МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Кафедра: *дифференциальных уравнений и функционального анализа*
Факультете: *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профили подготовки
«Математический анализ и приложения»

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Форма обучения:
очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП,
фундаментальный модуль ОПОП

Махачкала 2021

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) от 23.08.2017 № 807.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Рагимханов В.Р., к. ф.-м. н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой ______________ Сиражудинов М.М.
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2021г., протокол № 6.

Председатель ______________ Бейбалаев В.Д.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «_09_» июля 2021г.

Начальник УМУ ______________Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы

Дисциплина «Функциональный анализ» входит в фундаментальный модуль обязательной части ОПОП бакалавриата по направлению **02.03.01 Математика и компьютерные науки.**

Дисциплина реализуется на *факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.*

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с банаховыми и гильбертовыми пространствами, операторами, действующими в них; изучение и освоение таких базовых понятий как полнота и сепарабельность метрических и линейно нормированных пространств, компактность множеств, ряды Фурье в гильбертовых пространствах; изучение фундаментальных свойств линейных операторов; построение и основные свойства меры и интеграла Лебега; свойства классических функциональных пространств.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
универсальная компетенция (УК): УК-1;
общепрофессиональная компетенция (ОПК): ОПК-1;
профессиональная компетенция (ПК): ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме экзамена*.

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

<table>
<tr><th rowspan="5">Семестр</th><th colspan="7">Учебные занятия</th><th rowspan="5">Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен</th></tr>
<tr><th rowspan="4">Всего</th><th colspan="6">в том числе</th></tr>
<tr><th colspan="5">Контактная работа обучающихся с преподавателем</th><th rowspan="3">СРС, в том числе экзамен</th></tr>
<tr><th colspan="5">из них</th></tr>
<tr><th>Лекции</th><th>Лабораторные занятия</th><th>Практические занятия</th><th>КСР</th><th>консультации</th></tr>
<tr><td>5</td><td>144</td><td>30</td><td></td><td>28</td><td></td><td></td><td>50+36</td><td>Экзамен</td></tr>
</table>

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины *функциональный анализ* являются:

– овладение основными понятиями функционального анализа (полнота, сепарабельность, компактность, линейно нормированные и гильбертовы пространства, линейные операторы);

– овладение тремя основными принципами линейного функционального анализа (теорема о продолжении линейного функционала, теорема о равномерной ограниченности, теорема о открытом отображении);

– овладение основными методами функционального анализа и умения применять их при решении различных задач из других разделов математики и естествознания;

– дальнейшее повышение математической культуры студентов.

2.Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *функциональный анализ* входит в базовую часть образовательной программы по направлению *02.03.01 Математика и компьютерные науки*.

Знания по функциональному анализу студентам необходимы при изучении таких последующих университетских курсов, как дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации.

Функциональный анализ рассчитан на студентов третьего курса. Предполагается, что за первые два года студент уже должен знать:

1) линейную алгебру;
2) основы математического анализа;
3) элементы теории метрических пространств, которые обычно сообщаются в курсе математического анализа;
4) топологию;
5) обыкновенные дифференциальные уравнения.

Для ФАН настоящая потребность в комплексном анализе появляется в середине курса, при изучении спектров. Особа связь между ФАН и УЧП, если пользоваться ФАН при изложении УЧП.

Тем не менее, изложение некоторых вопросов функционального анализа должно предшествовать независимое и замкнутое изложение соответствующих связей из других дисциплин (скажем из топологии и алгебры) так как это нужно для функционального анализа.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения.

Код и наименование компетенции из ОПОП	**Код и наименование индикатора достижения компетенций**	**Планируемые результаты обучения**	**Процедура освоения**

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации	**Знает:** структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. **Умеет:** анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. **Владеет:** навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Подготовка рефератов. Самостоятельная работа.
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	**Знает:** принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. **Умеет:** системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. **Владеет:** навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок	
	УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	**Знает:** современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. **Умеет:** применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. **Владеет:** навыками использования	

		информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.	
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	**Знает:** теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. **Умеет:** решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами. **Владеет:** базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач	Конспектирование и проработка лекционного материала. Устный опрос. Коллоквиум. Контрольная работа Самостоятельная работа.

	ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности	**Знает:** способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. **Умеет:** применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. **Владеет:** навыками применения методов овременного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук	
	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	**Знает:** различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. **Умеет:** корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. **Владеет:** навыками выбора методов решения задач современного математического анализа	
ПК-1. Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	**Знает:** основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. **Умеет:** применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных	Конспектирование и проработка лекционного материала. Устный опрос. Коллоквиум. Контрольная работа Самостоятельная работа.

