

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Вычислительные методы

**Кафедра прикладной математики факультета математики и
компьютерных наук**

Образовательная программа

***02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные
технологии***

Профиль подготовки

Информатика и компьютерные науки

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Форма обучения

Очная

Статус дисциплины: *Обязательная часть*

Махачкала, 2021

Рабочая программа дисциплины "Вычислительные методы" составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата) от «23» августа 2017 г. №808

Разработчики:

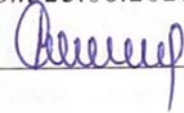
кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И., д.ф.-м. н., профессор.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

*На заседании кафедры прикладной математики от 22 июня 2021 г.,
протокол № 10.*

Зав. кафедрой  Кадиев Р.И.

*На заседании Методической Совета факультета математики и
компьютерных наук от 23.06.2021 г., протокол № 6 .*

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа согласована с учебно-методическим управлением

« 09 » 07 2021 г. 

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина «Вычислительные методы» входит в *обязательную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.00 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения задач математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений, а также знакомством с современными направлениями развития численных методов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: универсальных УК-1, общепрофессиональными компетенциями – ОПК-3 и профессиональных ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума. и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц (180 часа), в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен	
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен		
	Всего	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
6	108	14	14	14			66	зачет
7	72	16	16				40	экзамен
ИТОГО	180	30	30	14			106	

1. Цели освоения дисциплины.

Целями изучения курса «Вычислительные методы» является: усвоение различных численных методов решения задач математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений, научить самостоятельно решать численными методами типичные задачи для указанных дисциплин.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Вычислительные методы» входит в *обязательную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Курс «Вычислительные методы» вводится после изучения дисциплин алгебра, информатика, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Изученные в курсе методы могут применяться при решении различных математических моделей в естествознании.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код и наименование компетенции ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ОПОП)	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1 способностью к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях.	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. УК-1.2. Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи. УК-1.3 Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора,	Знает основные методы научно-исследовательской деятельности. Умеет выделять и систематизировать основные идеи в научных текстах; критически оценивать любую поступающую информацию, вне зависимости от источника; избегать автоматического применения стандартных формул и приемов при решении задач.	Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен

	обработки и интерпретации. УК-1.4. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов.	Владеет навыками сбора, обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования; навыками выбора методов и средств решения задач исследования.	
ОПК-3. Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	ОПК-3.1. Знает методы теории алгоритмов, методы системного и прикладного программирования, основные положения и концепции в области математических, информационных и имитационных моделей. ОПК-3.2. Умеет соотносить знания в области программирования, интерпретацию прочитанного, определять и создавать информационные ресурсы глобальных сетей, образовательного контента, средств тестирования систем. ОПК-3.3. Имеет практический опыт применения разработки программного обеспечения.	Знает: основные результаты, разработанные к настоящему времени в области информационных технологий. Умеет: использовать математический аппарат фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий. Владеет: навыками применения математического аппарата в области информационных технологий.	Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен
ПК-2. Способность понимать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности	ПК-2.1. Знает основные методы решения прикладных задач, современные методы информационных	Знает: основные результаты, разработанные к настоящему времени в области информационных технологий.	Контрольные работы, лабораторные работы, экзамен

современный математический аппарат, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии.	технологий. ПК-2.2. Умеет корректно оформить результаты научного труда в соответствии с современными требованиями. ПК-2.3. Имеет практический опыт использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками	Умеет: использовать математический аппарат фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий. Владеет: навыками применения математического аппарата в области информационных технологий.	
--	--	---	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лаб. Раб.	Сам.раб	Подг. к экз.	Общ. тр		
Модуль 1. Интерполяция				4	4	4	24		36		
1	Постановка задачи. Интерполяционные многочлены.	6	1	2	2	2	12		18	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, лабораторная работа,	

