

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дискретная математика, математическая логика и их приложения в  
информатике и компьютерных науках**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направление (профиль) программы  
Математический анализ и приложения

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки

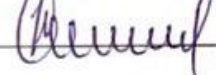
02.03.01 - Математика и компьютерные науки  
Приказ № 807 Минобрнауки России от 23.08.2017 г.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Ибрагимов Мурад Гаджиевич, к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от «14» 05 2021 г., протокол № 10.

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

и  
на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» 06 2021 г., протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «9» 07 2021 г.

/Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках» обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.01-Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг базовых для дискретной математики вопросов, относящихся к теории множеств и представлению информации в ЭВМ, комбинаторики, булевых функций, действиям с дискретными структурами и производящим функциям, теории алгоритмов, сжатию и хранению информации, теории кодирования и теории графов. Учебный курс включает в себя исследование различных типов объектов и подструктур в графах, а также рассмотрение ряда классических задач на графах и сетях, описание алгоритмов их решения, анализ трудоемкости алгоритмов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1, ОПК-2, профессиональных – ПК-1,

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольная работа, коллоквиум и промежуточный контроль в форме двух экзаменов.

Объем дисциплины 8 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий 288ч.

Объем дисциплины в очной форме

Семестр	Учебные занятия							СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе:								
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					консультации		
		всего	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР			
3	108	56	28	-	28	-	-	52	зачет
4	180	56	28	-	28	-	-	124	экзамен
итого	288	112	56	-	56	-	-	176	зачет, экзамен

## 1. Цели освоения дисциплины

Цель преподавания дисциплины является освоение студентами фундаментальных знаний в области дискретной математики и математической логики, и выработка практических навыков применения этих знаний. В частности, в курсе рассматриваются основные понятия, базовые элементы дискретной математики и математической логики такие, как множества и отношения, некоторые вопросы теории чисел, комбинаторный анализ, алгебраические структуры, булевы функции, логические исчисления, графы и алгоритмы на графах, связность, кодирование и т.д.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках» обязательную часть образовательной программы бакалавриата, по направлению 02.03.01 – Математика и компьютерные науки.

Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках является одним из востребованных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. ее методы находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики, в частности, в информатике, в экономике, в специализированных курсах (представления данных, экстремальных задач, математической логики, теории вероятностей).

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений,	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	<i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений,	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.

<p>дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>		<p>дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики.  <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.  <i>Владеет:</i> базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	
	<p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.  <i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию</p>	

		<p>математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p>	
	<p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p><i>Знает:</i> различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современного математического анализа.</p>	
<p>ОПК-2. Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-2.1. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке.</p>	<p>Знает: достаточно обширно актуальные проблемы современного математического анализа, а также основные результаты и методы решения задач, разработанные к настоящему времени в области выбранной научной тематики. Умеет: определять цель и задачи, а также объект и предмет научного исследования; анализировать актуальность научного</p>	<p>Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.</p>

		<p>исследования.          Владеет: методикой и навыками четкого и аргументированного изложения основных положений научного исследования на русском и английском языке.</p>	
	<p>ОПК-2.2. Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой.</p>	<p>Знает: основные методы научных исследований в области современного математического анализа. Умеет: строго доказывать математическое утверждение, сформулировать и анализировать научный результат. Владеет: некоторыми навыками решения конкретных задач математического анализа в соответствии с выбранной методикой.</p>	
	<p>ОПК-2.3. Имеет практический опыт исследований в конкретной области профессиональной деятельности.</p>	<p>Знает: различные способы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также технологии генерирования новых идей при решении исследовательских задач в области математического анализа. Умеет: критически анализировать современные научные достижения в области математического анализа. Владеет: навыками самостоятельной</p>	

		научно исследовательской работы в области современного математического анализа.	
ПК-1 Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	<i>Знает:</i> основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. <i>Владеет:</i> базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками программирования на современных языках	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Самостоятельная работа.
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<i>Знает:</i> области применения дифференциального и интегрального исчисления; различные языки программирования. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные: с исследованием свойств функций и их производных, с изучением	



		<p>функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе.  <i>Владеет:</i> методами дифференциального исчисления для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике.</p>	
	<p>ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.</p>	<p><i>Знает:</i> методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии.  <i>Умеет:</i> применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий.  <i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчислений.</p>	

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

#### 4.2. Структура дисциплины

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля
				Всего	Лекции	Практич. занятия	СРС	КСР	
1	<b>Модуль 1. Множества, отношения, функции</b>								
2	1. Введение в дискретную математику	3	1	8	2	2	4		Устный опрос, письменная контрольная работа
3	2. Теория множеств	3	2	14	2	2	10		
4	3. Отношения и функции	3	3-4	14	4	4	6		
5	<b>Итого по модулю 1:</b>	<b>3</b>	<b>1-4</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>20</b>		Коллоквиум
6	<b>Модуль 2. Элементы комбинаторики</b>								
7	1. Основные правила перечисления. $(N,r)$ -перестановки и сочетания	3	5	8	2	2	4		Устный опрос, письменная контрольная работа
8	2. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты.	3	6-7	14	4	4	6		
9	3. Разбиения числа. Формула включений и исключений	3	8-9	14	4	4	6		
10	<b>Итого по модулю 2:</b>	<b>3</b>	<b>5-9</b>	<b>36</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>16</b>		Коллоквиум
11	<b>Модуль 3. Булевы функции</b>								
12	1. Булевы функции. Важнейшие формы представления булевых функций	3	10	8	2	2	4		Устный опрос, письменная контрольная работа
13	2. Замкнутые классы Поста	3	11-12	14	4	4	6		
14	3. Теорема Поста о полных системах функций	3	13-14	14	4	4	6		
15	<b>Итого по модулю 3:</b>	<b>3</b>	<b>10-14</b>	<b>36</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>16</b>		Коллоквиум
16	<b>ИТОГО за 3 семестр</b>	<b>3</b>	<b>1-14</b>	<b>108</b>	<b>28</b>	<b>28</b>	<b>52</b>		зачет
17	<b>Модуль 4. Элементы теории кодирования</b>								
18	1. Основные понятия теории кодирования	4	1	18	2	2	14		Устный опрос, письменная контрольная работа
19	2. Коды Хемминга, Голея и Рида-Маллера	4	2-3	18	4	4	10		