		наук; составлять программы на современных языках программирования. **Владеет:** базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками программирования на современных языках**.**	
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	**Знает:** области применения дифференциального и интегрального исчисления; различные языки программирования. **Умеет:** решать задачи, связанные: с исследованием свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе. **Владеет:** методами дифференциального исчисления для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике	
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	**Знает:** методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии. **Умеет:** применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий. **Владеет:**	

		навыками решения задач численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчислений	

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 4, академических часов 180.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	**Семестр**	**Неделя семестра**	**Аудиторные занятия, в том числе**				**Самостоят. работа**	**Формы текущего контроля успеваемости** ***(по неделям семестра)*** **Форма промежуточной аттестации** ***(по семестрам)***
			лекции	**практ. занятия**	**лабор. работы**	**Контр. сам. раб.**		
Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства.								
Всего по модулю 1	**5**		**6**	**6**			***24***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Метрические пространства			2	2			12	
2. Линейно нормированные и гильбертовы пространства			4	4			12	
Модуль 2. Линейные операторы								
Всего по модулю 2	**5**		**8**	**8**			***20***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Ограниченные линейные операторы			4	4			12	
2. Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах			4	4			8	
Модуль 3. Три основных принципа линейного функционального анализа. Компактные операторы								
Всего по модулю 3	**5**		***16***	***14***			***6***	Контрольная работа, коллоквиум
1. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала			2	2				
2. Теорема о равномерной ограниченности			2	2				
3. Теорема об открытом отображении и замкнутом графике			2	2				
4. Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы			2	2			2	
5. Компактные операторы.			4	2			2	
6. Альтернатива Фредгольма			4	4			2	

Модуль 4. Промежуточная аттестация								
Подготовка к экзамену							36	экзамен
ИТОГО	**144**		**30**	**28**			**50+36**	**36**

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства

Тема 1: «Метрические пространства»

Лекция № 1:

1) Метрические пространства.
2) Примеры метрических пространств.
3) Сходимость в метрическом пространстве.
4) Фундаментальные последовательности и полные метрические пространства.
5) Теорема о пополнении метрических пространствах.
6) Теорема о вложенных шарах.
7) Неподвижные точки отображений.
8) Сжимающие отображения.
9) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.

Тема 2: «Линейно нормированные и гильбертовы пространства»

Лекция № 2:

1) Полунорма и норма в линейном пространстве.
2) Линейно нормированные и банаховы пространства.
3) Примеры линейно нормированных и банаховых пространств.
4) Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
5) Неравенство Коши-Буняковского.

Лекция № 3:

1) Ортогональность в гильбертовом пространстве. Ортогональное дополнение.
2) Теорема об ортогональном разложении.
3) Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте
4) Ортогональные системы. Неравенства Бесселя и теорема Пифагора.
5) Условие замкнутости и теорема Стеклова о полноте
6) Изоморфизм и изометрия.
7) Теорема Рисса-Фишера об изометричном изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.

Модуль 2. Линейные операторы

Тема 1: «<u>Ограниченные линейные операторы»</u>

Лекция № 4:

1) Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора.
2) Пространство ограниченных линейных операторов. Сходимость операторов.

3) Примеры ограниченных линейных операторов.

Лекция №5:

1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
2) Различные классы операторов в гильбертовых пространствах.
3) Примеры ограниченных и неограниченных операторов.

Тема 2: «Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах»

Лекция №6:

1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
2) Сопряженный оператор для оператора в ЛНП. Теорема о норме сопряженного оператора.
3) Примеры вычисления сопряженных операторов.

Лекция №7:

1) Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
2) Сопряженный оператор для оператора в ГП. Примеры вычисления сопряженных операторов.
3) Самосопряженные операторы и их простейшие свойства.

Модуль 3. Три основных принципа линейного функционального анализа

Тема 1: «Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала»

Лекция № 8:

1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (B) - пространствах
2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.

Тема 2: «Теорема о равномерной ограниченности»

Лекция № 9:

1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
2) Сильная и слабая сходимость операторов.
3) Принцип равномерной ограниченности для линейных ограниченных операторов.
4) Приложения теоремы о равномерной ограниченности.
5) Слабая* сходимость функционалов.

Тема 3: «Теорема об открытом отображении и замкнутом графике»

Лекция №10:

1) Теорема об обратном операторе.
2) Приложения теоремы об обратном операторе.
3) Спектр ограниченного оператора.

Модуль 4. Компактные операторы

Тема 1: «Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы»

Лекция №11:

1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
2) Некоторые приложения теоремы Бэра.

Тема 2: «Компактные операторы»

Лекция №12:

1) Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
2) Вполне ограниченные множества.
3) Критерий компактности Хаусдорфа и его следствия.

Лекция № 13:

1) Компактные операторы и их свойства.
2) Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора
3) Следствия теоремы Рисса-Шаудера.