										проверка групп журнала
2	Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.	6	2	2	2	2	12		18	---
Модуль 2. Численное интегрирование				4	4	4	24		36	---
3	Квадратурные формулы, оценка погрешности.	6	3	2	2	2	---		18	Контрольная работа
4	Правило Рунге практической оценки погрешности.		4	2	2	2	---		18	---
Модуль 3. Численные методы алгебры.				6	6	6	18		36	
5	Численные методы решения нелинейных уравнений.	7	5	2	2	2	---		12	---
6	Норма матрицы. Матричные последовательности и ряды.	7	6	2	2	2	---		12	---
7	Итерационные методы решения СЛАУ. Сходимость.	7	7	2	2	2	---		12	Контрольная работа
	Итого за 6 семестр			14	14	14	66		108	зачет
Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений				16		16	4		36	

8	Приближенный метод Тейлора и Эйлера решения задачи Коши для ОДУ.			2		2	1		5	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, лабораторная работа, проверка групп журнала
9	Одношаговые методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ.	7	9-12	2		2	1		5	---
10	Оценка погрешности одношаговых методов.			2		2			4	---
11	Многошаговые методы.									---
12	Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.	7	13,14	2		2			4	Контрольная работа
13	Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.			2		2			4	---
14	Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного	7	15,16	2		2	2		6	---

	ОДУ второго порядка.									
15	Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.			2		2			4	---
16	Модуль 5. Подготовка к экзамену							36	36	
Итого за 7 семестр.				16		16	4	36	72	Экзамен
ИТОГО:				30	14	30	70	36	180	

Курс «Вычислительные методы» разбит на модули и темы. Ниже приводится содержание этого курса.

4.3. Содержание дисциплин, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Интерполяция

Тема 1. Постановка задачи. Интерполяционные многочлены. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Разделенные разности, интерполяционный многочлен Ньютона. Оценка остаточного члена.

Тема 2. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.

Понятие конечной разности k -ого порядка, свойства конечных разностей, вычисление конечных разностей. Применение конечных разностей к вычислению производных.

Модуль 2. Численное интегрирование

Тема 3. Квадратурные формулы, оценка погрешности.

Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, Симпсона. Оценка погрешности.

Тема 4. Правило Рунге практической оценки погрешности.

Правило Рунге и его применение для практической оценки погрешности. Алгоритм приближенного вычисления интеграла с применением правила Рунге.

Модуль 3. Численные методы алгебры

Тема 5. Численные методы решения нелинейных уравнений.

Метод половинного деления и простой итерации и Ньютона решения нелинейных уравнений. Оценка погрешности.

Тема 6. Норма матрицы. Матричные последовательности и ряды.

Различные виды сходимостей последовательностей векторов и матриц. Определения норм векторов и матриц. Три наиболее распространенные нормы матриц и векторов. Понятие матричной геометрической погрешности. Необходимые и достаточные условия сходимости матричной геометрической прогрессии. Сумма сходящейся матричной геометрической прогрессии.

Тема 7. Итерационные методы решения СЛАУ. Сходимость.

Особенность реализации на ЭВМ.

Формулы метода простой итерации. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простой итерации. Достаточные условия сходимости метода простой итерации. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом простой итерации.

Причина возникновения метода Зейделя. Формулы метода Зейделя. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Зейделя. Достаточные условия сходимости метода. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом Зейделя.

Модуль 4. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 8. Приближенный метод Тейлора и Эйлера решения задачи Коши для ОДУ.

Метод Тейлора решения задачи Коши для ОДУ. Метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Порядок аппроксимации.

Тема 9. Одношаговые методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ.

Алгоритм вычисления значений решения задачи Коши в узлах сетки с заданной точностью по формулам Рунге-Кутты. Вывод оценки погрешности одношаговых методов решения задачи Коши для ОДУ.

Тема 10. Оценка погрешности одношаговых методов.

Вывод оценки погрешности одношаговых методов Рунге-Кутты. Алгоритм нахождения решения с заданной точностью.

Тема 11. Многошаговые методы.

