

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа дисциплины

Теория приближений

Кафедра математического анализа

Образовательная программа
01.03.01 Математика

Профиль подготовки
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП,
формируемую участниками образовательных
отношений

Махачкала, 2021

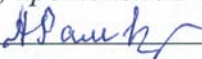
Рабочая программа дисциплины *Теория приближений* составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки *01.03.01 Математика (уровень бакалавриата)* от 10.01.2018 № 8.

Разработчики: кафедра математического анализа,
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н., профессор

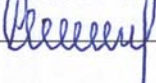
Рабочая программа дисциплины одобрена:

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа
от 22 июня 2021 г., протокол № 10.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и
компьютерных наук от 23 июня 2021 г., протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «09» 07 2021 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Теория приближений* входит в вариативную по выбору часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с наилучшими приближениями функций в различных пространствах, характеристическими свойствами элемента наилучшего приближения, прямыми и обратными теоремами теории приближения.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
универсальных - УК-1;
общепрофессиональных – ОПК-1;
профессиональных – ПК- 3.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать: постановку задачи наилучшего приближения в данном пространстве; основные свойства элементов наилучшего приближения; характеристики гладкости функции; оценки норм производных полиномов;

уметь применять: характеристическое свойство элемента наилучшего приближения, структурные свойства функций, прямые и обратные теоремы теории приближения в математике и прикладных задачах;

владеть: методами теории приближения функций для решения задач в математике и в других областях научно-исследовательской деятельности.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета*.

Объем дисциплины 4 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации	
	Все го	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						
		из них						
Лекц ии	Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации	СРС, вклю чая экза мен			
7	144	28		28				88

1. Цели освоения дисциплины

Освоение основных понятий, связанных с задачами теории приближений (наилучшее приближение, модули непрерывности, поперечники, прямые и обратные теоремы теории приближения);

Владение основными методами исследования задач теории приближений для возможности применения в дальнейшей научно-исследовательской деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *Теория приближений* входит в вариативную по выбору часть образовательной программы по направлению *01.03.01 Математика* (Б1.В.ДВ.7.2). К исходным требованиям для изучения дисциплины относятся знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин: математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ.

Дисциплина является основой для последующего изучения других дисциплин и прохождения практик.

Знания по данному курсу необходимы при работе над выпускной квалификационной работой и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1.Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	<i>Знает:</i> структуру задач в области действительного анализа, а также базовые составляющие таких задач. <i>Умеет:</i> анализировать постановку данной задачи в области действительного анализа, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области действительного анализа.	Устный опрос

	<p>УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p><i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.</p>	<p>Письменный опрос</p>
	<p>УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p><i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. <i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. <i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>	<p>Устный опрос</p>

<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1.Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p>	<p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (действительного анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами. <i>Владеет:</i> базовыми методами действительного анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	<p>Устный опрос</p>
	<p>ОПК-1.2.Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. <i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Владеет:</i> навыками применения</p>	<p>Устный опрос, письменный опрос</p>

		методов действительного анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.	
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<i>Знает:</i> различные методы действительного анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач действительного анализа.	Устный опрос
ПК-3. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-3.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	<i>Знает:</i> основы действительного анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. <i>Владеет:</i> базовыми методами действительного анализа; навыками программирования на современных языках.	Устный опрос
	ПК-3.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-	<i>Знает:</i> области применения действительного анализа; различные языки программирования. <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные: с исследованием	Устный опрос, письменный опрос

	исследовательской деятельности в математике и информатике.	свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе. <i>Владеет:</i> методами действительного анализа для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике.	
	ПК-3.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<i>Знает:</i> методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий. <i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчислений.	Устный опрос

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе	Самост. оят.	Формы текущего контроля
-------------------	---------	-----------------	---------------------------------	--------------	-------------------------