Тема 3: «Альтернатива Фредгольма»

Лекция №14:

1) Линейные уравнения в банаховых пространствах.
2) Нормально разрешимые уравнения.
3) Нетеровы операторы.

Лекция № 15:

1) Теоремы Фредгольма.
2) Примеры уравнений с вполне непрерывными операторами.

4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства

Тема 1: «Метрические пространства»

Практическое занятие № 1:

10) Метрические пространства.
11) Примеры метрических пространств.
12) Сходимость в метрическом пространстве.
13) Фундаментальные последовательности и полные метрические пространства.
14) Теорема о пополнении метрических пространствах.
15) Теорема о вложенных шарах.
16) Неподвижные точки отображений.
17) Сжимающие отображения.
18) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.

Тема 2: «Линейно нормированные и гильбертовы пространства»

Практическое занятие № 2:

1) Полунорма и норма в линейном пространстве.

2) Линейно нормированные и банаховы пространства.
3) Примеры линейно нормированных и банаховых пространств.
4) Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
5) Неравенство Коши-Буняковского.

Практическое занятие № 3:

1) Ортогональность в гильбертовом пространстве. Ортогональное дополнение.
2) Теорема об ортогональном разложении.
3) Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте
4) Ортогональные системы. Неравенства Бесселя и теорема Пифагора.
5) Условие замкнутости и теорема Стеклова о полноте
6) Изоморфизм и изометрия.
7) Теорема Рисса-Фишера об изометричном изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.

Модуль 2. Линейные операторы

Тема 1: «Ограниченные линейные операторы»

Практическое занятие № 4:

1) Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора.
2) Пространство ограниченных линейных операторов. Сходимость операторов.
3) Примеры ограниченных линейных операторов.

Практическое занятие №5:

1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
2) Различные классы операторов в гильбертовых пространствах.
3) Примеры ограниченных и неограниченных операторов.

Тема 2: «Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах»

Практическое занятие №6:

1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
2) Сопряженный оператор для оператора в ЛНП. Теорема о норме сопряженного оператора.
3) Примеры вычисления сопряженных операторов.

Практическое занятие №7:

1) Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
2) Сопряженный оператор для оператора в ГП. Примеры вычисления сопряженных операторов.
3) Самосопряженные операторы и их простейшие свойства.

Модуль 3. Три основных принципа линейного функционального анализа

Тема 1: «Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала»

Практическое занятие № 8:

1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (B) - пространствах

2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.

Тема 2: «<u>Теорема о равномерной ограниченности»</u>

Практическое занятие № 9:

1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
2) Сильная и слабая сходимость операторов.
3) Принцип равномерной ограниченности для линейных ограниченных операторов.
4) Приложения теоремы о равномерной ограниченности.
5) Слабая* сходимость функционалов.

Тема 3: «<u>Теорема об открытом отображении и замкнутом графике»</u>

Практическое занятие №10:

1) Теорема об обратном операторе.
2) Приложения теоремы об обратном операторе.
3) Спектр ограниченного оператора.

Модуль 4. Компактные операторы

Тема 1: «Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы»

Практическое занятие №11:

1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
2) Некоторые приложения теоремы Бэра.

Тема 2: «<u>Компактные операторы»</u>

Практическое занятие №12:

1) Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
2) Вполне ограниченные множества.
3) Критерий компактности Хаусдорфа и его следствия.
4) Компактные операторы и их свойства.
5) Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора
6) Следствия теоремы Рисса-Шаудера.

Тема 3: «<u>Альтернатива Фредгольма»</u>

Практическое занятие №13:

1) Линейные уравнения в банаховых пространствах.
2) Нормально разрешимые уравнения.
3) Нетеровы операторы.

Практическое занятие № 14:

1) Теоремы Фредгольма.
2) Примеры уравнений с вполне непрерывными операторами.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины функциональный анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1) Колмогоров,А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник для вузов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд., испр. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 624 с.: ил. - ISBN 5-02-013993-9 : 1-50.
2) Фёдоров В.М. Курс функционального анализа: учебник / Фёдоров В. М. - СПб. [и др.]: Лань, 2005. - 351 с.; 20 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 351. - ISBN 5-8114-0589-8: 187-66.
3) Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа: учеб. пособие / Люстерник Л.А., В. И. Соболев. - Изд. 2-е, стер. - СПб. [и др.]: Лань: Изд. высшая школа, 1982. - 270, [1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0976-1: 288-75.
4) Кириллов А. А. Теоремы и задачи функционального анализа: [учебное пособие для вузов] / Кириллов А.А., А. Д. Гвишиани. - М.: Наука, 1979. - 384 с.: ил. - Библиогр.: с. 369-372. - Предм. указ.: с. 373-377. - 1-10.
4) Рамазанов А.К. Функциональный анализ: учеб. пособие для вузов. Ч.1 / Рамазанов А.К., Р. К. Рагимханов; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала: Изд-во ДГУ, 2013. - 318, [1] с. - 222-00.
5) ТреногинВ А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с. - ISBN 5-9221-0271-0: 151-01.