Понятие многошаговых методов. Явные и неявные методы Адамса. Сходимость.

Тема 12. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации. Доказательство сходимости разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Тема 13. Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.
Доказательство сходимости разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Тема 14. Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, его устойчивость. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этим методом.

Тема 15. Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, его устойчивость. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этим методом.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Интерполяция		Количество часов	Аудиторная работа	Домашнее задание
1	Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.	2	Гл 6, основная литература [3] Номера 7, 8, 10	Гл 6, основная литература [3] Номера 12, 13, 14
2	Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.	2	Гл 6, основная литература [3] Номера 19, 20, 21	Гл 6, основная литература [3] Номера 25, 26
3	Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.	2	Гл 6, основная литература [3] Номера 27, 28, 29	Гл 6, основная литература [3] Номера 33,

				34
Модуль 2. Численное интегрирование		6		
5	Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.	2	Гл8, основная литература [3] Номера 23-27	Гл 6, основная литература [3] Номера 28-33
6	Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.	2	Гл 8, основная литература [3] Номера 41-46	Гл 8, основная литература [3] Номера 47-50
7	Правило Рунге практической оценки погрешности.	2	Гл 8, основная литература [3] Номера 52-54	Гл 6, основная литература [3] Номера 55-57

4.3.3.Содержание лабораторных занятий по дисциплине

Модуль 1. Интерполяция

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ТЕМА:ИНТЕРПОЛЯЦИЯ.

ЦЕЛЬ:НАУЧИТЬСЯ ПРИБЛИЖАТЬ, ИНТЕРПОЛИРОВАТЬ ФУНКЦИЮ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ И ПРИМЕНЯТЬ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ДРУГИХ ЗАДАЧ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭВМ.

МОДУЛЬ 2. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ТЕМА:ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ.

ЦЕЛЬ:НАУЧИТЬСЯ ПРИБЛИЖЕННО ВЫЧИСЛЯТЬ С ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ ОПРЕДЕЛЕННЫЙИНТЕГРАЛ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭВМ.

МОДУЛЬ 3. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

ТЕМА: ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СЛАУ.

ЦЕЛЬ: НАУЧИТЬСЯ ПРИБЛИЖЕННО ВЫЧИСЛЯТЬ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭВМ.

Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

ТЕМА: ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

ЦЕЛЬ: НАУЧИТЬСЯ ПРИБЛИЖЕННО НАХОДИТЬ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭВМ.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

ТЕМА: ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

ЦЕЛЬ: НАУЧИТЬСЯ ПРИБЛИЖЕННО НАХОДИТЬ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭВМ.

Варианты лабораторных работ, теоретические сведения для выполнения лабораторных работ и образцы выполнения лабораторных содержатся в методических пособиях, находящиеся в приложении [1]-[3] дополнительной литературы.

5. Образовательные технологии.

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы[1]-[4].

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

Контрольная работа 1

1. Найти второе приближение к решению системы:

$$\begin{cases} x_1 = 0.1x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 + 1, \\ x_2 = 0.1x_1 - 0.2x_3 - 1, \\ x_3 = 0.2x_1 + 0.2x_2 + 0.2x_3 + 2 \end{cases}$$

методом простой итерации, взяв вектор $x^0 = (0; 0; 0)$ за начальное приближение.

2. Найти $E + A + A^2 + \dots$, если $A = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.25 \\ 1 & 0.5 \end{pmatrix}$.

3. Пусть $A = \begin{pmatrix} a & -a \\ \frac{a}{2} & a \end{pmatrix}$. Найти все значения a , при которых ряд $E + A + A^2 + \dots$ сходится.

4. Пусть $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ a & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$. Решить неравенство $\|A\|_2 \leq 6$

Контрольная работа 2

1. Для функции $f(x) = \frac{3x}{4x+2}$ по ее значениям в узлах $0, \frac{1}{2}, 1$ построить интерполяционные многочлены в формах Лагранжа и Ньютона. Найти погрешность интерполяции в точке $x = \frac{1}{4}$.