и тем дисциплины			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
Модуль 1. Наилучшие приближения								
Всего по модулю 1	7		8	8			20	КОЛЛОКВИУМ
1. Существование и единственность ЭНП			4	4			10	
2. Характеристические свойства ЭНП			4	4			10	
Модуль 2. Прямые теоремы								
Всего по модулю 2	7		10	10			16	КОЛЛОКВИУМ
1. Теоремы Джексона			4	4			6	
2. Теорема Стечкина			4	4			6	
3. Приближение с весом			2	2			4	
Модуль 3. Обратные теоремы								
Всего по модулю 3	7		10	10			16	КОЛЛОКВИУМ
1. Оценки производных			2	2			4	
2. Сравнение модулей непрерывности			2	2			4	
3. Обратные теоремы теории приближений			2	2			4	
4. Ряды Фурье как аппарат приближения			2	2			2	
5. Непрерывные дроби			2	2			2	
Модуль 4. Промежуточная аттестация								
Экзамен	7							36
ИТОГО за семестр	7		36	36			72	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Наилучшие приближения

Тема 1. Существование и единственность ЭНП

Наилучшие приближения. Постановка задачи.

Существование и единственность элемента наилучшего приближения. Теорема Хаара.

Тема 2. Характеристические свойства ЭНП

Теорема Колмогорова о наилучшем приближении.

Теорема Чебышева об альтернансе.

Полиномы, наименее уклоняющиеся от нуля. Основные свойства.

Приложения.

Модуль 2. Прямые теоремы

Тема 1. Теоремы Джексона

Модуль непрерывности и его свойства.

Первая и вторая теоремы Джексона о полиномиальных приближениях в тригонометрическом случае. Алгебраический случай.

Тема 2. Теорема Стечкина

Модули непрерывности высших порядков, их свойства.

Оценки полиномиальных приближений через модули непрерывности высших порядков. Теорема Стечкина.

Тема 3. Приближение с весом

Знакочувствительный вес. Наилучшие приближения в пространствах с весом.

Модуль 3. Обратные теоремы

Тема 1. Оценки производных

Неравенства С.Н.Бернштейна об оценке производных полиномов.

Об оценках производных рациональных функций.

Тема 2. Сравнение модулей непрерывности

Неравенство Маршо. Неравенство Тригуба.

Тема 3. Обратные теоремы теории приближений

Обратная теорема Салема. Обратная теорема С.Б.Стечкина.

Тема 4.Ряды Фурье как аппарат приближения

Частичные суммы Фурье, их аппроксимационные свойства.

Суммы Фейера и суммы Валле-Пуссена.

Тема 5.Непрерывные дроби

Свойства подходящих дробей. Разложение решений дифференциальных уравнений в непрерывные дроби. Оценки их скорости сходимости.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Наилучшие приближения

Тема 1. Существование и единственность ЭНП

Наилучшие приближения. Задачи на существование и единственность элемента наилучшего приближения.

Тема 2. Характеристические свойства ЭНП

Задачи на применение характеристического свойства ЭНП.

Полиномы, наименее уклоняющиеся от нуля.

Модуль 2. Прямые теоремы

Тема 1. Теоремы Джексона

Модуль непрерывности и его свойства.

Оценки полиномиальных приближений в тригонометрическом случае. Алгебраический случай.

Тема 2. Теорема Стечкина

Модули непрерывности высших порядков, их свойства.

Оценки полиномиальных приближений через модули непрерывности высших порядков.

Тема 3. Приближение с весом

Знакочувствительный вес. Приближения в пространствах с весом.

Модуль 3. Обратные теоремы

Тема 1. Оценки производных

Задачи на оценки производных полиномов и рациональных функций.

Тема 2. Сравнение модулей непрерывности

Задачи на неравенства Маршо и Тригуба.

Тема 3. Обратные теоремы теории приближений
Задачи на обратные теоремы Салема и С.Б.Стечкина.