Задания для самостоятельной работы

1. Докажите полноту пространства $L_b(R^n, R^n)$.
2. Привести пример последовательности линейных ограниченных операторов $L(H)$, H - гильбертово пространство сходящееся в $L_s(H)$, но не в $L_b(H)$.
3. Найти A^* для $A \in L(R^n, A^n)$.
4. Найти сопряженный оператор для линейного интегрального оператора Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве $C_{[a,b]}$.
5. Доказать, что линейный оператор Фредгольма с непрерывным ядром вполне непрерывен в пространстве $C_{[a,b]}$.
6. Приведите примеры рефлексивных и нерефлексивных пространств.

7. Рассмотрим интегральные уравнения Вольтера второго рода

$$X(t) = \lambda \int_a^t k(t,s)x(s)ds = y(t),$$

где $K(t,s)$ и $y(t)$ непрерывные функции при $a \le s \le t \le b$.

8. Показать, что однородное уравнение Вольтера второго рода не имеет собственных значений.
9. Доказать, что в предгильбертовом пространстве элементы x и y ортогональны тогда и только тогда, когда $\|x\|^2 + \|y\|^2 = \|x+y\|^2$

3. Пусть E - вещественное ЛНП и для любых $x, y \in E$ выполняется равенство параллелограмма:

$$\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2\left(\|x\|^2 + \|y\|^2\right).$$

Доказать, что формула

$$(x,y) = \frac{1}{4}\left\{\|x+y\|^2 - \|x-y\|^2\right\}$$

задает в E скалярное произведение, согласующееся с нормой в E, т.е. такое, что $(x,x) = \|x\|^2$.

10. Сформулируйте альтернативу Фредгольма для линейного интегрального уравнения Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве $C_{[a,b]}$.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	**Виды и содержание самостоятельной работы**
Раздел 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства	
1. Метрические пространства	Доклад на тему: Метризационные теоремы.
2. Линейно нормированные и гильбертовы пространства	Доклад на тему: Геометрические и аналитические формулировки теоремы Хана-Банаха.
Раздел 2. *Линейные операторы*	
1. Ограниченные линейные операторы	Реферат на тему: Примеры гильбертовых и предгильбертовых пространств. Решение задач и упражнений.
2. Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах	Доклад на тему: Теорема о проекции на выпуклое замкнутое множество в гильбертовом пространстве и некоторые его приложения.
Раздел 3. Три основных принципа линейного функционального анализа	
1. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала	Доклад на тему: Локально выпуклые пространства.
2. Теорема о равномерной ограниченности	Решение задач и упражнений.
3. Теорема об открытом отображении и замкнутом графике	Доклад на тему: Замкнутые самосопряженные операторы
Раздел 4. Компактные операторы	
1. Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы	Решение задач и упражнений.

2. Компактные операторы.	Доклад на тему: Критерии компактности в некоторых классических пространствах функционального анализа.
3. Альтернатива Фредгольма	Доклад на тему: Краевые задачи математической физики, сводимые к изучению интегральных операторов Фредгольма..

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Типовые контрольные задания

7.1.1. Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений.
2. Применение принципа сжимающих отображений к решению систем линейных алгебраических уравнений.
3. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений.
4. Применение принципа сжимающих отображений к нахождению пределов последовательностей, заданных рекуррентно.
5. Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими.
6. Примеры банаховых пространств.
7. Неравенства Гельдера и Минковского.
8. Пространства $\mathbf{L}^{\mathbf{P}}$, их полнота.
9. Норма в предгильбертовом пространстве. Примеры.
10. Тождество параллелограмма.
11. Непрерывные линейные операторы. Норма оператора.
12. Пространство линейных операторов, его полнота.
13. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор.
14. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.
15. Линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах.
16. Универсальность пространства $C_{[0,1]}$.