(10б)

2. Пусть $f(x) = 4x(2x-1)(3x-1)(4x-1)$. Найти разделенную разность $f(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; 1)$.

(7б)

3. Пусть $f(x) = x^3 + x$, $x_i = ih$, $i \in Z$. Найти конечную разность $\Delta^3 f_1$.

(7б)

4. Пусть $a = 3,62 \pm 0,04$; $b = 0,2 \pm 0,08$. Вычислить $c = a + 2b$ и найти абсолютную и относительную погрешности вычисления c .
(6б)

Контрольная работа 3

1. Найти приближенное значение I_{np} интеграла

$$I = \int_1^2 |3 - 2x| x dx,$$

по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части. Вычислить $|I - I_{np}|$.

2. На какое наименьшее число равных частей надо разбить отрезок интегрирования, чтобы вычислить интеграл

$$\int_{-1}^2 \frac{x}{2+x} dx$$

по квадратурной формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

- 3 Объяснить как вычислить несобственный интеграл

$$\int_{-2}^{+\infty} \frac{e^{-2x^2} \sin x}{4+x^2} dx$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

Контрольная работа 4

1. Найти приближенное решение $y(x)$ задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x^2 + 1} - (x-1)^2, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

на отрезке $[0; 0,4]$, разлагая $y(x)$ в ряд Тейлора с четырьмя членами разложения. Найти

$$\max_{0 \leq x \leq 0,4} |y(x) - x^2 - 1|.$$

2. Методом Эйлера с шагом $h = 0,1$ найти приближенно $y(0,3)$, где $y(x)$ – решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = x(y-x)^2 - x^3 + 2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Описать как найти $y(0,5)$, используя явную формулу Адамса

$$y_{n+1} = y_n + h \frac{3f(x_n, y_n) - f(x_{n-1}, y_{n-1})}{2}$$

с шагом $h = 0,1$, как затем уточнить это значение, используя неявную формулу Адамса.

4. Привести вывод явной двухшаговой формулы Адамса.

Контрольная работа 5

1. Найти методом прогонки $y(0,2)$, где $y(x)$ - решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - \frac{y}{x^2 + 1} = 1, & 0 < x < 0,3, \\ y(0) = 1, & y(0,3) = 1,09. \end{cases}$$

2. Найти методом стрельбы $y(1,2)$, где $y(x)$ – решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - xy = 2 + x - x^3, & 1 < x < 1,3, \\ y(1) = 0, & y(1,3) = 0,69. \end{cases}$$

3. Показать, что разностная схема

$$\begin{cases} \frac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} - 2x_n y_n = \frac{e^{x_{n+1}} + e^{x_{n-1}}}{2}, & n = 1, 2, \dots, N-1, \\ y_0 = 0, & y_N = 1 \end{cases}$$

на сетке $\{x_n = nh\}$ аппроксимирует задачу

$$\begin{cases} y'' - 2xy = e^x, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 1 \end{cases}$$

со вторым порядком.

Вопросы к зачету

1. Что означает запись:

1) $a = 2,747 \pm 0,001$; 2) $a = 0,4685(1 \pm 0,02)$?

2. Как оценить относительную погрешность произведения $u \cdot v$ или частного $\frac{u}{v}$?

3. Как оценить абсолютную погрешность суммы или разности ?

4. Как оценить абсолютную погрешность вычисления функции ?

5. Каким условиям должен удовлетворять алгебраический интерполяционный многочлен для функции $f(x)$ по ее значениям в узлах $x_0, x_1, \dots, x_n$?

6. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для табличной функции $f(x)$:

x	1	1,2	1,5	1,6
$f(x)$	0,87	0,97	0,80	0,62

используя все значения этой функции.