Тема 4.Ряды Фурье как аппарат приближения

Задачи на частичные суммы Фурье, суммы Фейера и суммы Валле-Пуссена.

Тема 5.Непрерывные дроби

Разложение решений дифференциальных уравнений в непрерывные дроби. Оценки их скорости сходимости.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
2. Загиров Н.Ш., Рамазанов А.-Р. К. Приближение полиномами и рациональными функциями. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 1989.

Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Модуль 1. Наилучшие приближения</i>	
1. Существование и единственность ЭНП.	Доклад на тему: Устойчивость ЭНП.
2. Характеристические свойства ЭНП.	Доклад на тему: Некоторые применения чебышевского альтернанса.
<i>Модуль 2. Прямые теоремы</i>	
1. Теоремы Джексона	Доклад на тему: Теоремы А.Ф.Тимана.
2. Теорема Стечкина	Доклад на тему: Оценки наилучших приближений функций через наилучшие приближения их производных.
3. Приближение с весом	Доклад на тему: Аналоги теорем

	Джексона.
<i>Модуль 3. Обратные теоремы</i>	
1. Оценки производных	Доклад на тему: Оценки роста полиномов.
2. Сравнение модулей непрерывности	Доклад на тему: Неравенство Маршо.
3. Обратные теоремы теории приближений	Доклад на тему: Метрическая энтропия и ее оценки.
<i>Модуль 4. Аппараты приближения</i>	
1.Ряды Фурье как аппарат приближения	Доклад на тему: Коэффициенты Фурье и их применения в экстремальных задачах.
2.Непрерывные дроби	Доклад на тему: Дроби Паде.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Типовые контрольные задания

Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Наилучшее приближение. Основные свойства наилучшего приближения.
2. Критерий наилучшего приближения в пространстве непрерывных функций.
3. Критерий наилучшего приближения в пространстве Лебега.
4. Прямые теоремы наилучшего приближения.
5. Обратные теоремы наилучшего приближения.
6. Аппроксимационные свойства частичных сумм Фурье.
7. Суммы Фейера.
8. Суммы Валле-Пуссена.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. [Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функции полиномами](#) - Москва: Наука, 1977

Дзядык, В.К. Введение в теорию равномерного приближения функции полиномами / В.К. Дзядык ; ред. В.В. Абгарян, Л.В. Тайкова. - Москва : Наука, 1977. - 512 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456951> ().

2. [Тиман А. Ф. Теория приближения функций действительного переменного](#) - Москва: Гос. изд-во физико-математической лит., 1960
Тиман, А.Ф. Теория приближения функций действительного переменного / А.Ф. Тиман. - Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1960. - 624 с. - ISBN 978-5-4458-5451-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222399> ().

3. [Натансон И. П. Конструктивная теория функций](#) - Москва , Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949
Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон. - Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. - 688 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479695> ().

б) дополнительная литература:

1. [Корнейчук Н. П. Экстремальные задачи теории приближения](#) - Москва: Наука, 1976
Корнейчук, Н.П. Экстремальные задачи теории приближения / Н.П. Корнейчук ; ред. Б.И. Голубова, Г.Я. Пироговой. - Москва : Наука, 1976. - 320 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456961> ().

2. [Лоран П. Ж. Аппроксимация и оптимизация](#) - Москва: Мир, 1975
Лоран, П.Ж. Аппроксимация и оптимизация / П.Ж. Лоран ; под ред. Г.Ш. Рубинштейн, Н.Н. Яненко ; пер. с фр. Ю.С. Завьялова, Р.А. Звягиной и др. - Москва : Мир, 1975. - 495 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457011> ().

3. [Карлин С., Стадден В. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике](#) - Москва: Наука, 1976
Карлин, С. Чебышевские системы и их применение в анализе и статистике / С. Карлин, В. Стадден ; пер. с англ. под ред. С.М. Ермакова. - Москва : Наука, 1976. - 568 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459751> ().

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники. При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.