7.1.2. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

Какие из следующих утверждений справедливы для операции Δ симметрической разности

a. $A\Delta B \subset (A\Delta C) \cup (C \cup B)$

b. $A\Delta B \subset (A\Delta C) \not\subset (C \cup B)$

c. $A\Delta B \supset (A\Delta C) \not\subset (C \cup B)$

d. $A\Delta B \subset (A \cap C) \not\subset (C \cup B)$

2. Пусть $A, B \in 2^X$ и $(A_n)_{n=1}^{\infty} \subset 2^X$ - данная последовательность, χ_E – характеристическая функция множества $E \subset X$. Верно ли следующее предложение?

a. $(A = \lim\limits_{n\to\infty} A_n) \Leftrightarrow (\chi_A(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \chi_{A_n}(x))$

b. $\chi_{A\Delta B}(x) \neq |\chi_A(x) - \chi_B(x)|$

c. $\chi_{\underline{\lim} A_n}(x) \neq \lim\limits_{n\to\infty} \inf \chi_{A_n}(x)$

d. $\chi_{\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} A_n}(x) \neq \lim\limits_{n\to\infty} \sup \chi_{A_n}(x)$

3. Пусть $f : X \to Y$ произвольное отображение и $A_t \in 2^X$, $B_t \in Y$ где $t \in T$ и T - произвольное множество индексов, которое из следующих предложений относятся к образам и прообразам множеств?

a. $f(\bigcup\limits_t A_t) = \bigcup\limits_t f(A_t)$

b. $f(\bigcap\limits_t A_t) = \bigcup\limits_t f(A_t)$

c. $f(A_1) \setminus f(A_2) \not\subset f(A_1 \setminus A_2)$

d. $f^{-1}(\bigcup\limits_t B_t) \neq \bigcup\limits_t f^{-1}(B_t)$

4.Пусть $f : X \to Y$ произвольное отображение X в Y,
$g, h : Y \to X$ - данные отображения, а $f(x) = y, (*)$- данное уравнение. Какое из следующих уравнений верное?

a. Если уравнение (*) имеет решение и $g_0 f = I_x$, то это решение единственно;

b. Если $g_0 f = I_Y$, то уравнение (*) имеет, по крайней мере одно решение

c. Если f имеет обратное отображение, то уравнение (*) имеет решение, но не единственное.

d. $f(X) \in Y$

5. Пусть X - множество прямых l плоскости и пусть $l_1 \equiv l_2 (\mathrm{mod}\, R_a)$ означает, что $l_1 \parallel l_2$, $l_1 \equiv l_2 (\mathrm{mod}\, R_b)$, означает, что $l_1 \perp l_2$.
Какие из следующих высказываний верны?

a. $X \mid R_a$- можно отождествить с множеством всех (неориентированных) прямых проходящий через фиксированную точку плоскости

b. R_a - отношение эквивалентности в X

c. R_b- не является отношением эквивалентности в X

d. R_a и R_b- отношение эквивалентности в X

6.Пусть X - произвольное множество, R- отношение эквивалентности в X
Найдите из следующих предложений верное:

a. Всякое разбиение X соответствует некоторому отношению эквивалентности R в X.

b. Элементы $X \mid R$ образует разбиение

c. Элементы $X \mid R$ не образует разбиение

d. Не всякое разбиение X определяет некоторое отношение эквивалентности R в X.

7. Какое из следующих предложений верно?
a. $(N, \leq)$ (множество натуральных чисел с естественным порядком)
b. $(G, <)$ (множество всех окрестностей фиксированной точки $x \in R^n$, упорядоченное по обратному включению) – направленное множество.
c. Пусть $x \in R^n$ произвольная точка и Λ - множество интервалов I, содержащий точку x с отношением порядка L: «$I_1 < I_2$ означает $I_1 \supset I_2$» $(\Lambda, <)$ не является направленным множеством
d. Множество N нельзя упорядочить
8. В метрическом пространстве (E, ρ), где $\rho(x, y) = \begin{cases} o\, при\, x = y \\ 1\, при\, x \neq y \end{cases}$, какое из следующих предложений верно?
a. Любое подмножество в E одновременно и открыто и замкнуто
b. Одноточечное множество не открыто.
c. Все множества открыты
d. одноточечное множество не открыто и не замкнуто

9. какие из следующих предложений верные?
a. $\forall p \in [1, +\infty]$: (K^n, ρ_ρ)- метрическое пространство
b. $\forall p \in [1, +\infty]$: сходимость в (K^n, ρ_ρ)- эквивалентна равномерной по координатной сходимости.
c. $p \neq 2$
d. $p = \pi$
10.Какому условию должна удовлетворяться определенная на R непрерывная функция $u = f(u)$, чтобы на вещественной прямой можно было задать метрику с помощью равенства $\rho(x, y) = | f(x) - f(y) |$?
a. $f -$ монотонная и $f(R) = R$
b. $f = const$
c $f -$ непрерывна на R
d. $f -$разрывна
11.Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_\rho : K^n \times K^n \to R$, где $n \in N$, $K = R$ или C и