7. Пользуясь формулой интерполяционного многочлена Ньютона, найти $f(0,75)$ для табличной функции $f(x)$:

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$f(x)$	2,13	1,88	1,25	1,00	1,20

8. Вычислить разделенную разность $f(0;1;2;\dots;100)$, если $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-99)$.
9. Найти конечную разность $\Delta^4 f_1$, если $x_i = ih$, $f(x) = \sin \pi x + x^4 + 2$.
10. Где используются конечные разности?
11. Пользуясь квадратурной формулой средних прямоугольников с четырьмя узлами, вычислить приближенно интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2}$.
12. Пользуясь квадратурной формулой трапеций с пятью узлами, вычислить приближенно интеграл $\int_1^2 (x + \frac{1}{x^2}) dx$. Сравнить полученное значение с точным.
13. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок $[0,1]$, чтобы вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле трапеций?
14. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок $[0,1]$, чтобы вычислить интеграл $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2} dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле Симпсона?
15. Вывести квадратурную формулу Гаусса с тремя узлами для приближенного вычисления интеграла $\int_2^3 f(x) dx$.
16. Многочлены Чебышева, их свойства и применение.
17. Нормы матриц и векторов. Наиболее употребительные нормы. Найти $\frac{\|A\|_1 + \|A\|_2 + \|A\|_3}{3} + \|b\|_2$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.
18. Матричная геометрическая прогрессия, ее сходимость. Сходится ли матричная геометрическая прогрессия $E + A + A^2 + \dots$, если $A = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$? Если сходится, то найти ее сумму.
19. Метод простой итерации для СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод простой итерации для системы $x = Bx + c$, где

$$B = \begin{pmatrix} 0,1 & -0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & -0,1 \\ 0,05 & 0,1 & -0,1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} ?$$

Если сходится, то найти третье приближение к решению, взяв начальное приближение $x^0 = c$, и оценить при этом какую-либо норму погрешности.

20. Метод Зейделя решения СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод Зейделя для системы $x = Bx + c$, если $B = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/3 & -1/2 \end{pmatrix}$?
21. Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $xe^x = 2$. За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?
22. Составить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $2x = \cos x + 3$. За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

Вопросы к экзамену

Примерные билеты.

Экзаменационный билет № 1

1. Существование и единственность интерполяционного многочлена.
2. Метод простой итерации решения СЛАУ. Необходимые и достаточные условия сходимости.
3. Методом Эйлера с шагом $h=0.1$ найти решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = y - x^2 + 2x, \\ y(0) = 0 \end{cases}$$
 в точке $x=0.2$.

Экзаменационный билет № 2

- Интерполяционный многочлен Лагранжа, определение, вывод формулы.
2. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения колебания струны.
3. Вычислить интеграл $\int_0^1 |1-4x| dx$ по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части, найти точное значение этого же интеграла и сравнить их.

Экзаменационный билет № 3

1. Остаточный член интерполяционного многочлена Лагранжа.
2. Теорема об оценке погрешности метода простой итерации решения СЛАУ.
3. Вычислить интеграл $\int_0^1 |x - 2x^2| dx$ по квадратурной формуле трапеции, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части, найти точное значение

этого же интеграла и сравнить его с вычисленным по квадратурной формуле.

Экзаменационный билет № 4

1. Разделенные разности и их свойства.
2. Метод Зейделя решения СЛАУ. Необходимое и достаточное условие сходимости.
3. Найти второе приближение к решению уравнения $x^3 - x - 3 = 0$ методом Ньютона, выбрав начальное приближение так, чтобы метод Ньютона сошелся.

Экзаменационный билет № 5

1. Интерполяционный многочлен Ньютона, вывод формулы.
2. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
3. Построить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс к решению уравнения $x^3 - 4x + 1 = 0$. Найти второе приближение к решению и оценить его погрешность.

Экзаменационный билет № 6

1. Конечные разности и их свойства.
2. Метод простой итерации приближенного решения нелинейного уравнения. Теорема о его сходимости и оценке погрешности.
3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x) = x/(2+x)$ по значениям $f(x)$ в узлах $x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1$. Оценить погрешность интерполяции на всем отрезке по формуле остаточного члена.