20	<b>Итого по модулю 4:</b>	<b>4</b>	<b>1-3</b>	<b>36</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>24</b>		Коллоквиум
21	<b>Модуль 5. Основные понятия теории графов</b>								
22	1. История и актуальность теории графов	4	4	12	2	2	8		Устный опрос, письменная контрольная работа
23	2. Основные понятия и общие теоремы теории графов	4	5	10	2	2	6		
24	3. Основные классы графов	4	6-7	14	4	4	6		
25	<b>Итого по модулю 5:</b>	<b>4</b>	<b>4-7</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>20</b>		Коллоквиум
26	<b>Модуль 6. Основные алгоритмы теории графов</b>								
27	1. Поиск в глубину	4	8	12	2	2	8		Устный опрос, письменная контрольная работа
28	2. Поиск в ширину	4	9	12	2	2	8		
29	3. Алгоритмы поиска кратчайшего пути и оптимального дерева	4	10	12	2	2	8		
30	<b>Итого по модулю 6:</b>	<b>4</b>	<b>8-10</b>	<b>36</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>24</b>		Коллоквиум
31	<b>Модуль 7. Паросочетания. Планарные графы</b>								
32	1. Планарные графы	4	11	12	2	2	8		Устный опрос, письменная контрольная работа
33	2. Чередующие и дополняющие пути	4	12	8	2	2	4		
34	3. Паросочетания в двудольном графе	4	13-14	16	4	4	8		
35	<b>Итого по модулю 7:</b>	<b>4</b>	<b>11-14</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>20</b>		Коллоквиум
36	<b>Модуль 8. Подготовка к экзамену</b>								
37	Подготовка к экзамену	4	15	36			36		Экзамен
38	<b>Итого по модулю 8:</b>	<b>4</b>	<b>15</b>	<b>36</b>			<b>36</b>		Экзамен
39	<b>ИТОГО за 4 семестр</b>	<b>4</b>	<b>1-15</b>	<b>180</b>	<b>28</b>	<b>28</b>	<b>124</b>		Экзамен
40	<b>ИТОГО</b>	<b>3-4</b>		<b>288</b>	<b>56</b>	<b>56</b>	<b>176</b>		Зачет, экзамен

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### 3 семестр

#### Модуль 1. Множества, отношения, функции

##### ➤ Лекция № 1. Введение в дискретную математику

- *Непрерывная и дискретная математики.*
- *Специфика дискретной математики*
- *Основные разделы дискретной математики*
- *Дискретная математика – математическое основание информатики и информационных технологий*



##### ➤ Лекция № 2. Основные понятия теории множеств

- *Множество как фундаментальное понятие*
- *Основные операции над множествами*
- *Свойства операций над множествами*

➤ Лекция № 3. Бинарные отношения

- *Бинарные отношения и способы их задания*
- *Свойства отношений*
- *Отношения эквивалентности*
- *Отношение порядка*
- *Замыкание отношений*
- *Определение и способы задания функций*
- *Образ, прообраз множества*

➤ Лекция № 4. Функции

- *Основные классы функций: инъекции, сюръекции и биекции.*
- *Обратное отображение*

## **Модуль 2. Элементы комбинаторики**

➤ Лекция № 5. Основные правила перечисления

- *Мультимножества*
- *Алфавит*
- *$(N, r)$ -выборки.*
- *Выборки с повторениями и без повторений*
- *Упорядоченные и неупорядоченные выборки*
- *Основные правила перечислительной комбинаторики: правило суммы, правило равенства и правило произведения*

➤ Лекция № 6.  $(N, r)$ -перестановки и -сочетания

- *$(N, r)$ -перестановки с повторениями*
- *$(N, r)$ -перестановки без повторений*
- *$(N, r)$ -сочетания без повторений*
- *$(N, r)$ -сочетаний с повторениями*

➤ Лекция № 7. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты

- *Основные свойства биномиальных коэффициентов*
- *Биномиальная теорема*

➤ Лекция № 8. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты

- *Полиномиальные коэффициенты*
- *Полиномиальная теорема*

➤ Лекция № 9. Разбиение числа. Формула включений и исключений

- *Упорядоченное разбиение числа*
- *Неупорядоченное разбиение числа*
- *Формула включений и исключений*

## **Модуль 3. Булевы функции**

➤ Лекция № 10. Определение булевых функций и способы их задания

- *Булевы операции. Булевы алгебры*
- *Булевы функции*
- *Способы задания булевых функций*
- *Существенные и фиктивные переменные*

- Лекция № 11. Важнейшие формы представления булевых функций
  - ДНФ и КНФ
  - СДНФ и СКНФ
  - Полиномы Жегалкина
  - Принцип двойственности
- Лекция № 12. Классы Поста булевых функций
  - Функции, сохраняющие нуль
  - Функции, сохраняющие единицу
- Лекция № 13. Классы Поста булевых функций
  - Линейные функции
  - Самодвойственные функции
  - Монотонные функции
- Лекция № 14. Теорема Поста о полных системах функций
  - Замыкание класса функций
  - Теорема Поста
  - Теорема о максимальном числе функций в базисе
  - Теорема о предполных классах

#### 4 семестр

### Модуль 4. Элементы теории кодирования

- Лекция № 1. Основные понятия теории кодирования
  - Модель канала связи и проблематика теории кодирования
  - Кодирование для исправления ошибок
  - Линейные блочные коды
  - Кодирование с помощью матриц
  - Декодирование по стандартной таблице
  - Хемминговы сферы, области декодирования и стандартная таблица
- Лекция № 2. Коды Хемминга
  - Коды Хемминга
  - Процедуры кодирования и декодирования
- Лекция № 3. Коды Голея и Рида-Маллера
  - Двоичный код Голея
  - Двоичные коды Рида-Маллера

### Модуль 5. Основные понятия теории графов

- Лекция № 4. Введение в теорию графов. Определение и основные понятия
  - История теории графов
  - Определение графа и способы его задания
  - Степень вершины. Теорема о рукопожатиях
  - Маршруты, пути, замкнутые маршруты и пути

- Лекция № 5. Операции над графами
  - Подграфы и индуцированные подграфы
  - Удаление и добавление вершин и ребер
  - Подразбиение графа
  - Изоморфизм графа
  - Последовательность степеней графа
  - Графовые последовательности
  
- Лекция № 6. Связные графы и деревья
  - Связные графы
  - Деревья. Критерии деревьев
  - Остовные деревья
  - Двудольные графы
  - Критерий двудольности графа
  - Полные двудольные графы
  
- Лекция № 7. Планарные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы
  - Планарные графы
  - Формула Эйлера
  - Критерий Куратовского планарности графа
  - Эйлеровы графы
  - Гамильтоновы графы

## **Модуль 6. Основные алгоритмы теории графов**

- Лекция № 8. Поиск в глубину
  - Поиск в глубину
  - Поиск блоков в графе
  
- Лекция № 9. Поиск в ширину
  - Поиск в ширину
  - Алгоритм поиска кратчайшего пути
  
- Лекция № 10. Минимальные остовные деревья. Потоки в сетях
  - Алгоритм Крускала
  - Алгоритм Прима
  - Понятие сети
  - Поток в сети
  - Алгоритм Форда-Фалкерсона
  - Некоторые приложения алгоритма Форда-Фалкерсона

## **Модуль 7. Планарные графы. Паросочетания**

- Лекция № 11. Плоские графы
  - Теорема Жордана
  - Плоские графы
  - Формула Эйлера
  
