

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа дисциплины

Тригонометрические и ортогональные ряды

Кафедра математического анализа

Образовательная программа
01.03.01 Математика

Профиль подготовки
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений

Махачкала, 2021

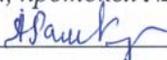
Рабочая программа дисциплины *Тригонометрические и ортогональные ряды* составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки *01.03.01 Математика (уровень бакалавриата)* от 10.01.2018 № 8.

Разработчики: кафедра математического анализа,
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н., профессор

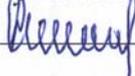
Рабочая программа дисциплины одобрена:

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа
от 22 июня 2021 г., протокол № 10.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и
компьютерных наук от 23 июня 2021 г., протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением « 09 » 07 2021 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Тригонометрические и ортогональные ряды* входит в вариативную (по выбору) часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных со свойствами ортогональных систем функций и вопросами сходимости рядов по различным ортогональным системам функций.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

универсальных - УК-1;

общепрофессиональных – ОПК-1;

профессиональных – ПК- 3.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать: свойства общих ортогональных систем функций и классических ортогональных многочленов; определения ортогонального ряда, частичных сумм, ряда Фурье; основные свойства коэффициентов Фурье;

уметь: применять признаки различных видов сходимости тригонометрических рядов, рядов по системам Хаара, Уолша и других ортогональных рядов;

владеть: методами теории рядов Фурье и элементарными методами теории общих ортогональных рядов для применения в математике и в области других естественнонаучных дисциплин.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 4 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточн ой аттестации	
	Все го	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, включая экзамен
		из них						
Лекц ии	Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации				
8	144	26		16			66+36	экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Приобретение знаний и умений по исследованию свойств тригонометрических и ортогональных рядов.

Владение методами теории ортогональных рядов для возможности применения в дальнейшей научно-исследовательской деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *Тригонометрические и ортогональные ряды* входит в вариативную (по выбору) часть образовательной программы по направлению 01.03.01 *Математика* (Б1.В.ДВ.6.2).

К исходным требованиям для изучения дисциплины относятся знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ.

Дисциплина является основой для последующего изучения других дисциплин и прохождения практик.

Знания по данному курсу необходимы при работе над выпускной квалификационной работой и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1.Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	<i>Знает:</i> структуру задач в области действительного анализа, а также базовые составляющие таких задач. <i>Умеет:</i> анализировать постановку данной задачи в области действительного анализа, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области действительного анализа.	Устный опрос
	УК-1.2.Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.	Письменный опрос

	<p>УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p><i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет.</p> <p><i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>	<p>Устный опрос</p>
<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (действительного анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики,</p>	<p>Устный опрос</p>

		<p>физики.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами действительного анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	
	ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.	<p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками применения методов действительного анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p>	Устный опрос, письменный опрос
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<p><i>Знает:</i> различные методы действительного анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач действительного анализа.</p>	Устный опрос

ПК-3. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-3.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	<p><i>Знает:</i> основы действительного анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии.</p> <p><i>Умеет:</i> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами действительного анализа; навыками программирования на современных языках.</p>	Устный опрос
	ПК-3.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<p><i>Знает:</i> области применения действительного анализа; различные языки программирования.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные: с исследованием свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе.</p> <p><i>Владеет:</i> методами действительного анализа для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике.</p>	Устный опрос, письменный опрос
	ПК-3.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<p><i>Знает:</i> методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные</p>	Устный опрос

		<p>информационные технологии.</p> <p><i>Умеет:</i> применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчисления.</p>	
--	--	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 академических часа.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Общие ортогональные системы и ряды								
<i>Всего по модулю 1</i>	8		10	6			14	коллоквиум
1. Системы независимых функций			4	2			4	
2. Общие ортогональные ряды			4	2			6	
3. Виды сходимости			2	2			4	
Модуль 2. Тригонометрические ряды								
<i>Всего по модулю 2</i>	8		10	8			6	коллоквиум
1. Тригонометрическая система функций			4	2			2	
2. Тригонометрические ряды Фурье			4	2			2	
3. Свойства коэффициентов Фурье			2	2			2	