Экзаменационный билет № 7

1. Элемент наилучшего приближения в линейном нормированном пространстве. Теорема о существовании.
2. Метод Ньютона приближенного решения одного уравнения с одним неизвестным. Сходимость, оценка погрешности.
3. Для функции $f(x) = (2x-1)/x$ построить интерполяционный многочлен Ньютона по значениям $f(x)$ в узлах $x_0 = 1, x_1 = 1.25, x_2 = 1.5$. Оценить погрешность интерполяции на отрезке $[1, 1.5]$ по формуле остаточного члена.

Экзаменационный билет № 8

1. Квадратурные формулы прямоугольников. Остаточный член, оценка погрешности.
2. Приближенный метод Тейлора решения задачи Коши для ОДУ первого порядка.
3. Вычислить разделенную разность $f(0; 1; 2; \dots; 100)$, если $f(x) = x(x-1)\dots(x-99)$.

Экзаменационный билет № 9

1. Квадратурные формулы трапеций. Остаточный член, оценка погрешности.
2. Численный метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ первого порядка.
3. Функция $f(x)$ задана таблично:

x	0	5/4	3/2
$f(x)$	1/2	5/9	3/5

Вычислить $f'(1)$, полагая $f'(x) \approx L'_n(x)$, где $L_n(x)$ – интерполяционный многочлен, построенный по значениям $f(x)$ в заданных узлах.

Экзаменационный билет № 10

1. Квадратурные формулы Симпсона. Остаточный член, оценка погрешности.
2. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ первого порядка. Вывод формул второго порядка точности.
3. Пусть $f(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)$, x_i различны. Показать, что $f(x_0; x_1; \dots; x_p) = 0$ при $p \leq n$.

Экзаменационный билет № 11

1. Правило Рунге практической оценки погрешности.
2. Оценка погрешности одношаговых методов.
3. Найти конечную разность четвертого порядка $\Delta^4 f_1$ для функции $f(x) = x - \sin \pi x$, если $x_i = 0.5i$, $i \in \mathbb{Z}$.

Экзаменационный билет № 12

1. Нормы векторов и матриц. Три нормы векторов. Сходимость последовательностей векторов и матриц.
2. Основные понятия теории разностных схем (узел, сетка, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости).
- 3 Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс к решению системы

$$\begin{cases} 5x + 2y - 2z = 11, \\ 2x + 5y - z = 13, \\ 3x + 4z = -1. \end{cases}$$

Найти 2 последовательных приближения к решению и оценить погрешность.

Экзаменационный билет № 13

1. Матричная геометрическая прогрессия. Необходимые и достаточные условия сходимости геометрической прогрессии.
2. Связь между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью.
3. Методом Тейлора найти решение задачи Коши: $y' = xy - 2x^2 - x + 2$, $y(0) = 1$ на отрезке $[0, 0.2]$. Оценить погрешность.

Экзаменационный билет № 14

1. Метод Гаусса решения СЛАУ, схема алгоритма оптимального исключения.
2. Разностная схема, аппроксимирующая простейшую двухточечную краевую задачу для линейного дифференциального уравнения второго порядка со вторым порядком аппроксимации.
3. Пусть $a = 5,6696 \pm 0,002$, $b = 0,0347 \pm 0,001$. Чему равны абсолютная и относительная погрешности вычисления $2a + 3b$?

Экзаменационный билет № 15

1. Основные понятия теории погрешности (абсолютная и относительная погрешности, значащие и верные цифры числа).
2. Метод сеток решения задачи Коши для уравнения теплопроводности
3. Методом половинного отрезка $[1,2]$ найти третье приближение к решению уравнения $x^4 + 4x - 1 = 0$. Оценить погрешность приближения.
- 4.