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} [\sum_{k=1}^{n} | x_k - y_k |^p]^{\frac{1}{p}}\, если \quad p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

a. $\forall p \in [1, +\infty): \left(K^n, \rho_p\right)$ метрическое пространство
b. $\forall p \in [1, +\infty)$ метрическое пространство
c. $p \neq 2$

d. $p = \pi$

12. Пусть $p \in [1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : K^n \times K^n \to R,$ где $n \in N,\ K = R$ или C и

$$\rho_p(x,y) = \begin{cases} [\sum_{k=1}^{n} | x_k - y_k |^p]^{\frac{1}{p}} \text{ } если \quad p \in [1,+\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

a. $\forall p \in [1,+\infty)$ сходимость в $\left(K^n, \rho_p\right)$ эквивалентна равномерной по координатной сходимости

b. Любое ограниченное множество в $\left(K^n, \rho_p\right)$ вполне ограниченно, а любое ограниченное замкнутое множество компактно.

c. $p \neq 2$

d. $p = \pi$

13. Пусть $p \in [1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : l_p \times l_p \to R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x,y) = \begin{cases} [\sum_{n=1}^{n} | x_k - y_k |^p]^{\frac{1}{p}} \text{ } если \quad p \in [1,+\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

a. $\forall p \in [1,+\infty)$: (l_p, ρ_p) метрическое пространство

b. Из сходимости в (l_p, ρ_p) при $p \in [1,+\infty)$ следует покоординатная сходимость

c. (l_3, ρ_3) не метрическое пространство

d. (l_1, ρ_1) не метрическое пространство

14. Пусть $p \in [1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : l_p \times l_p \to R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x,y) = \begin{cases} [\sum_{n=1}^{n} | x_k - y_k |^p]^{\frac{1}{p}} \text{ } если \quad p \in [1,+\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, если \quad p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

a. $\forall p \in [1,+\infty)$: (l_p, ρ_p) метрическое пространство

b. Сходимость в (l_∞, ρ_∞) совпадает с равномерной покоординатной сходимостью при $p \in [1,+\infty)$ следует покоординатная сходимостью

c. (l_3, ρ_3) не метрическое пространство

d. (l_1, ρ_1) не метрическое пространство

15. Пусть $p \in [1,+\infty]$ и функция $\rho_\rho : l_p \times l_p \to R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x,y)=\begin{cases}[\sum_{n=1}^{n}|x_k-y_k|^p]^{\frac{1}{p}} \text{ если } & p\in[1,+\infty),\\ \sup\limits_{k\in N}|x_k-y_k|, \text{если} & p=\infty.\end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

a. (l_p,ρ_p) полное метрическое пространство при $p\in[1,+\infty)$

b. (l_∞,ρ_∞) не является сепарабельным метрическим пространством

c. (l_∞,ρ_∞) является сепарабельным метрическим пространством

d. (l_p,ρ_p) неполное метрическое пространство

16. Какие из следующих утверждений несправедливы?

a. Любое ограниченное множество в (l_∞,ρ_∞) вполне ограничено

b. Пространства (l_p,ρ_p) при $p\in[1,+\infty)$ некомпактны

c. Пространства (l_p,ρ_p) при $p\in[1,+\infty)$ компактны

d. Любое ограниченное множество в (l_p,ρ_p) при $p\in[1,+\infty)$ вполне ограниченно

17. Пусть $p\in[1,+\infty]$ и $\rho_\rho : l_p\times l_p\to R$, где

$$\rho_p(x,y)=\begin{cases}[\sum_{n=1}^{n}|x_k-y_k|^p]^{\frac{1}{p}} \text{ если } & p\in[1,+\infty),\\ \sup\limits_{k\in N}|x_k-y_k|, \text{если} & p=\infty.\end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

a. $l_p\subset l_q$ при $p<q,\ p,q\in[1+\infty)$

b. $l_\infty\supset l_1$

c. $l_p\supset l_q$ при $p<q,\ p,q\in[1+\infty)$

d. $l_p\not\subset l_q$ и $l_q\not\subset l_p$ при $p<q,\ p,q\in[1+\infty)$

18. Пусть $s=\{f\mid f:N\to R\}$ и фикция $\rho:s\times s\to R$ определена равенством

$$\rho(f,g)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\cdot\frac{|f(n)-g(n)|}{1+|f(n)-g(n)|}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

a. (s,ρ)-компактное пространство

b. Сходимость в (s,ρ) равномерная покоординатная

c. (s,ρ) - полное пространство

d. (s,ρ)- сепарабельное пространство

19. Пусть $s=\{f\mid f:N\to R\}$ и фикция $\rho:s\times s\to R$ определена равенством

$$\rho(f,g)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\cdot\frac{|f(n)-g(n)|}{1+|f(n)-g(n)|}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

a. На (s,ρ) можно задать норму так, что $\rho(x,y)=\|x-y\|$

b. Любое множество в (s,ρ) предкомпактное

c. (s,ρ) - линейное метрическое пространство

d. Сходимость в s по координатная

20. Какие из следующих утверждений справедливы?

a. В любом метрическом пространстве замыкание шара $\overline{B(x,r)}$ лежит в замкнутом шаре $\overline{B}(x,r)$.

b. В любом метрическом пространством E для любого $r>0$ выполняется неравенство $0 \le diamB(x,r) \le 2r.$

c. $diamB(x,r) \ge 3r$

d. $diamB(x,r) = 0$.