- Лекция № 12. Планарные графы
  - Определение планарного графика

- *Теорема Куратовского*

➤ Лекция № 13. Паросочетания

- *Паросочетания и  $k$ -факторы*
- *Чередующие и дополняющие пути*

➤ Лекция № 14. Паросочетание в двудольном графе

- *Теорема Кенига*
- *Теорема Холла*
- *Теорема Татта о совершенном паросочетании*
- *Совершенное паросочетание в регулярном графе*
- *Факторы регулярного графа*

## Модуль 8. Подготовка к экзамену

### 4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине 3 семестр

#### Модуль 1. Множества, отношения, функции

➤ Занятие № 1. Введение в дискретную математику

- *Непрерывная и дискретная математики.*
- *Специфика дискретной математики*
- *Основные разделы дискретной математики*
- *Дискретная математика – математическое основание информатики и информационных технологий*
- *Решение задач*

➤ Занятие № 2. Основные понятия теории множеств

- *Множество как фундаментальное понятие*
- *Основные операции над множествами*
- *Свойства операций над множествами*
- *Решение задач*

➤ Занятие № 3. Основные понятия теории множеств

- *Бинарные отношения и способы их задания*
- *Свойства отношений*
- *Отношения эквивалентности*
- *Отношение порядка*
- *Замыкание отношений*
- *Решение задач*

➤ Занятие № 4. Функции

- *Определение и способы задания функций*
- *Образ, прообраз множества*
- *Основные классы функций: инъекции, сюръекции и биекции.*
- *Обратное отображение*
- *Решение задач*

## Модуль 2. Элементы комбинаторики

- Занятие № 5. Основные правила перечисления
  - *Мультимножества*
  - *Алфавит*
  - *$(N,r)$ -выборки.*
  - *Выборки с повторениями и без повторений*
  - *Упорядоченные и неупорядоченные выборки*
  - *Основные правила перечислительной комбинаторики: правило суммы, правило равенства и правило произведения*
  - *Решение задач*
  
- Занятие № 6.  $(N,r)$ -перестановки и -сочетания
  - *$(N,r)$ -перестановки с повторениями*
  - *$(N,r)$ -перестановки без повторений*
  - *$(N,r)$ -сочетания без повторений*
  - *$(N,r)$ -сочетаний с повторениями*
  - *Решение задач*
  
- Занятие № 7. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты
  - *Основные свойства биномиальных коэффициентов*
  - *Биномиальная теорема*
  - *Решение задач*
  
- Занятие № 8. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты
  - *Полиномиальные коэффициенты*
  - *Полиномиальная теорема*
  - *Решение задач*
  
- Занятие № 9. Разбиение числа. Формула включений и исключений
  - *Упорядоченное разбиение числа*
  - *Неупорядоченное разбиение числа*
  - *Формула включений и исключений*
  - *Решение задач*

## Модуль 3. Булевы функции

- Занятие № 10. Определение булевых функций и способы их задания
  - *Булевы операции. Булевы алгебры*
  - *Булевы функции*
  - *Способы задания булевых функций*
  - *Существенные и фиктивные переменные*
  - *Решение задач*
  
- Занятие № 11. Важнейшие формы представления булевых функций
  - *ДНФ и КНФ*
  - *СДНФ и СКНФ*
  - *Полиномы Жегалкина*
  - *Принцип двойственности*
  - *Решение задач*



- Занятие № 12. Классы Поста булевых функций
  - *Функции, сохраняющие нуль*
  - *Функции, сохраняющие единицу*
  - *Решение задач*
  
- Занятие № 13. Классы Поста булевых функций
  - *Линейные функции*
  - *Самодвойственные функции*
  - *Монотонные функции*
  - *Решение задач*
  
- Занятие № 14. Теорема Поста о полных системах функций
  - *Замыкание класса функций*
  - *Теорема Поста*
  - *Теорема о максимальном числе функций в базисе*
  - *Теорема о предполных классах*
  - *Решение задач*

## 4 семестр

### Модуль 4. Элементы теории кодирования

- Занятие № 1. Основные понятия теории кодирования
  - *Модель канала связи и проблематика теории кодирования*
  - *Кодирование для исправления ошибок*
  - *Линейные блочные коды*
  - *Кодирование с помощью матриц*
  - *Декодирование по стандартной таблице*
  - *Хемминговы сферы, области декодирования и стандартная таблица*
  - *Решение задач*
  
- Занятие № 2. Коды Хемминга
  - *Коды Хемминга*
  - *Процедуры кодирования и декодирования*
  - *Решение задач*
  
- Занятие № 3. Коды Голея и Рида-Маллера
  - *Двоичный код Голея*
  - *Двоичные коды Рида-Маллера*
  - *Решение задач*

### Модуль 5. Основные понятия теории графов

- Занятие № 4. Введение в теорию графов. Определение и основные понятия
  - *История теории графов*
  - *Определение графа и способы его задания*
  - *Степень вершины. Теорема о рукопожатиях*
  - *Маршруты, пути, замкнутые маршруты и пути*
  - *Решение задач*

- Занятие № 5. Операции над графами
  - Подграфы и индуцированные подграфы
  - Удаление и добавление вершин и ребер
  - Подразбиение графа
  - Изоморфизм графа
  - Последовательность степеней графа
  - Графовые последовательности
  - Решение задач
  
- Занятие № 6. Связные графы и деревья. Двудольные графы
  - Связные графы
  - Деревья. Критерии деревьев
  - Остовные деревья
  - Двудольные графы
  - Критерий двудольности графа
  - Полные двудольные графы
  - Решение задач
  
- Занятие № 7. Планарные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы
  - Планарные графы
  - Формула Эйлера
  - Критерий Куратовского планарности графа
  - Эйлеровы графы
  - Гамильтоновы графы
  - Решение задач

## **Модуль 6. Основные алгоритмы теории графов**

- Занятие № 8. Поиск в глубину
  - Поиск в глубину
  - Поиск блоков в графе
  - Решение задач
  
- Занятие № 9. Поиск в ширину
  - Поиск в ширину
  - Алгоритм поиска кратчайшего пути
  - Решение задач
  
- Занятие № 10. Минимальные остовные деревья. Поток в сетях.  
Алгоритм Форда-Фалкерсона
  - Алгоритм Крускала
  - Алгоритм Прима
  - Понятие сети
  - Поток в сети
  - Алгоритм Форда-Фалкерсона
  - Некоторые приложения алгоритма Форда-Фалкерсона
  - Решение задач

## Модуль 7. Планарные графы. Паросочетания

- Занятие № 11. Плоские графы
  - Теорема Жордана
  - Плоские графы
  - Формула Эйлера
  - Решение задач
  
- Занятие № 12. Планарные графы
  - Определение планарного графика
  - Теорема Куратовского
  - Решение задач
  
- Занятие № 13. Паросочетания
  - Паросочетания и  $k$ -факторы
  - Чередующие и дополняющие пути
  - Решение задач
  
- Занятие № 14. Паросочетание в двудольном графе
  - Теорема Кенига
  - Теорема Холла
  - Теорема Татта о совершенном паросочетании
  - Совершенное паросочетание в регулярном графе
  - Факторы регулярного графа
  - Решение задач

