

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Стохастический анализ**

**Кафедра прикладной математики факультета математики и  
компьютерных наук**

**Образовательная программа  
02.03.01 - Математика и компьютерные науки**

**Профиль подготовки  
Математика и компьютерные науки**

**Уровень высшего образования  
*Бакалавриат***

**Форма обучения  
*Очная***

**Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП**

**Махачкала, 2021**

Рабочая программа дисциплины "Стохастический анализ" составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 - Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) от «23» 08 2021 г. № 807

Разработчики:  
кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И., д.ф.-м. н., профессор.

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры прикладной математики от «23» июня 2021 г., протокол № 10  
зав. кафедрой К Кадиев Р.И.;

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «23» июня 2021 г., протокол № 6  
Председатель Ризаев Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «09» 07 2021 г. \_\_\_\_\_  
(подпись)

Начальник УМУ Гасангаджиева Гасангаджиева А.Г.

(подпись)

## Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина «Стохастический анализ» входит в в обязательную часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 02.03.01 - Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением методов исследований различных процессов, в частности применений идей теории мартигалов и стохастического интеграла, а также знакомством с современными направлениями развития теории стохастического анализа.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных УК-1, общепрофессиональных ОПК-2, профессиональных ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума и промежуточный контроль в форме зачета.

Объем дисциплины 2 зачетные единицы (72 часа), в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
6	72	16	16	0			40	зачет
ИТОГО	72	16	16	0			40	

### 1. Цели освоения дисциплины.

Цель изучения курса «Стохастический анализ» - ознакомление слушателей с основами стохастического анализа, формирование математической культуры у студентов, развитие системного математического мышления. Знания и практические навыки, полученные студентами при освоении дисциплины «Стохастический анализ»

используются обучаемыми при изучении профессиональных дисциплин, а также при выполнении курсовых и дипломных работ.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Стохастический анализ» входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению (специальности) 02.03.01 - Математика и компьютерные наук.

Курс «Стохастический анализ» вводится после изучения дисциплин информатика, математический анализ, функциональный анализ, математическая статистика и случайные процессы, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Изученные в курсе методы могут применяться при решении различных математических моделей в естествознании.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
<b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.</p> <p>УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p> <p>УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска,</p>	<p><b>Знает:</b> основные принципы сбора и обработки информации</p> <p><b>Умеет:</b> классифицировать и систематизировать различные явления в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеет:</b> навыками работы с информационными источниками, математическими редакторами и соответствующими пакетами</p>	<p>Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в лабораторных занятиях.</p> <p>Самостоятельная работа</p>

	создания научных текстов.	программ.	
<b>ОПК-2.</b> Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки реализации алгоритмов решения прикладных задач	<p>ОПК-2.1. Владеет навыками использования математического аппарата и системы программирования для решения прикладных задач .</p> <p>ОПК-2.2. Умеет решать различные прикладные задачи, используя существующие математические методы и системы программирования.</p> <p>ОПК-2.3. Имеет практический опыт исследований прикладных задач.</p>	<p><b>Знает:</b> использование математического Аппарата и программирование для решения прикладных задач.</p> <p><b>Умеет:</b> решать прикладные задачи, используя математические методы и системы программирования.</p> <p><b>Владеет:</b> практическим опытом решения прикладных задач.</p>	<p>Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в лабораторных занятиях.</p> <p>Самостоятельная работа</p>
<b>ПК-1.</b> Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<p>ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p> <p>ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и</p>	<p><b>Знает:</b> собирать и обрабатывать данные, полученные в различных областях наук.</p> <p><b>Умеет:</b> ставить и решать конкретные математические задачи в рамках собственной научно-исследовательской деятельности.</p> <p><b>Владеет:</b> современными математическими методами в научных исследованиях в стохастическом анализе.</p>	<p>Наблюдение и участие в выполнении упражнений на лабораторных занятиях, самостоятельное и коллективное решение примеров на составление программ.</p> <p>Конспектирование лекций и изучение решенных примеров.</p> <p>Лабораторные и самостоятельные занятия.</p> <p>Ознакомление с разработанными преподавателями кафедры программами для ЭВМ, зарегистрированными в Реестре РФ. Устный</p>