7.1.3. Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Скалярное произведение в линейном пространстве над полем (действительных или комплексных) скаляров.
2. Принцип равномерной ограниченности (=теорема Банаха-Штейнхауса).
3. Неравенство Коши-Буняковского. Предгильбертово пространство. Непрерывность скалярного произведения и нормы в предгильбертовом пространстве.
4. Критерий поточечной сходимости ограниченных линейных операторов к линейному ограниченному оператору.
5. Определение гильбертова пространства. Понятие ортогонального дополнения множества и его замкнутость.
6. Критерий поточечной сходимости последовательности и линейных ограниченных функционалов к линейному ограниченному функционалу.
7. Лемма Беппо-Леви.
8. Достаточное условие ограниченной обратимости линейного оператора, отображающего ЛНП на ЛНП.
9. Задача. Напишите общий вид линейного ограниченного функционала в пространстве $L_p(p \in (1,+\infty))$. Привести конкретный пример функционала и найти норму.
10. Теорема о наилучшем приближении в гильбертовом пространстве
11. Теорема об ограниченной обратимости оператора $\mathrm{I}+\mathrm{A}$.
12. Ортогональное разложение гильбертово пространства.
13. Теорема об условиях ограниченной обратимости оператора $B = A + \Delta,$ где $A, \Delta A \in L_b(E,F).$
14. Критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве.
15. Теорема Банаха о гомеоморфизме.
16. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала, определенного в гильбертовом пространстве.
17. Утверждения об открытости множества регулярных значений линейного ограниченного оператора и замкнутости его спектра.
18. Понятие ортогональной системы и ортонормированной системы в гильбертовом пространстве. Понятие ряда Фурье и вопрос о его сходимости.
19. Эквивалентные формулировки понятия замкнутого линейного оператора и замкнутости его спектра.

20. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Свойство частных сумм ряда Фурье.
21. Теорема Банаха – Хана о продолжении линейного ограниченного функционала в ЛНП.

7.1.4. Примерные вопросы к экзамену по дисциплине

1. Кольцо множеств, полукольцо множеств, алгебра и сигма-алгебра множеств. Измеримое пространство.
2. Монотонный класс множеств и теорема о монотонном классе.
3. Конечно-аддитивная и счетно-аддитивная функция множеств, продолжение меры на кольцо.
4. Мера Стилтьеса.
5. Внешняя мера, измеримые множества.
6. Теорема Каратеодори об измеримых множествах.
7. Продолжение меры по Лебегу и Жордану.
8. Измеримые функции и их свойства.
9. Различные типы сходимости функций и связь между ними.
10. Теоремы Лузина и Егорова.
11. Интеграл Лебега по счетно-аддитивной функции множества.
12. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега и теорема Радона-Никодима (без доказательства).
13. Теорема о монотонной сходимости.
14. Лемма Фату.
15. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
16. Произведение мер и теорема Фубини (без доказательства).
17. Мера Лебега в R^n.
18. Критерий Лебега интегрируемости по Риману.
19. ЛНП и (B)-пространства: определения и примеры.
20. Пространства ограниченных операторов L(E,F) и его полнота.
21. Изоморфизм (B)-пространств.
22. Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (B)-пространствах.
23. Теорема Хана-Банаха о продолжении.
24. Сопряженные и рефлексивные пространства.
25. Теорема об общем виде функционала $f \in \left(C_{([a,b])}\right)^{*}$.
26. Биортогональные системы: определение и примеры.
27. Отображения двойственности и рефлексивные пространства.
28. Неравенства Гельдера и Минковского для рядов и интегралов.
29. Лебеговы пространства $L_p(X)$ $(1 \le p \le \infty)$ и их свойства.
30. Сопряженное пространство $L_p^*(X)$ $(1 \le p \le \infty)$.
31. Сопряженные линейные операторы.
32. Строго ЛНП и наилучшие приближения в ЛНП.
33. Наилучшие приближения в $L_p(X)$ $(1 \le p \le \infty)$.
34. Всюду плотные множества в $L_p(X)$ $(1 \le p \le \infty)$, аппроксимация гладкими функциями.

