № 16

1. Множество открыто в топологическом пространстве тогда и только тогда, когда оно совпадает со своей внутренностью. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать это утверждение.

2. Сформулировать Малую и Большую леммы Урысона. Дать определения всех входящих в эти формулировки понятий и терминов.

3. Задача № 16.

Вариант № 17

1. Множество замкнуто в топологическом пространстве тогда и только тогда, когда оно совпадает со своим замыканием. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать это утверждение.

2. Компактные топологические пространства. Критерий компактности в терминах центрированных систем (критерий доказать).

3. Задача № 17.

Вариант № 18

1. Внутренность множества в топологическом пространстве. Свойства операции $A \mapsto \mathrm{Int}(A)$.

2. Всякое замкнутое подмножество компактного топологического пространства является компактным множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

3. Задача № 18

Вариант № 19

1. Замыкание множества в топологическом пространстве. Свойства операции $A \mapsto \overline{A}$.

2. Всякое компактное подмножество хаусдорфова топологического пространства является замкнутым множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

3. Задача № 19.

Вариант № 20

1. База топологического пространства. Примеры. Критерий базы (доказать).

2. Образ компактного пространства при непрерывном отображении является компактным множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

3. Задача № 20.

Вариант № 21

1. Предбаза топологического пространства. Примеры. База в точке и фундаментальная система окрестностей топологического пространства. Примеры.

2. Непрерывное отображение компактного пространства в хаусдорфово пространство является замкнутым отображением. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

3. Задача № 21.

Вариант № 22

1. Первая и вторая аксиома счетности. Доказать или опровергнуть, что всякое метрическое пространство удовлетворяет первой аксиоме счетности.

2. Произведение топологических пространств. Доказать, что отображение проектирования является открытым отображением.

3. Задача № 22.

Вариант № 23

1. Определение связного подмножества топологического пространства. Критерий связности подмножества в топологическом пространстве.

2. Для непрерывности отображения $f: E \to X \times Y$ необходимо и достаточно непрерывности каждой из его компонент. Дать определения всех входящих в это утверждение понятий и доказать это утверждение.

3. Задача № 23.

Вариант № 24

1. Первая и вторая аксиома счетности. Доказать или опровергнуть, что всякое топологическое пространство, удовлетворяющее второй аксиоме счетности удовлетворяет и первой аксиоме счетности.

2. Биективное непрерывное отображение компактного пространства на хаусдорфово пространство является гомеоморфизмом. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

3. Задача № 24.

Вариант № 25

1. Первая и вторая аксиома счетности. Доказать или опровергнуть, что всякое топологическое пространство, удовлетворяющее первой аксиоме счетности удовлетворяет и второй аксиоме счетности.

2. Пусть $f: X \to \mathbb{R}$ непрерывное отображение. Если X – компактное пространство, то f достигает своего минимального и максимального значения на X. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

3. Задача № 25.

Вариант № 26

1. Всюду плотные множества: определение, примеры и критерий всюду плотности множества (критерий доказать).

2. Связные топологические пространства. Критерии связности топологического пространства.

3. Задача № 26.

Вариант № 27

1. Внутренняя точка, граничная точка, точка прикосновения и предельная точка множества в топологическом пространстве.

2. Связные топологические пространства. Доказать связность отрезка $[a, b]$.

3. Задача № 27.

Вариант № 28

1. Для непрерывности отображения, действующего между топологическими пространствами необходимо и достаточно, чтобы прообраз любого замкнутого множества для этого отображения был замкнут. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

2. Непрерывный образ связного топологического пространства является связным множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

3. Задача № 28.

Вариант № 29

1. Множество открыто в топологическом пространстве тогда и только тогда, когда оно совпадает со своей внутренностью. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать это утверждение.

2. Связные топологические пространства. Критерии связности топологического пространства.

3. Задача № 29.

Вариант № 30

1. Компактные топологические пространства. Критерий компактности в терминах центрированных систем (критерий доказать).

2. База топологического пространства. Примеры. Критерий базы (доказать).

3. Задача № 30.

Вариант № 31

1. Непрерывное отображение компактного пространства в хаусдорфово пространство является замкнутым отображением. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

2. Отношение «точка-множество» в топологическом пространстве.

3. Задача № 31.

Вариант № 32

1. Множество замкнуто в топологическом пространстве тогда и только тогда, когда оно совпадает со своим замыканием. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать это утверждение.

4. Аксиомы отделимости T_0, T_1 и T_2. Определение, взаимосвязь и примеры, показывающие, что $T_0 \not\Rightarrow T_1$ и $T_1 \not\Rightarrow T_2$.

2. Задача № 32.

Вариант № 33

1. Нормальные топологические пространства. Доказать, что всякое метрическое пространство является нормальным.

2. Определение связного подмножества топологического пространства. Критерий связности подмножества в топологическом пространстве.

3. Задача № 33.

Вариант № 34

1. Всякое компактное подмножество хаусдорфова топологического пространства является замкнутым множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

2. Композиция непрерывных отображений есть непрерывное отображение. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

3. Задача № 34.