## Модуль 8. Подготовка к экзамену

### 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### 6.1. Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоёмкость, а.ч.
Введение в дискретную математику	4
Теория множеств	10
Отношения и функции	6
Основные правила пересчёта. $(N,r)$ -перестановки и сочетания	4
Биномиальные и полиномиальные коэффициенты.	6
Разбиения числа. Формула включений и исключений	6
Булевы функции. Важнейшие формы представления булевых функций	4
Замкнутые классы Поста	6
Теорема Поста о полных системах функций	6
Основные понятия теории кодирования	14
Коды Хемминга, Голея и Рида-Маллера	10
История и актуальность теории графов	8
Основные понятия и общие теоремы теории графов	6
Основные классы графов	6
Поиск в глубину	8

Поиск в ширину	8
Алгоритмы поиска кратчайшего пути и оптимального дерева	8
Планарные графы	8
Чередующие и дополняющие пути	4
Паросочетания в двудольном графе	8
Подготовка к экзамену	36
Итого СРС:	176

## 6.2. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение лекционных материалов (электронные варианты) и рекомендованной литературы.
2. Выполнение индивидуальных заданий на составление программ и подготовка к отчету по ним.
3. Решение задач и упражнений, сформулированных в электронных приложениях к лекции
4. Подготовка к текущему и промежуточному контролю.
5. Подготовка к экзамену.

## 6.3. Порядок контроля:

1. Блиц-опрос на лабораторных занятиях, 2. Проверка выполнения пакета заданий и прием отчета по ним, 3. Текущий контроль за выполнением задач, сформулированных в электронных вариантах к лекции, 4. Промежуточный отчет (коллоквиумы, к.р.), 5. Экзамен.

Текущий контроль включает систематический блиц-опрос и проверку домашнего задания.

Промежуточный контроль проводится в виде отчета по пакетам заданий, предварительная проверка решений практикуется по файлам, отправленным по электронной почте.

Итоговый контроль проводится в виде устного экзамена с обязательным устным собеседованием.

Критерии выставления оценок:

«отлично» - владение теоретическим материалом, возможно, за исключением деталей справочного плана, и наличие навыков решения задач;

«хорошо» - владение разделами «Булевы функции. Важнейшие формы представления булевых функций», «Теорема Поста о полных системах функций» «Основные понятия теории кодирования» умение решать задачи по этим темам;

«удовлетворительно» - знания по разделам «Теория множеств», «Отношения и функции», «Разбиения числа. Формула включений и исключений» умение решать элементарные задачи и посещение занятий.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается по истечению месяца с начала семестра, определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

## 7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### 7.1. Типовые контрольные задания

#### 7.1.1. Темы рефератов:

Отношение эквивалентности.

Решетки: определение и примеры.

Функции, частичные функции и многозначные функции.

Числа Стирлинга 1-го и 2-го рода.

Производящие функции линейных рекуррентных последовательностей.

Тупиковая, минимальная и сокращенная ДНФ.

Алгоритм нахождения всех минимальных ДНФ.

Сокращенная ДНФ для монотонных функций.

Методы построения сокращенных ДНФ.

Элементарные функции  $k$ -значной логики.

Вопросы полноты в  $k$ -значной логики.

Особенности функций  $k$ -значной логики.

Представление функций  $k$ -значной логики полиномами.

Кодирование над конечными полями.

Различные числовые характеристики двоичных кодов и их оценки.

Оценка числа неизоморфных графов с  $q$  ребрами

Теорема Кэли о числе деревьев с нумерованными вершинами.

Оценка сложности алгоритмов поисков в ширину и глубину.

Алгоритм Форда-Фалкерсона и некоторые его приложения.

Формула Эйлера.

Теорема Куратовского.

Паросочетания двудольного графа.

Паросочетания произвольного графа.

Теорема Холла.

#### 7.1.2. Примерные упражнения и задания для текущего контроля

##### Вариант контрольной работы

- 1) Сколько существует подмножеств мощности 7 у множества  $M = \{1, 2, 3, a, b, c, d, e, f, g, h, k, l\}$ ?
- 2) Сколько существует мультимножеств мощности 3 над множеством  $M = \{a, b, c, d\}$ ?
- 3) Дан алфавит  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, a, b, c, d, e\}$ . Сколько существует слов длины 8 в этом алфавите таких, что первые 3 буквы могут быть любыми, а остальные буквы попарно различны?
- 4) Дан алфавит  $A = \{a, b, c, d, e, f, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Сколько существует слов длины 9 в этом алфавите таких, что буква «с» встречается ровно 4 раза, а буква «б» встречается ровно 2 раза?
- 5) Чему равен коэффициент при  $x^3z^5$  в разложении  $(x+y+z+t)^9$ ?
- 6) Найти число решений в целых числах следующей задачи:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 30, \\ a_1, \dots, a_5 \geq -2, a_6, a_7, a_8 \geq 0, a_9 \geq 3, a_{10} \geq 1 \end{cases}$$

- 7) Найти число натуральных чисел, не превосходящих 1000 и не делящихся ни на одно из чисел 4,9 и 35?
- 8) Сколько существует инъективных функций из множества  $N=\{a,b,c,d,e\}$  во множество  $R=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$ ?

### 7.1.3. Примерные задания к промежуточному контролю (коллоквиуму)

1.  $(N,r)$ -перестановки без повторений: определение, предложение, теорема и следствие.
2.  $(N,r)$ -перестановки с повторениями: определение, предложение, теорема и следствие.
3.  $(N,r)$ -сочетания без повторений: определение, предложение, теорема и следствие.
4.  $(N,r)$ -сочетания с повторениями: определение, предложение, теорема и следствие.
5. Биномиальные коэффициенты: определение, свойства, биномиальная теорема.
6. Полиномиальные коэффициенты: определение, связь с упорядоченным разбиением множества, полиномиальная теорема.
7. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения числа.
8. Формула включений и исключений.
9. Булевы функции: определения и способы задания.
10. Двойственная булева функция. Принцип двойственности для булевых функций.
11. Теорема о разложении булевой функции по переменным.
12. Алгоритм приведения булева выражения к ДНФ и КНФ.
13. Теорема о СДН-форме булевой функции.
14. Теорема о СКН-форме булевой функции.
15. Полиномы Жегалкина: определение и теорема.
16. Замыкание класса булевых функций  $A$ . Свойства операции замыкания.
17. Принцип индукции для замыкания множества булевых функций.
18. Замкнутые, полные, предполные и базисные системы булевых функций.
19. Полные системы булевых функций: определение и теорема (примеры полных и базисных систем).
20. Классы Поста: определения и их попарное различие.
21. Классы Поста: определения и теорема Поста о полных системах функций.
22. Теоремы о максимальном числе функций в базисе и о предполных классах. Определение графа и ориентированного графа. Понятия, связанные с вершинами и ребрами.
23. Определение графа. Некоторые классы графов.
24. Теорема о рукопожатиях и её следствие.
25. Изоморфизм графов.
26. Подграфы и индуцированные подграфы.
27. Операции над графами.
28. Способы задания графов.
29. Последовательность степеней графа. Теорема.