4.Средние Фейера			2	1				
5.Средние Валле-Пуссена			2	1				
Модуль 3. Классические ортогональные ряды								
Всего по модулю 3			6	2			16	КОЛЛОКВИУМ
1.Ряды по классическим ортогональным многочленам			4	1			8	
2. Понятие о рядах по системам Хаара, Уолша, Радемахера			2	1			8	
Модуль 4. Промежуточная аттестация								
Экзамен	8							36
ИТОГО за семестр	8		26	16			66	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Общие ортогональные системы и ряды

Тема 1. Системы независимых функций

Примеры систем независимых функций. Ортогонализация.

Полнота. Замкнутость. Базисность.

Тема 2. Общие ортогональные ряды

Ортогональные и биортогональные ряды.

Общие ряды Фурье. Коэффициенты Фурье.

Тема 3. Виды сходимости

Сходимость в среднем. Сходимость почти всюду.

Равномерная сходимость. Абсолютная сходимость.

Модуль 2. Тригонометрические ряды

Тема 1. Тригонометрическая система функций

Основные свойства тригонометрической системы.

Тема 2. Тригонометрические ряды Фурье

Свойства частичных сумм Фурье.

Интеграл Дирихле. Принцип локализации Римана.

Достаточные условия сходимости тригонометрических рядов Фурье.

Тема 3. Свойства коэффициентов Фурье

Связи поведения коэффициентов Фурье с видом сходимости

Ряда Фурье. Оценки коэффициентов Фурье для функций из некоторых классов.

Тема 4. Средние Фейера

Основные свойства средних Фейера.

Оценка скорости их сходимости.

Тема 5. Средние Валле-Пуссена

Основные свойства средних Валле-Пуссена.

Наилучшие приближения тригонометрическими полиномами.

Модуль 3. Классические ортогональные ряды

Тема 1. Ряды по классическим ортогональным многочленам

Понятие о рядах по многочленам Чебышева, Лежандра,

Лагерра, Эрмита, Якоби.

Аппроксимационные свойства рядов Фурье-Чебышева.

Тема 2. Понятие о рядах по системам Хаара, Уолша, Радемахера
Понятие о системах Хаара, Уолша, Радемахера.
Аппроксимационные свойства рядов по ним.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Общие ортогональные системы и ряды

Тема 1. Системы независимых функций
Примеры систем независимых функций. Полнота. Замкнутость.
Тема 2. Общие ортогональные ряды
Ортогональные ряды.
Общие ряды Фурье. Коэффициенты Фурье.
Тема 3. Виды сходимости
Сходимость в среднем. Сходимость почти всюду.
Равномерная сходимость. Абсолютная сходимость.

Модуль 2. Тригонометрические ряды

Тема 1. Тригонометрическая система функций
Основные свойства тригонометрической системы.
Тема 2. Тригонометрические ряды Фурье
Свойства частичных сумм Фурье.
Интеграл Дирихле. Достаточные условия сходимости тригонометрических рядов Фурье.
Тема 3. Свойства коэффициентов Фурье
Связи поведения коэффициентов Фурье с видом сходимости
Ряда Фурье. Оценки коэффициентов Фурье для функций из некоторых классов.
Тема 4. Средние Фейера
Основные свойства средних Фейера.
Оценка скорости их сходимости.
Тема 5. Средние Валле-Пуссена
Основные свойства средних Валле-Пуссена.
Наилучшие приближения тригонометрическими полиномами.