Вариант № 35

1. Всякое регулярное пространство является хаусдорфовым. Дать определение всех входящих в данное утверждение терминов и доказать или опровергнуть это утверждение.

2. Определение счетного множества. Доказать счетность объединения счетного семейства счетных множеств.

3. Задача № 35.

Вариант № 36

1. Доказать несчетность отрезка .

2. Произведение топологических пространств. Доказать, что отображение проектирования является открытым отображением.

3. Задача № 36.

Вариант № 37

1. Непрерывное отображение компактного пространства в хаусдорфово пространство является замкнутым отображением. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

2. Гомеоморфизмы: определения, свойства и примеры. Свойства доказать.

3. Задача № 37.

Вариант № 38

1. Сформулировать Малую и Большую леммы Урысона. Дать определения всех входящих в эту формулировку понятий и терминов.

2. Замыкание множества в топологическом пространстве. Свойства операции $A \mapsto \bar{A}$.

3. Задача № 38.

Вариант № 39

1. Подпространство метрического пространства. Индуцированная метрика. Примеры.

2. Непрерывный образ связного топологического пространства является связным множеством. Дать определения всех входящих в данное утверждение понятий и доказать это утверждение.

3. Задача № 39.

Вариант № 40

1. Компактные топологические пространства. Критерий компактности в терминах центрированных систем (критерий доказать).

2. Первая и вторая аксиома счетности. Доказать или опровергнуть, что всякое метрическое пространство удовлетворяет первой аксиоме счетности.

3. Задача № 40.

7.1.5. Примерные вопросы к экзамену по дисциплине

1. Способы задания плоской кривой. Касательная.
2. Пространственная кривая. Репер Френе.
3. Кривизна и кручение кривой. Натуральные уравнения.
4. Гладкая поверхность. Касательная плоскость и нормаль.
5. Первая квадратичная форма поверхности и её роль.
6. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности.
7. Полная и средняя кривизны поверхности.
8. Деривационные формулы поверхности.
9. Символы Кристоффеля и их вычисление.
10. Метрические пространства. Примеры.
11. Топологические пространства. Примеры.

12. Непрерывные отображения и гомеоморфизмы.
13. Компактные топологические пространства.
14. Связные топологические пространства.
15. Гладкие многообразия. Примеры.
16. Касательное пространство гладкого многообразия.
17. Римановы многообразия. Примеры.
18. Тензоры на римановом многообразии и операции над ними.
19. Кососимметрические тензоры.
20. Геодезические связности на римановом многообразии.
21. Параллельный перенос векторных полей.
22. Тензор кривизны.
23. Дифференциальные формы.
24. Внешнее произведение и внешнее дифференцирование форм.
25. Интеграл дифференциальной формы.
26. Общая формула Стокса и её частные случаи (формулы Грина, Стокса, Остроградского-Гаусса).
27. Степень отображения.
28. Степень векторного поля на поверхности. Теорема Гаусса–Бонне.
29. Индекс особой точки векторного поля. Теорема Пуанкаре–Бендиксона.

7.1.6. Примерные задачи к экзамену по дисциплине

1. Доказать формулы Де Моргана.
2. Доказать счетность множества рациональных чисел.
3. Доказать несчетность множества чисел единичного отрезка.
4. Доказать, что данная функция является метрикой.
5. Доказать, что данное семейство подмножеств данного множества образует топологию на этом множестве.
6. Доказать, что данное отображение является непрерывным.
7. Доказать, что данное топологическое пространство является компактным.
8. Доказать, что данное топологическое пространство является связным.
9. Найти производную по t от вектор-функции $\bar{r}(t) = (t-1)\bar{i} + \dfrac{t^2+1}{2}\bar{j} - 3\bar{k}$ ($\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ - линейно независимые, постоянные векторы)
10. Каково необходимое и достаточное условие, чтобы вектор-функция $\bar{r}(t)$ имела постоянное направление
11. Каково необходимое и достаточное условие, чтобы в некотором интервале $|\bar{r}(t)| = const$
12. Найти единичные векторы касательной, главной нормали и бинормали кривой $x = t\sin t$, $y = t\cos t$, $z = tl^t$ в начале координат:
$\bar{r} = \dfrac{\bar{l}_2 + \bar{l}_3}{\sqrt{2}}$, $\bar{\gamma} = \dfrac{2\bar{l}_1 - \bar{l}_2 + \bar{l}_3}{\sqrt{6}}$, $\bar{\beta} = \dfrac{\bar{l}_1 + \bar{l}_2 - \bar{l}_3}{\sqrt{3}}$