	информатике. ПК-1.3. Имеет практический опыт использования методов современных научных исследований		опрос
--	--	--	-------

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Общ. тр	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лаб. Раб.	Сам. раб	Подг. к экз.		
<b>Модуль 1.</b>				<b>8</b>		<b>8</b>	<b>20</b>		<b>36</b>	
1	Основные понятия теории вероятностей.	6	1, 2	2		2	5		9	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование,
2	Основные понятия теории случайных процессов.	6	3, 4	2		2	5		9	лабораторная работа, проверка групп журнала ---
3	Интеграл Ито.	6	5, 6	2		2	5		9	---
4	Формула Ито	6	7, 8	2		2	5		9	-----

<b>Модуль 2.</b>				<b>8</b>		<b>8</b>	<b>20</b>		<b>36</b>	
5	Модели финансовых процессов.	6	11,12	2		2	5		9	
6	Модели ГСБ-1. Броуновское движение	6	13,14	2		2	5			
7	Дифференциальные уравнения Ито.	6	15,16	2		2	5		9	Контрольная работа
8	Линейные дифференциальные уравнения Ито.		17,18	2		2	5		9	
	<b>ИТОГО:</b>			<b>16</b>		<b>16</b>	<b>40</b>		<b>72</b>	<b>зачет</b>

Курс «Стохастический анализ» разбит на модули и темы. Ниже приводится содержание этого курса.

### 3. Содержание дисциплин, структурированное по темам (разделам)

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

##### Модуль 1.

###### **Тема 1. Основные понятия теории вероятностей.**

Вероятностное пространство. Независимость событий. Схема Бернулли. Случайные величины и их числовые и функциональные характеристики. Основные виды распределений. Многомерные случайные величины.

###### **Тема 2. Основные понятия теории случайных процессов.**

Определение случайного процесса. Характеристики случайных процессов. Траектории и реализация случайных процессов. Марковские случайные процессы. Винеровский процесс.

###### **Тема 3. Интеграл Ито.**

Понятие интегралов Римана, Лебега и Стильтьеса. Построение интеграла Ито. некоторые свойства интеграла Ито.

###### **Тема 4. Формула Ито.**

Формула Ито для одномерного случая, Многомерная формула Ито. Вычисление некоторых интегралов Ито, используя формулу Ито.

## **Модуль 2.**

### **Тема 5. Модели финансовых процессов.**

Объект исследования финансовой эконометрики. Временные ряды финансовых процессов. Гипотезы финансовой эконометрики.

### **Тема 6. Модели ГСБ-1. Броуновское движение.**

Модели ГСБ-1. Броуновское движение. модели временных рядов финансовых показателей.

### **Тема 7. Дифференциальные уравнения Ито.**

Определение дифференциального уравнения Ито. Слабые и сильные решения. Существование и единственность решения.

### **Тема 8. Линейные дифференциальные уравнения Ито.**

Определение линейного дифференциального уравнения Ито. Формула Коши для решений линейных дифференциальных уравнений Ито.

## **5. Образовательные технологии.**

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Лабораторные занятия проводятся с использованием персональных компьютеров. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения лабораторных занятий необходим компьютерный класс на 15 человек, оснащенный доской.

### **4.3.2. Содержание лабораторных занятий по дисциплине**

#### **Модуль 1.**

1. Цифровое моделирование реализаций стационарных случайных процессов.
2. Формирование случайных последовательностей с заданными корреляционными свойствами.

#### **Модуль 2.**

3. Оценка статистических характеристик случайных данных.
4. Анализ основных свойств случайных данных. Проверка стационарности.
5. Анализ основных свойств случайных процессов. Проверка на нормальность.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы [1]-[6].

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

### **7.1. Типовые контрольные задания**

#### **Вопросы для оценки качества освоения дисциплины**

##### **Тема 1.**

1. Дать определение вероятностного пространства.
2. Дать определение случайной величины и их числовых и функциональных характеристик.

##### **Тема 2.**

1. Дать определение случайного процесса и характеристик случайных процессов.
2. Дать определение Марковского случайные процессы.
3. Дать определение Винеровского процесса.