35. Предгильбертовы (=евклидовы) и гильбертовы пространства: определения и примеры.
36. Теорема о наилучшем приближении и ее следствия.
37. Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
38. Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте.
39. Изоморфизм гильбертовых пространств.
40. Преобразование Фурье в $L_1(R^n)$, формулы преобразования Фурье.
41. Преобразование Фурье в $L_2(R^n)$, теорема Планшереля об операторе Фурье
42. Аксиомы сходимости по Френе, линейные пространства сходимости, полнота сопряженных пространств.
43. Принцип равномерной сходимости функционалов в сопряженном пространстве для пространства сходимости.
44. Локально выпуклые пространства.
45. Пространства основных функций D(Rn) и обобщенный функций D´(Rn), Действия с обобщенными функциями.
46. Структура обобщенных функций.
47. Сопряженное пространство E´(Rn).
48. Свойства пространства E´(Rn), регулярные обобщенные функции.
49. Пространства Соболева.
50. Пространства Шварца J´(Rn) и преобразование Фурье в J´(Rn).
51. Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве.
52. Принцип равномерной ограниченности для ЛНП.
53. Сильная и слабая сходимость операторов.
54. Слабая* сходимость функционалов.
55. Теорема о замкнутом графике.
56. Теорема об обратном операторе.
57. Спектр ограниченного оператора, граница спектра и спектральный радиус.
58. Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
59. Критерий компактности Хаусдорфа и ее следствие.
60. Критерий компактности множества в C(X).
61. Критерий компактности множества в пространствах lp и Lp(X) ($1 \le p \le \infty$).
62. Слабо* компактные множества и их свойства.
63. Критерий слабой* компактности множества
64. Компактные операторы и их основные свойства.
65. Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора в (B)-пространстве.
66. Четыре теоремы Фредгольма.
67. Свойства эрмитовых операторов.
68. Теорема Гильберта-Шмидта.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

Основная

1) Колмогоров,А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник для вузов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд., испр. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 624 с. : ил. - ISBN 5-02-013993-9 : 1-50.
2) Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа: учеб. пособие / Люстерник Л.А., В. И. Соболев. - Изд. 2-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань : Изд. высшая школа, 1982. - 270, [1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0976-1: 288-75.
3) Рамазанов А.К. Функциональный анализ: учеб. пособие для вузов. Ч.1 / Рамазанов А.К., Р. К. Рагимханов; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала: Изд-во ДГУ, 2013. - 318, [1] с. - 222-00.
4) Треногин В А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с. - ISBN 5-9221-0271-0 : 151-01.
5) Асташова И.В. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Асташова И.В.— Электрон. текстовые данные. — М.: Евразийский открытый институт, 2011. — 112 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/11120.html.— ЭБС «IPRbooks» (25.01.2018)

Дополнительная

6) Фёдоров В.М. Курс функционального анализа: учебник / Фёдоров В. М. - СПб. [и др.] : Лань, 2005. - 351 с.; 20 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 351. - ISBN 5-8114-0589-8: 187-66.
7) Рудин У. Функциональный анализ / Рудин, Уолтер ; пер. с англ. В.Я.Лина; под ред. Е.А.Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. [и др.]: Лань, 2005. - 443 с.; 23 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 430-431. - Указ. имен. и терминов: с. 435-440. - ISBN 5-8114-0611-8: 312-18.
8) Канторович Л.В. Функциональный анализ / Канторович, Леонид Витальевич. - 2-е изд., перераб. - М.: Наука, 1977. - 741 с.: ил.; 22 см. - Список лит.: с.719-730. - Указ. предм.: и обозначений: с. 731-741. - 3-20.
9) Глазырина П.Ю. Функциональный анализ. Типовые задачи [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Глазырина П.Ю., Дейкалова М.В., Коркина Л.Ф.— Электрон. текстовые данные — Екатеринбург: Уральский федеральный

университет, ЭБС АСВ, 2016. — 216 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/66213.html.— ЭБС «IPRbooks» (25.05.2018)

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	**Студентам:** - запустить установленный у Вас математический паке выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет подходящий и решить свою задачу по аналогии; **Преподавателям:** - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. **Всем заинтересованным пользователям:** **1.** – можно ознакомиться с примерами применени математических пакетов в образовательном процессе. **2.** – найти демо-версии популярных математически пакетов, электронные книги и свободно распространяемы программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.**Ru**)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная программа по функциональному анализу распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Дисциплин «Функциональный анализ» являются основной базой всех специальных дисциплин, изучаемых будущими бакалаврами. Специфика дисциплинs состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;

2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;

3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;

4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;

5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;

6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;

б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;

в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

Методические рекомендации

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа.* М.: Наука, 1981.

2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа.* М.: Высшая школа, 1982.

3 Треногин В А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с.

Решить задач и упражнений из учебного пособия Треногин В А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.;

Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с.Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросами для самопроверки

Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия: Треногин В А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.