13. Написать уравнения касательной плоскости и нормали в точке М (1, 3, 4) поверхности $\left(6x+3y-2z-7=0, \dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-4}{-2}\right)$.
14. Найти главные направления и главные кривизны прямого геликоида $x=u\cos v$, $y=u\sin v$, $z=av$.
15. Написать уравнение соприкасающейся плоскости кривой $x=\cos^3 t$, $y=\sin^2 t$, $z=\cos 2t$ в ее произвольной точке $(4(x\cos z-y\sin t)-3z=\cos 2t)$.
16. Составить уравнение касательной плоскости к тору $x=(1+5\cos u)\cos v$, $y=(1+5\cos u)\sin v$, $z=5\sin u$ в точке $M(u,v)$, для которой $\cos u=\dfrac{3}{5}$, $\cos v=\dfrac{4}{5}$ $0<\mathrm{u}, \mathrm{v}<\dfrac{\pi}{2}$, $(12x+9y+20z-140=0)$.
17. Найти под каким углом пересекаются кривые $u+v=0$, $u-v=0$ на прямом геликоиде $x=u\cos v$, $y=u\sin v$, $z=av$.
18. На поверхности $x=u^2+v^2$, $y=u^2-v^2$, $z=uv$ дана точка $P(u=,v=1)$. вычислить главные кривизны поверхности в точке P.

$$\left(k_{\text{н}}^1=\frac{1}{2\sqrt{5}}, k_{\text{н}}^2=0\right).$$

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

Основная

1) Введение в топологию : [учеб. пособие для вузов по спец. "Математика" / Ю.Г.Борисович, Н.М.Близняков, Я.А.Израилевич, Т.Н.Фоменко]. - М. : Высш. школа, 1980. - 295 с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 283-287. - Указ. имен., предм.: с. 288-292 . - 0-75.
2) Мищенко, Александр Сергеевич. Курс дифференциальной геометрии и топологии : [для мех.-мат. спец. ун-тов] / Мищенко, Александр Сергеевич, А. Т.

Фоменко. - М. : Факториал-пресс, 2000, 1980 (Изд-во МГУ). - 432 с. : ил. ; 22 см. - 1-30.

3) Погорелов, Алексей Васильевич. Дифференциальная геометрия : [учебник для студентов матем. спец. ун-тов и пед. ин-тов] / Погорелов, Алексей Васильевич. - Изд. 6-е, стереотип. - М. : Наука, 1974, 1969. - 176 с. ; 19 см. + с черт. - 0-28.
4) Сборник задач по дифференциальной геометрии: По спец. "математика" / под ред. А.С.Феденко;[И.В.Белько. В.И.Ведерников, В.Т.Воднеев и др.]. - 2-е изд., перераб. - М. : Наука, 1979. - 272 с. : ил. ; 21 см. - Предм. указ.: с.266-272. - 0-65.
5) Манфредо П. до Кармо Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей [Электронный ресурс]/ Манфредо П. до Кармо— Электрон. текстовые данные.— Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2013.— 608 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/28887.html.— ЭБС «IPRbooks» (25.05.2018)

Дополнительная

6) Дубровин, Борис Анатольевич. Современная геометрия : Методы и приложения. Т. 1 : Геометрия поверхностей, групп преобразований и полей / Дубровин, Борис Анатольевич ; С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. - 5-е изд., испр. - М. : Эдиториал УРСС: Добросвет, 2001. - 334 с. - ISBN 5-8360-0160-X : 0-0.
7) Дубровин, Борис Анатольевич. Современная геометрия : Методы и приложения. Т. 2 : Геометрия и топология многообразий / Дубровин, Борис Анатольевич ; С.П.Новиков, А.Т.Фоменко . - 5-е изд., испр. - М. : Эдиториал УРСС: Добросвет, 2001. - 293 с. - ISBN 5-8360-0161-8 : 0-0.
8) Дубровин, Борис Анатольевич. Современная геометрия : Методы и приложения. Т. 3 : Теория гомологий / Дубровин, Борис Анатольевич ; С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. - Изд. 2-е, испр. - М. : Эдиториал УРСС: Добросвет, 2001. - 286 с. - ISBN 5-8360-0162-6 : 0-0.
9) Игнаточкина Л.А. Топология для бакалавров математики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Игнаточкина Л.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Прометей, 2016.— 88 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/58207.html.— ЭБС «IPRbooks» (25.05.2018)

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	**Студентам:** - запустить установленный у Вас математический паке выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет подходящий и решить свою задачу по аналогии; **Преподавателям:**

			- использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. **Всем заинтересованным пользователям:** **1.** – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе. **2.** – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.**Ru**)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная программа по дифференциальной геометрии и топологии распределена по темам и по часам на лекции, практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Специфика дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:
1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных
в теоретическом курсе;
2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.
Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а
именно:
а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного
отношения к работе;
в) воспитание критического отношения к своей деятельности,
умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения,
находить свои ошибки и устранять их.

Методические рекомендации

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

1. *Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т.* Современная геометрия: Методы и приложения. М.: Наука, 1986.
2. *Борисович Ю. Г., Близняков Н. М., Израилевич Я. А., Фоменко Т. Н.* Введение в топологию. М.: Высшая школа, 1980.
3. *Мищенко А. С., Фоменко А. Т.* Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

Решать задачи и упражнения из задачников

1. *Мищенко А. С., Соловьев Ю. П., Фоменко А. Т.* Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросами для самопроверки

Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия *Мищенко А. С., Соловьев Ю. П., Фоменко А. Т.* Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дифференциальной геометрии и топологии рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.
При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.
В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.