Экзаменационный билет № 16

1. Абсолютные и относительные погрешности суммы, разности, произведения и частного.
2. Разностная схема, аппроксимирующая простейшую двухточечную краевую задачу для линейного дифференциального уравнения второго порядка со вторым порядком аппроксимации.
3. Составить сходящийся итерационный процесс Зейделя к решению системы

$$\begin{cases} 5x - 2y = 8, \\ 3x + 4y = 10. \end{cases}$$

Найти 3 последовательных приближения к решению. Сравнить третье приближение с точным решением.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 40 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а)основная литература:

1. Махмутов М.М. Лекции по численным методам [Электронный ресурс] / М.М. Махмутов. — Электрон.текстовые данные. — Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2007. — 237 с. — 978-5-93972-626-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16558.html>(24.06.2018)
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М. Наука, 1987.
3. Сборник задач под редакцией Монастырного П.И. Минск, 1969.

4. В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. Вычислительные методы т.1 и т.2 М.: Наука, 1976, 1977.
5. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. Численные методы решения задачи

б) дополнительная литература

1. Коши для ОДУ. Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2011
2. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. Метод сеток решения уравнений параболического типа . Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2010
3. Абдурагимов Э.И., Кадиев Р.И. Приближенное вычисление интегралов. Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2010.
4. Волков Е.А. Численные методы. М. Наука, 1987.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. «Численные методы. Теория. Алгоритмы. Программы». Учебное пособие. Самара, 2008. <http://pouts.psuti.ru/wp-content/uploads/Числ.методы.pdf>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Дисциплина «Численные методы» содержит внутри 5 модулей. Первые 3 модуля изучаются в шестом семестре. Эти модули имеют определенную логическую завершенность по отношению к установленным целям и результатам обучения. При изучении этих модулей должны развиваться компетенции УК-1, ОПК-3 и ПК-2 применительно к численным методам. Модули 5-7-6 изучаются в седьмом семестре. Эти модули также имеют определенную направленность по отношению к установленным целям и результатам обучения.

При изучении дисциплины рекомендуется рейтинговая технология обучения, которая позволяет реализовать комплексную систему оценивания учебных достижений студентов. Текущие оценки усредняются на протяжении семестра при изучении модулей. Комплексность означает учет всех форм учебной и творческой работы студента в течение семестра.

Рейтинг направлен на повышение ритмичности и эффективности самостоятельной работы студентов. Он основывается на широком

использовании тестов и заинтересованности каждого студента в получении более высокой оценки знаний по дисциплине.

Принципы рейтинга: непрерывный контроль (в идеале на каждом из аудиторных занятий) и получение более высокой оценки за работу, выполненную в срок. При проведении практических занятий необходимо предусматривать широкое использование активных и интерактивных форм (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр).

Рейтинг включает в себя два вида контроля: текущий, промежуточный и итоговый по дисциплине.

Текущий контроль (ТК) - основная часть рейтинговой системы, основанная на беглом опросе раз в неделю или в две недели. Формы: тестовые оценки в ходе практических занятий, оценки за выполнение индивидуальных заданий и лабораторных работ. Важнейшей формой ТК, позволяющей опросить всех студентов на одном занятии являются короткие тесты из 2-3 тестовых заданий.

Основная цель ТК: своевременная оценка успеваемости студентов, побуждающая их работать равномерно, исключая малые загрузки или перегрузки в течение семестра.

Лекционные занятия желательно проводить в режиме презентаций с демонстрацией применения основных методов анализа и синтеза. Это существенно улучшает динамику лекций.

Целесообразно обеспечивать студентов на 1-2 лекции вперед раздаточным материалом в электронном виде (сложные схемы, графики, аналитические исследования и опорный конспект). Основное время лекции лучше тратить на подробные аналитические комментарии и особенности применения рассматриваемого материала в профессиональной деятельности студента.

Практические занятия следует проводить, используя профессиональные программы.