- 30.Графовая последовательность. Теорема.
- 31.Деревья. Основная теорема о деревьях.
- 32.Помеченные деревья. Теорема Кэли и код Прюфера.
- 33.Эйлеровы графы. Теорема Эйлера.
- 34.Гамильтоновы графы. Теорема Оре и Дирака.
- 35.Связность и гамильтоновы циклы.
- 36.Обход графа в ширину и её связь с вычислением расстоянием между вершинами.
- 37.Обход графа в глубину и нормальные остовные деревья графа.
- 38.Двудольные графы. Критерий двудольности графа.

### Тесты к модулям 1 и 2 (Множества и комбинаторика)

1. Пусть  $N = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ ,  $R = \{a,b,c,d,e,f,g,h\}$  - множества и функция

$\varphi: N \rightarrow R$  задана в стандартной форме  $\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ a & b & e & h & a & c & b \end{pmatrix}$ . Найдите

$\varphi^{-1}(B)$ , если  $B = \{a,b,c,g,f\}$

- 1)  $\{1,2,5,6,7\}$
- 2)  $\{1,2,3\}$
- 3)  $\emptyset$
- 4)  $\{1,3,5,7\}$

2. Вычислить  $\binom{30}{27}$

- 1)  $29 \cdot 28 \cdot 5$
- 2)  $30 \cdot 27$
- 3)  $30^{27}$
- 4)  $30 \cdot 29 \cdot 28$

11. Чему равен коэффициент при  $x^3$  в разложении бинома  $(2-x)^9$  по степеням  $x$

- 1)  $-\binom{9}{3}2^6$
- 2)  $2\binom{9}{3}$
- 3)  $-9^3$
- 4)  $-\binom{9}{3}$

3. Сколько существует подмножеств мощности 6 у множества  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- 1) 924
  - 2) 7
  - 3)  $6^7$
  - 4)  $7^6$
  - 5) 7!
4. Сколько существует мультимножеств мощности 4 над множеством  $M = \{a, b, c\}$
- 1)  $4^3$
  - 2) 15
  - 3)  $3^4$
  - 4)  $4^3$
  - 5) 12
5. Дан алфавит  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b\}$ . Сколько существует слов длины 6 в этом алфавите таких, что первые 2 произвольны, а остальные буквы попарно различны
- 1)  $\binom{11}{6}$
  - 2)  $11^3 \cdot 10^3$
  - 3)  $11^6$
  - 4)  $6^{11}$
  - 5)  $11^6$
6. Дан алфавит  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m\}$ . Сколько существует слов длины 10 в этом алфавите таких, что буква «m» встречается ровно три раза, а буква «e» встречается ровно 4 раза
- 1)  $4200 \cdot 11^3$
  - 2)  $\binom{13}{3} \binom{13}{4} 10^3$
  - 3) 10!
  - 4)  $10 \cdot 4 \cdot 3$
  - 5)  $\binom{10}{4} \cdot 10^3$
7. Чему равен коэффициент при  $x^3 y^4 z$  в разложении  $(x + y + z + t)^8$
- 1) 300
  - 2) 280
  - 3) 12
  - 4) 28
  - 5) 1000



8. Найти число решений в целых числах следующей задачи:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_{11} = 23, \\ a_1, \dots, a_8 \geq -3, a_9 \geq 5, a_{10} \geq 1, a_{11} \geq 4 \end{cases}$$

- 1)  $\binom{47}{10}$
- 2)  $\binom{23}{10}$
- 3) 2000
- 4)  $\binom{48}{10}$
- 5)  $23 \cdot 11$

9. Сколько существует функций из множества  $N = \{a, b, c, d, e\}$  во множество  $R = \{1, 2, 3, 4\}$

- 1)  $5^4$
- 2)  $\binom{5}{4}$
- 3)  $5!$
- 4)  $4!$
- 5)  $4^5$

10. Дана бесконечно дифференцируемая функция  $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ . Сколько у нее может быть частных производных четвертого порядка

- 1) 35
- 2)  $4^4$
- 3) 21
- 4)  $4^4$

11. Какие из следующих мультимножеств имеют мощность 10

- 1)  $\{a^2 b^3 c^0 d^3 e^2\}$
- 2)  $\{a^1 b^2 c^3 d^2 e^1 f^1\}$
- 3)  $\{a^1 b^0 c^1 d^0 e^1 f^0 g^1 h^0 k^1 l^0\}$
- 4)  $\{a^0 b^0 c^0 d^0 e^0 f^0 g^0 h^0 k^0 l^0\}$

12. Какие из следующих функций являются инъективными

- 1)  $f: N \rightarrow N, f(x) = x^2$
- 2)  $f: N \rightarrow R, f(x) = e^x$

3)  $f: Z \rightarrow Z, f(x) = x^4$

4)  $f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow R, f(x) = \sin x$

13.  $(N, r)$ -выборка  $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_r}$  называется  $(N, r)$ -перестановкой без повторений, если

- 1) в ней важен порядок следования элементов
- 2) в ней не допускаются повторения элементов
- 3) в ней не важен порядок следования элементов
- 4) в ней допускаются повторения элементов

14. Укажите верные равенства

1)  $x^n = x^k(x-k)^{n-k}$

2)  $\sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{1}{n+1} (2^{n+1} - 1)$

3)  $\binom{n}{k} + \binom{m}{k} = \binom{n+m}{k}, (0 \leq k \leq n, 0 \leq k \leq m)$

4)  $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 1$

15. Упорядочите по включению следующие множества, начиная с меньшего

- 1)  $\emptyset$
- 2)  $\{c\}$
- 3)  $\{a, c\}$
- 4)  $\{a, b, c, \{a, b, c\}\}$

17. Расположите числа в порядке возрастания

1)  $\binom{40}{35}$

2)  $\binom{40}{10}$

3)  $\binom{40}{23}$

4)  $\binom{40}{19}$

18. Дан линейно упорядоченный алфавит  $A = \{a < b < c < d < e < f\}$ . Расположите следующие слова в лексикографическом порядке

- 1) *accdbe*
- 2) *adceee*
- 3) *adeba*
- 4) *baadca*

19. Пусть  $N$  –  $n$ -элементное множество,  $R$  –  $r$ -элементное множество. Установите соответствие между перечисленными множествами и их мощностями.