##### **Тема 3**

1. Дать определение интегралов Римана, Лебега и Стильтьеса.
2. Как строится интеграл Ито.
3. Указать свойства интеграла Ито.

##### **Тема 4.**

1. Формула Ито для одномерного случая.
2. Вычисление некоторых интегралов Ито, используя формулу Ито.

##### **Тема 5.**

1. Что является объектом исследования финансовой эконометрики.
2. Временные ряды финансовых процесс.
3. Гипотезы финансовой эконометрики.

##### **Тема 6.**

1. Модели ГСБ-1.
2. Броуновское движение.
3. Модели временных рядов финансовых показателей.

##### **Тема 7.**

1. Определение дифференциального уравнения Ито.

2. Существование и единственность решения для дифференциального уравнения Ито.

### Тема 8.

1. Определение линейного дифференциального уравнения Ито.
2. Формула Коши для решений линейных дифференциальных уравнений Ито.

## Типовые контрольные работы.

### Контрольная работа 1

1. Случайный процесс  $x(t)$  задается уравнением  $x(t) = t^2 + \xi(\omega), t \geq 0$ , где  $\xi(\omega)$  - случайная величина равномерно распределенная на отрезке  $[-2, 2]$ . Описать множество траекторий и сечений случайного процесса  $x(t)$ .
2. Найти характеристики случайного процесса  $x(t) = \xi(\omega) \sin t + \cos t, t \geq 0$ , где  $\xi(\omega)$  - случайная величина с характеристиками  $M(\xi) = 3, D(\xi) = 0,2$ .

### Контрольная работа 2

1. Вычислить Интегралы Ито  $\int_0^t W(s) dW(s), \int_0^t (W(s) + W(s)^3) dW(s)$ .
2. Решить дифференциальное уравнение Ито
  - а)  $dx(t) = tx(t)dt + 4dW(t), t \geq 0$ ,
  - б)  $dx(t) = tx(t)dt + 4x(t)dW(t), t \geq 0$ ,
  - в)  $dx(t) = tx(t)dt + 4x(t)dW(t) + tdt, t \geq 0$ .

## 7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

#### **а) основная литература:**

1. Шихеева В.В. Теория случайных процессов [Электронный ресурс] : марковские цепи. Учебное пособие / В.В. Шихеева. — Электрон. текстовые данные. — М. : Издательский Дом МИСиС, 2013. — 70 с. — 978-5-87623-736-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/56202.html> (24.06.2018)
2. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М: Изд-во КНОРУС, 2014, - 448 с.
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М: Лань, 2011, 463 с.
4. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения (введение в теорию и приложения). М; Мир, 2003 - 406 с.

#### **б) дополнительная литература**

1. Семаков С.А. Элементы теории вероятностей и случайных процессов. М: Физматлит, 2011, 232 с.
2. Хрущева И.В., Щербаков В.И., Леванова Д.С. Основы математической статистики и теории случайных процессов. М: Из-во Лань, 2009, 320 с.
3. Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. Случайные процессы. М: Изд-во МГТУ, 2003, 360 с.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Учебное пособие под ред. А.А. Свешникова. М: Лань, 2008 – 448 с.

#### **в) Методические материалы к выполнению лабораторных работ**

1. Иванченков В.П., Вылегжанин О.Н., Степанов Д.Ю. Компьютерный анализ данных. Компьютерное пособие по лабораторным работам. Томск, ТПУ, 2011, корпоративная сеть ТПУ, режим доступа <http://www.lib/tpu.ru/fulltext2/m/2011>
2. Иванченков В.П., Вылегжанин О.Н., Степанов Д.Ю. Прикладной анализ данных. Лабораторный практикум, Томск, изд-во ТПУ, 2012, 92 с.

#### **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. «Численные методы. Теория. Алгоритмы. Программы». Учебное пособие. Самара, 2008. <http://pouts.psuti.ru/wp-content/uploads/Числ.методы.pdf>
6. . <http://www.twirpx.com/files/informatics/os/lectures>.
7. [zyurvas.narod.ru/bibteorstp.roc](http://zyurvas.narod.ru/bibteorstp.roc).

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором доказательств теорем.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Delphi, Matlab.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.