Лабораторный практикум проводится фронтальным методом в классах, оборудованных лабораторными стендами для исследования электрических цепей. Так как используется компьютерное моделирование, то следует проводить занятия в компьютерном классе либо самостоятельно на домашнем компьютере. При этом и коллоквиум, и защита результатов исследований проводятся по традиционной методике в классе.

Промежуточный контроль (ПК) - это проверка знаний студентов по разделу программы. Формы: контрольная работа из 3-5 заданий.

Цель ПК: побудить студентов отчитаться за усвоение раздела дисциплины накопительным образом, т.е. сначала за первый, затем за второй, затем за третий разделы каждого семестра.

Итоговый контроль по дисциплине (ИКД) - это проверка уровня учебных достижений студентов по всей дисциплине за семестр. Формы контроля: зачет в 6 семестре и экзамен в 7-ом семестре. Цель итогового контроля: проверка базовых знаний по дисциплине, полученных при изучении всех модулей семестра.

ИКД в 7 семестре является выходным контролем по дисциплине, после которого можно рассчитывать на то, что процесс обучения по дисциплине завершен и в дальнейшем студент может сам при необходимости совершенствовать свои знания.

Распределение объемов различного вида контролей можно проиллюстрировать следующими цифрами на примере семестра: текущий контроль – 15 условных баллов; промежуточный контроль - 35 условных баллов; итоговый контроль - 50 условных баллов. Вся дисциплина оценивается в 100 условных баллов, если вся дисциплина оценивается цифрой, отличной от 100 баллов, то под условным баллом следует понимать процент от максимального числа баллов.

При этом действует следующая система перевода рейтинговых (условных) баллов в обычную шкалу оценок: “Отлично” (5) - 86–100 условных баллов; “Хорошо” (4) - 66–85 условных баллов; “Удовлетворительно” (3) - 51–65 условных баллов; “Неудовлетворительно” (2) - < 51 условных баллов.

Приведенные цифры говорят о том, что на любой стадии обучение студента можно считать удовлетворительным, если он набирает не менее 51 условных баллов. Так, например, набрав в ходе ТК и ПК 51 баллов, студент гарантирует себе оценку “удовлетворительно”.

Примеры оценочных средств (тестовых заданий) для текущего промежуточного и выходного контроля успеваемости по дисциплине:

Первый уровень сложности тестовых заданий (ТЗ) соответствует удовлетворительному владению предметом. Он представляет минимум базовых знаний, необходимых для дальнейшего обучения в университете и включает в себя знания - копии ключевых понятий и формул. Проверке этого уровня посвящены простейшие тестовые задания с нормой трудности в 1 балл.

Второй уровень ТЗ соответствует хорошим знаниям и предполагает глубокое понимание понятий и формул, умения их преобразовывать и интерпретировать.

Проверке второго уровня посвящены тестовые задания повышенной трудности, с нормой трудности в 2 балла.

Третий уровень ТЗ соответствует отличным знаниям и предполагает навыки по использованию ключевых понятий и формул в стандартных, а иногда и в не стандартных ситуациях. Проверке третьего уровня посвящены наиболее трудные задания, с нормой трудности в 3 балла.

Задания каждого уровня снабжены соответствующими обозначениями. Это позволяет адаптивно строить усвоение программы дисциплины, когда каждый студент по мере усвоения курса на более низком уровне будет пробовать себя на более высоком уровне.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Delphi, Matlab, Python, C++, C#.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Специальные помещения представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций. Кабинет для текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Все лекционные аудитории укомплектованы мультимедийными и техническими средствами обучения. В каждой аудитории 35 рабочих мест. Аудитории для семинарских занятий оснащены доской, рабочими местами для студентов в объеме 25-30. Лабораторные занятия проводятся по подгруппам в компьютерных классах. Компьютерные классы оснащены необходимым числом компьютеров и мультимедийным оборудованием. На компьютерах установлено необходимое программное обеспечение.

Электронно-библиотечные системы (электронная библиотека) и электронная информационно-образовательная среда обеспечивает одновременный доступ обучающихся, включая удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным

справочным системам.