1. Множество всех отображений из  $R$  в  $N$
2. Множество всех инъективных отображений из  $R$  в  $N$
3. Множество всех  $r$ -элементных подмножеств множества  $N$
4. Множество всех мультимножеств над  $N$  мощности  $r$

- 1)  $n^r$
- 2)  $n^r$
- 3)  $\frac{n^r}{r!}$
- 4)  $\frac{n^r}{r!}$

20. Пусть  $N$  –  $n$  буквенный алфавит. Установите соответствие между перечисленными множествами и их мощностями

1. Множество всех  $(N, r)$  – сочетаний с повторениями
2. Множество всех слов длины  $r$  в алфавите  $N$  с попарно различными буквами
3. Множество всех слов длины  $r$  в алфавите  $N$
4. Множество всех  $(N, r)$  – перестановок без повторений

- 1)  $\frac{n^r}{r!}$
- 2)  $n^r$
- 3)  $n^r$
- 4)  $\frac{n^r}{r!}$

21. Пусть  $\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ c & a & b & a & a & b & d \end{pmatrix}$  функция  $\varphi: N \rightarrow R$ , где  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $R = \{a, b, c, d\}$ . Сколько существует функций  $\psi: R \rightarrow N$  таких, что  $\varphi \circ \psi = 1_R$

22. Сколько существует анаграмм у слова «баобаб»

23. Найти число натуральных чисел, не превосходящих 4000 и не делящихся ни на одно из чисел 10, 17 и 21

### Тесты к модулю 3 (Булевы функции)

1. Какая из следующих формул логически эквивалентна формуле  $(\neg a \rightarrow b) \rightarrow (\neg a \wedge c)$

- 1)  $\neg a \wedge (b \rightarrow c)$
- 2)  $\neg a \wedge (b \rightarrow \neg c)$
- 3)  $(a \wedge b) \vee (a \wedge \neg c)$
- 4)  $(\neg a \vee b) \rightarrow c$

2. Какая из следующих формул является логическим следствием формулы  $\neg a \wedge b$

- 1)  $(a \vee \neg b) \rightarrow (a \leftrightarrow c)$
- 2)  $(\neg a \vee b) \rightarrow c$
- 3)  $a \wedge b \wedge \neg c$
- 4)  $a \wedge (b \rightarrow c)$

3. Найти СДН-форму булевой функции  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee \bar{x}_3$

- 1)  $x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3$
- 2)  $x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
- 3)  $x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
- 4)  $x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$
- 5)  $x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$

4. Найти СКН-форму булевой функции  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee \bar{x}_3$

- 1)  $(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$
- 2)  $(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$
- 3)  $(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$
- 4)  $(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$
- 5)  $(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$

5. Найти полином Жегалкина для булевой функции  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee \bar{x}_3$

- 1)  $1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3$
- 2)  $1 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 x_3$
- 3)  $1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_3$
- 4)  $1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_2 x_3$
- 5)  $x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_2 x_3$

6. Какие из следующих булевых функций не монотонны

- 1)  $\bar{x}$
- 2)  $x$
- 3)  $xy$
- 4)  $x \vee y$

5) 1

7. Подсчитать число функций из множества  $L \cap T_0 \cap T_1$ , зависящих от переменных  $x_1, x_2, \dots, x_{11}$

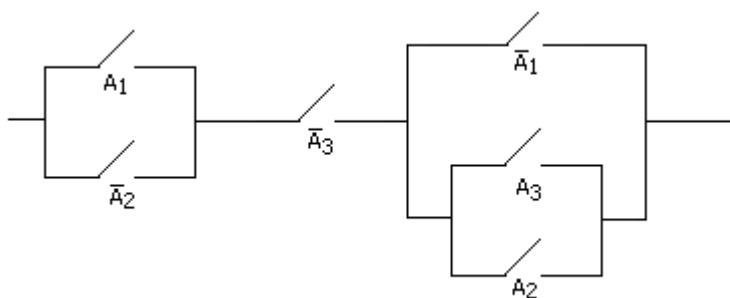
- 1)  $2^{10}$
- 2)  $2^{11} - 2$
- 3)  $2^{2^{11}} - 2$
- 4)  $\frac{1}{2}2^{2^{11}}$

8. Найти словесное представление булевой функции

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee \bar{x}_2) \rightarrow x_3$$

- 1) [01110101]
- 2) [00111000]
- 3) [10111001]
- 4) [01111001]

9. Какой булевой функцией представляется следующая переключательная схема



- 1)  $(x_1 \vee \bar{x}_2)\bar{x}_3(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)$
- 2)  $(x_1 \wedge \bar{x}_2) \vee \bar{x}_3 \vee (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$
- 3)  $(x_1 \wedge \bar{x}_2) \oplus \bar{x}_3 \oplus (\bar{x}_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$
- 4)  $(x_1 \oplus \bar{x}_2) \wedge \bar{x}_3 \wedge (\bar{x}_1 \oplus x_2 \oplus x_3)$

10. Какие переменные булевой функции  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0101010110101010$  являются фиктивными

- 1)  $x_2$
- 2)  $x_3$
- 3)  $x_1$
- 4)  $x_4$

11. Укажите самодвойственные булевы функции

- 1) 0111010011010001
- 2) 10010110

3) 0111011101110111

4) 11011101

12. Какие из следующих функций равны булевой функции  $f(x_1, x_2) = x_1 \rightarrow \bar{x}_2$

1)  $f = 1110$

2)  $f(x_1, x_2) = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$

3)  $f = 1101$

4)  $f(x_1, x_2) = \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2$

13. Какие из следующих булевых функций сохраняют нуль

1)  $f = 01101011$

2)  $f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \rightarrow z$

3)  $f = 10011000$

4)  $f(x, y, z) = \bar{x} \oplus \bar{y} \oplus \bar{z}$

14. Выберите верные утверждения.

1) Классы Поста являются предполными классами

2) Классы Поста являются замкнутыми классами

3) Классы Поста являются полными классами

4) Классы Поста являются незамкнутыми классами

5) Классы Поста являются базисными классами

15. Укажите верные утверждения.

1) Всякую булеву функцию не равную тождественно нулю можно единственным образом представить в совершенной дизъюнктивной нормальной форме

2) Всякую булеву функцию можно многими способами представить в конъюнктивной нормальной форме

3) Всякую булеву функцию многими способами можно представить в виде полинома Жегалкина

4) Всякую булеву функцию можно единственным способом представить в конъюнктивной нормальной форме

16. Расположите по возрастанию мощностей следующие множества

1)  $BF(2) \cap T_1$

2)  $BF(3) \cap S$

3)  $BF(5) \cap L$

4)  $BF(3) \cap T_0$

17. Установите соответствие между булевыми функциями и их формой представления

1.  $f_1(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3$

$$2. f_2(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee x_3)(x_1 \vee \bar{x}_3)$$

$$3. f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 \oplus x_1 x_2 x_3$$

- 1) СДНФ
- 2) КНФ
- 3) Полином Жегалкина
- 4) СКНФ

18. Установите соответствие между равными булевыми функциями

1.  $1 \oplus x \oplus y$

2.  $\overline{x \vee y}$

3.  $x | y$

4.  $x \vee y$

1)  $x \leftrightarrow y$

2)  $\bar{x} \cdot \bar{y}$

3)  $\bar{x} \vee \bar{y}$

4)  $\bar{x} \rightarrow y$

19. Установите соответствие между булевой функцией  $f$  и двойственной к ней функцией  $f^*$