Модуль 3. Классические ортогональные ряды

Тема 1. Ряды по классическим ортогональным многочленам
Понятие о рядах по многочленам Чебышева, Лежандра, Лагерра, Эрмита, Якоби.
Аппроксимационные свойства рядов Фурье-Чебышева.
Тема 2. Понятие о рядах по системам Хаара, Уолша, Радемахера
Понятие о системах Хаара, Уолша, Радемахера.
Аппроксимационные свойства рядов по ним.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Крылов В. И. Приближенное вычисление интегралов.- М. : Наука, 1967 г.
2. Бейтмен Г., Эрдейн А. Высшие трансцендентные функции. Т.1. Гипергеометрическая функция, функции Лежандра / Пер. с англ.- 2-е изд.- М. : Наука, 1973
3. Никифоров А.Ф., Суслов С.К., Уваров В.Б. Классические ортогональные многочлены дискретной переменной.- М.: Наука, 1985.

Задания для самостоятельной работы

Вопросы и темы для самостоятельного изучения

1. Полиномы Чебышева I и II родов. Основные свойства.
2. Аппроксимативные свойства рядов по полиномам Чебышева.
3. Ультрасферические полиномы Якоби. Их свойства.
4. Функции Бесселя. Основные свойства.
5. Гипергеометрические функции Гаусса.
6. Дискретные ортогональные полиномы. Их приложения.

Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Модуль 1. Общие ортогональные системы и ряды</i>	
1. Системы независимых функций	
2. Общие ортогональные ряды	Доклад на тему: Гипергеометрические функции и ортогональные многочлены.
3. Виды сходимости	Доклад на тему: Соотношения между различными видами сходимости.
<i>Модуль 2. Тригонометрические ряды</i>	
1. Тригонометрическая система функций	Доклад на тему: Основные свойства тригонометрической системы.
2. Тригонометрические ряды Фурье	Доклад на тему: Квадратурные формулы по равноотстоящим узлам.
3. Свойства коэффициентов Фурье	Доклад на тему: Оценка остатка квадратурных формул Гаусса.
4. Средние Фейера	Доклад на тему: Оценка скорости сходимости средних Фейера.
5. Средние Валле-Пуссена	Доклад на тему: Наилучшие приближения

	тригонометрическими полиномами.
Модуль 3. Классические ортогональные ряды	
1. Ряды по классическим ортогональным многочленам	Доклад на тему: Полиномы Чебышева.
2. Понятие о рядах по системам Хаара, Уолша, Радемахера	Доклад на тему: Сходимость рядов Фурье-Хаара.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Ортогонализация систем функций.
2. Классические ортогональные многочлены.
3. Разложение функций по ортогональным системам функций.
4. Тригонометрические ряды Фурье. Интеграл Дирихле.
5. Достаточные условия сходимости ТРФ.
6. Суммы Фейера и Валле-Пуссена, их свойства.
7. Ряды Фурье-Хаара.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций. Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. [Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа](#) - Москва: Физматлит, 2012

Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> ().

2. [Натансон И. П. Конструктивная теория функций](#) - Москва , Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949

Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон. - Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. - 688 с. ; То же

[Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479695> ().

3. [Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены](#) - Москва: Наука, 1979
Суетин, П.К. Классические ортогональные многочлены / П.К. Суетин. - Изд. 2-е, доп. - Москва : Наука, 1979. - 415 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464157> ().

б) дополнительная литература:

1. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. 3](#) - Москва: Физматлит, 2002

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва : Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196> ().

2. Бейтмен Г. и Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра / Бейтмен Г. и Эрдейи А. ; Пер. с англ. Н.Я. Виленкина. - М. : "Наука", 1965. - 294 с. : с черт. ; 22 см.

3. Никишин, Е.М. Рациональные аппроксимации и ортогональность / Никишин, Евгений Михайлович, В. Н. Сорокин. - М. : Наука, 1966. - 254,[1] с. ; 21 см. - Библиогр.: с. 246-252 (173 назв.). - Пред. указ.: с. 253-255. - 3-20.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам

3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/> ().

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники. При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами. В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.