1.  $(x \leftrightarrow \bar{y}) \vee (z \oplus \bar{x})$

2.  $(\bar{x} \leftrightarrow y) \vee (\bar{z} \oplus x)$

3. 11010101

4. 10101011

1)  $(z \leftrightarrow \bar{x})(x \oplus \bar{y})$

2)  $(\bar{x} \oplus y)(\bar{z} \leftrightarrow x)$

3) 01010100

4) 00101010

20. Выяснить на скольких наборах из  $B^6$  обращается в 0 полином

$$P(x_1, \dots, x_6) = x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_4 \oplus x_1 x_5 \oplus x_1 x_6$$

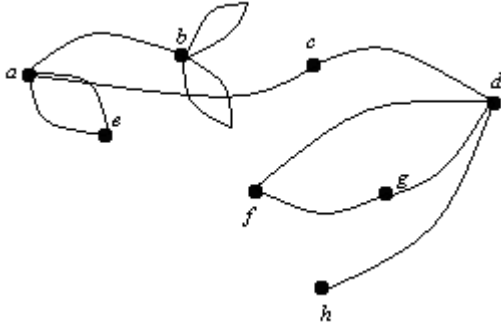
21. По функциям  $f(x_1, x_2)$  и  $g(x_1, x_2)$ , заданным с помощью слова  $f = 1010$ ,

$g = 0101$ , построить словесное представление функции  $h$ ,

$$h(x_1, x_2) = f(g(x_1, x_1), g(x_2, x_2)) \wedge g(f(x_1, x_2), x_1)$$

### Тесты к модулю 5 (Начала теории графов)

1. Диаграммой какого графа является следующий рисунок



1)

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$E(G) = \{\langle a, b \rangle \langle a, e \rangle^2 \langle b, b \rangle^2 \langle a, c \rangle \langle c, d \rangle \langle d, f \rangle \langle d, g \rangle \langle d, h \rangle \langle f, g \rangle\}$$

2)

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$E(G) = \{\langle a, b \rangle \langle a, c \rangle^3 \langle a, f \rangle^2 \langle b, d \rangle \langle c, c \rangle^2 \langle c, e \rangle^3 \langle d, f \rangle^3 \langle e, d \rangle \langle f, h \rangle\}$$

3)

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$E(G) = \{\langle a, b \rangle \langle a, c \rangle \langle a, e \rangle^4 \langle b, h \rangle \langle c, d \rangle \langle e, d \rangle^3 \langle d, f \rangle \langle f, h \rangle \langle f, f \rangle\}$$

4)

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$E(G) = \{\langle a, b \rangle \langle a, e \rangle^2 \langle b, b \rangle^2 \langle a, c \rangle \langle c, d \rangle \langle d, f \rangle \langle d, g \rangle \langle d, h \rangle \langle f, g \rangle\}$$

2. Матрицей смежности какого графа является следующая матрица

$$M_G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1)

$$V(G) = \{a < b < c < d < e\},$$

$$E(G) = \{\langle a, d \rangle \langle b, c \rangle \langle b, e \rangle^2 \langle d, d \rangle \langle d, e \rangle\}$$

2)

$$V(G) = \{a < b < c < d < e\},$$

$$E(G) = \{\langle a, d \rangle \langle a, c \rangle \langle a, d \rangle \langle b, e \rangle^2 \langle c, e \rangle \langle c, d \rangle\}$$

3)



$$V(G) = \{a < b < c < d < e\},$$

$$E(G) = \{\langle a, a \rangle^2 \langle a, c \rangle \langle b, d \rangle \langle b, e \rangle \langle c, c \rangle \langle c, e \rangle^2 \langle e, d \rangle\}$$

4)

$$V(G) = \{a < b < c < d < e\},$$

$$E(G) = \{\langle a, d \rangle^2 \langle a, c \rangle \langle b, c \rangle \langle b, e \rangle^2 \langle d, e \rangle \langle c, c \rangle \langle c, e \rangle\}$$

3. Какой из следующих графов является эйлеровым

1)

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

$$E(G) = \{\langle a, a \rangle \langle a, b \rangle \langle a, c \rangle \langle a, d \rangle^2 \langle b, c \rangle^2 \langle b, d \rangle \langle b, e \rangle \langle c, f \rangle \langle d, g \rangle \langle e, f \rangle \langle f, g \rangle^2\}$$

2)

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$E(G) = \{\langle a, b \rangle \langle a, d \rangle \langle b, c \rangle \langle b, d \rangle \langle b, e \rangle \langle b, f \rangle \langle c, e \rangle \langle d, e \rangle \langle d, f \rangle \langle e, f \rangle\}$$

3)

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$E(G) = \{\langle a, b \rangle \langle a, d \rangle \langle b, c \rangle^2 \langle b, d \rangle^2 \langle b, e \rangle \langle b, f \rangle \langle c, e \rangle \langle c, f \rangle \langle d, e \rangle \langle e, e \rangle \langle e, f \rangle\}$$

4)

$$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$$

$$E(G) = \{\langle a, d \rangle \langle a, e \rangle \langle b, c \rangle \langle b, e \rangle \langle c, d \rangle \langle d, e \rangle\}$$

4. Дан граф  $G = (V, E)$ , где

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h, k\}$$

$$E(G) = \{\langle a, b \rangle^2 \langle b, b \rangle \langle b, c \rangle \langle c, d \rangle \langle c, g \rangle \langle d, e \rangle \langle e, f \rangle \langle f, g \rangle \langle g, h \rangle \langle h, h \rangle \langle h, k \rangle^2\}$$

Пусть  $A = \{c, d, e, f, g\}$  - подмножество множества вершин  $V$ . Укажите правильный подграф  $G' = G[A]$  графа  $G$ , индуцированный подмножеством  $A$

1)

$$V(G') = \{c, d, e, f, g\}$$

$$E(G') = \{\langle c, d \rangle \langle c, g \rangle \langle d, e \rangle \langle e, f \rangle \langle f, g \rangle\}$$

2)

$$V(G') = \{a, b, c, d, e, f, g, h, k\}$$

$$E(G') = \{\langle c, d \rangle \langle c, g \rangle \langle d, e \rangle \langle e, f \rangle \langle f, g \rangle\}$$

3)

$$V(G') = \{c, d, e, f, g\}$$

$$E(G') = \{\langle a, b \rangle \langle b, c \rangle \langle c, d \rangle \langle c, g \rangle \langle d, e \rangle \langle e, f \rangle \langle f, g \rangle \langle g, h \rangle \langle h, h \rangle \langle h, k \rangle\}$$

4)

$$V(G') = \{c, d, e, f, g\}$$

$$E(G') = \{\langle a, b \rangle^2 \langle b, b \rangle \langle b, c \rangle \langle c, d \rangle \langle c, g \rangle \langle d, e \rangle \langle e, f \rangle \langle f, g \rangle \langle g, h \rangle \langle h, h \rangle \langle h, k \rangle^2\}$$

5. Каково минимальное число цепей, непересекающихся по ребрам, покрывающих все вершины графа  $G = (V, E)$ , где

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g, h, k\}$$

$$E(G) = \{\langle a, b \rangle \langle a, d \rangle^2 \langle a, f \rangle \langle b, c \rangle \langle b, h \rangle \langle d, e \rangle \langle e, f \rangle \langle e, g \rangle \langle f, g \rangle \langle g, h \rangle \langle h, k \rangle\}$$

1) 4            2) 2            3) 3            4) 1

6. Расположите вершины  $c, d, e, f$  графа  $G$  в порядке возрастания их степеней, если

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f\},$$

$$E(G) = \{\langle a, b \rangle \langle a, e \rangle^2 \langle a, c \rangle \langle b, c \rangle^2 \langle b, e \rangle \langle b, f \rangle \langle c, f \rangle \langle d, f \rangle \langle e, e \rangle\}$$

1)  $d$             2)  $f$             3)  $c$             4)  $e$

#### 7.1.4. Экзаменационные вопросы

1. Множества и функции. Инъективные, сюръективные и биективные функции. Примеры.
2. Упорядоченные множества, линейно упорядоченные множества: определения и примеры.
3. Алфавит, упорядоченный алфавит, слова, монотонные и строго монотонные слова.
4. Мультимножества: определение, обозначения и примеры.
5. Различные типы выборов.
6.  $(N, r)$ -перестановки без повторений: определение, предложение, теорема и следствие.
7.  $(N, r)$ -перестановки с повторениями: определение, предложение, теорема и следствие.
8.  $(N, r)$ -сочетания без повторений: определение, предложение, теорема и следствие.
9.  $(N, r)$ -сочетания с повторениями: определение, предложение, теорема и следствие.
10. Биномиальные коэффициенты: определение, свойства, биномиальная теорема.
11. Полиномиальные коэффициенты: определение, связь с упорядоченным разбиением множества, полиномиальная теорема.

12. Упорядоченные и неупорядоченные разбиения числа.
13. Формула включений и исключений.
14. Булевы алгебры: определение и примеры.
15. Обобщенные булевы выражения: определения и примеры.
16. Булевы функции: определения и способы задания.
17. Существенные и фиктивные переменные булевых функций: определения, примеры и предложение.
18. Двойственная булева функция. Принцип двойственности для булевых функций.
19. Конъюнкция ранга  $k$ , полная конъюнкция, дизъюнктивная и совершенная дизъюнктивная форма над множеством переменных  $\{x_1, \dots, x_n\}$ .
20. Дизъюнкция ранга  $k$ , полная дизъюнкция, конъюнктивная и совершенная конъюнктивная форма над множеством переменных  $\{x_1, \dots, x_n\}$ .
21. Теорема о разложении булевой функции по переменным.
22. Алгоритм приведения булева выражения к ДНФ и КНФ.
23. Теорема о СДН-форме булевой функции.
24. Теорема о СКН-форме булевой функции.
25. Полиномы Жегалкина: определение и теорема.
26. Понятие формулы над  $A$ . ( $A$  – какое-то множество булевых функций).
27. Замыкание класса булевых функций  $A$ . Свойства операции замыкания.
28. Принцип индукции для замыкания множества булевых функций.
29. Замкнутые, полные, предполные и базисные системы булевых функций.
30. Полные системы булевых функций: определение и теорема (примеры полных и базисных систем).
31. Классы Поста: определения и их попарное различие.
32. Классы Поста: определения и теорема Поста о полных системах функций.
33. Теоремы о максимальном числе функций в базисе и о предполных классах.
34. Определение графа и ориентированного графа. Понятия, связанные с вершинами и ребрами.
35. Определение графа и ориентированного графа. Маршруты и связанные с ними понятия.
36. Определение графа. Некоторые классы графов.
37. Теорема о рукопожатиях и её следствие.
38. Изоморфизм графов.
39. Подграфы и индуцированные подграфы.
40. Операции над графами.
41. Способы задания графов.
42. Последовательность степеней графа. Теорема.
43. Графовая последовательность. Теорема.
44. Связность.
45. Деревья. Основная теорема о деревьях.
46. Помеченные деревья. Теорема Кэли и код Прюфера.
47. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера.
48. Гамильтоновы графы. Теорема Оре и Дирака.
49. Связность и гамильтоновы циклы.

50. Обход графа в ширину и её связь с вычислением расстоянием между вершинами.
51. Обход графа в глубину и нормальные остовные деревья графа.
52. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.

## **7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних работ - 0 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- коллоквиум - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

## **8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Храмова Т.В. Дискретная математика. Элементы теории графов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.В. Храмова. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2014. — 43 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45466.html>
2. Просветов, Георгий Иванович. Дискретная математика: Задачи и решения : учеб. пособие / Просветов, Георгий Иванович. - М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2008. - 222,[2] с. - (Математика). - ISBN 978-5-94774-829-1 : 165-00. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов : учебник / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - СПб. : Питер, 2011, 2006, 2005, 2004, 2002, 2001. - Допущено МО РФ. - 140-00. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике / Гаврилов, Гарий Петрович, А. А. Сапоженко. - 3-е изд., перераб. - М. : Физматлит, 2006. - 416 с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 412-413. - Предм. указ.: с. 414-416. - ISBN 5-9221-0477-2 : 350-00. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

1. Зарипова Э.Р. Лекции по дискретной математике. Математическая логика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Э.Р. Зарипова, М.Г. Кокотчикова, Л.А. Севастьянов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Российский университет дружбы народов, 2014. — 120 с. — 978-5-209-05455-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/22190.html>

2. Поздняков, Сергей Николаевич. Дискретная математика : учеб. для вузов / Поздняков, Сергей Николаевич, С. В. Рыбин. - М. : Академия, 2008. - 448 с. - (Высшее профессиональное образование. Информатика и вычислительная техника). - Допущено МО РФ. - ISBN 978-5-7695-3105-7 : 430-76. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Соболева, Татьяна Сергеевна. Дискретная математика : учеб. для студентов вузов, обуч. по специальности направлений подгот. "Информ. и вычисл. техника", "Информ. системы", "Информ. безопасность" / Соболева, Татьяна Сергеевна, А. В. Чечкин ; под ред. А.В.Чечкина. - М. : Академия, 2006. - 254,[1] с. - (Университетский учебник. Серия "Прикладная математика и информатика"/ Ю.И.Димитриенко (отв. ред.)). - Допущено МО РФ. - ISBN 5-7695-2823-0 : 236-61. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Куликов, Валерий Васильевич. Дискретная математика : учеб. пособие для студентов вузов, обуч. по специальности 071700 "Физика и техн. оптич. связи", 200900 "Сети связи и сист. коммутации", 201000 "Многоканальные телекоммуникац. системы", 201100 "Радиосвязь, радиовещание и телевидение", 201200 "Средства связи с подвижными объектами", 201300 "Защищённые системы связи" / Куликов, Валерий Васильевич. - М. : РИОР, 2007. - 172,[1] с. - (Высшее образование: серия основана в 1996 г.). - Рекомендовано УМО. - ISBN 978-5-369-00205-6 : 117-00. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.elib.dgu.ru/>

<http://www.iprbookshop.ru/>

<http://intuit.ru/>

## **10. Методические указания по освоению дисциплины**

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов.