

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

# Теория чисел

**Кафедра:** дифференциальных уравнений и функционального анализа  
**Факультет:** математики и компьютерных наук

Образовательная программа

01.03.01 Математика

Профиль подготовки

«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Уровень высшего образования

бакалавриат

Форма обучения

очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП,  
модуль профильной направленности ОПОП

Махачкала 2021

Рабочая программа дисциплины «Теория чисел» составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.01 Математика (уровень бакалавриата) от 10.01.2018 №8.**

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа,  
Рагимханов В.Р., к. ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.  
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2021г.,  
протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.  
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «\_09\_» июля 2021г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

---

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Теория чисел» входит в вариативную часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению 01.03.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

*универсальная компетенция (УК): УК-1;*

*общепрофессиональная компетенция (ОПК): ОПК-1;*

*профессиональная компетенция (ПК): ПК-3.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме *контрольная работа, коллоквиум и тестирование* и промежуточный контроль в форме *зачета.*

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в 72 академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
1	72	16		16			40	зачет

### 1. Цели освоения дисциплины.

**Целями** освоения дисциплины теории чисел является изучение студентами основных понятий, определений, функций (числовых) теории чисел, методов решения задач теории чисел.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина «Теория чисел» входит в модуль профильной направленности образовательной программы бакалавриата, по направлению *01.03.01 Математика*

Теория чисел являются одними из начальных разделов современной математики и играют важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы теории чисел находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплина вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Код и наименование компетенции из ОПОП	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации	<b>Знает:</b> структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. <b>Умеет:</b> анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <b>Владеет:</b> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Самостоятельная работа.
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<b>Знает:</b> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <b>Умеет:</b> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <b>Владеет:</b> навыками систематизации разнородных явлений путем	

		математических интерпретаций и оценок	
	УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	<b>Знает:</b> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. <b>Умеет:</b> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога. <b>Владеет:</b> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.	
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	<b>Знает:</b> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики.	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Самостоятельная работа.

		<p><b>Умеет:</b>  решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.</p> <p><b>Владеет:</b>  базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач</p>	
	<p>ОПК-1.2.  Умеет использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p><b>Знает:</b>  способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p> <p><b>Умеет:</b>  применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><b>Владеет:</b>  навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук</p>	
	<p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p>	<p><b>Знает:</b>  различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><b>Умеет:</b>  корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук.</p> <p><b>Владеет:</b></p>	

		навыками выбора методов решения задач современного математического анализа	
ПК-3 Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-3.1. Знает основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	<b>Знает:</b> разные подходы к определению основных понятий математики; основные понятия информатики; формулировки математических утверждений при различных изменениях их исходных условий; различные языки программирования; <b>Умеет:</b> устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики и информатики необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. <b>Владеет:</b> определенными навыками планирования и проведения работы по сборанию, обработке и интерпретированию данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	Конспектирование и проработка лекционного материала. Участие в практических занятиях. Выполнение домашних заданий. Самостоятельная работа.
	ПК-3.2. Планирует популярные лекции, экскурсии и другие виды деятельности необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<b>Знает:</b> разнообразные формы пропаганды и популяризации знаний в области математики и информатики. <b>Умеет:</b> планировать изложение различных базовых вопросов изучения математики и информатики в доступной для данной аудитории форме. <b>Владеет:</b> определенным опытом планирования и проведения экскурсий для	

		пропаганды и популяризации знаний в области математики и информатики	
	ПК-3.3. Проводит необходимую работу по сборанию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<b>Знает:</b> современные методы по сборанию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. <b>Умеет:</b> привлечь внимание обучающихся к математическим и компьютерным наукам. <b>Владеет:</b> навыками проведения работы по сборанию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 академических часа.

#### 4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семест	Неделя семестр	Аудиторные занятия, в том числе	Самост оят.	Формы текущего контроля успеваемости (по
------------------------------------	--------	----------------	---------------------------------	-------------	--

			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
<b>Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел</b>								
<i>Всего по модулю 1</i>	<i>1</i>		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Теория делимости	1		4	4			10	
2. Функции теории чисел	1		4	4			10	
<b>Модуль 2. Теория сравнений</b>								
<i>Всего по модулю 2</i>	<i>1</i>		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Модулярная арифметика	1		2	2			6	
2. Сравнения и системы сравнений первого порядка	1		2	2			6	
3. Сравнения второй степени	1		4	4			8	
<b>Итоговый контроль</b>	1							Зачет
<b>ИТОГО</b>			<b>16</b>	<b>16</b>			<b>40</b>	

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

##### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

###### *Первый семестр*

#### Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел

##### Тема 1. Отношение делимости

- Лекция № 1. Отношение делимости
  - *Делимость целых чисел. Теорема о делении с остатком*
  - *Наибольший общий делитель и его свойства*
  - *Алгоритм Евклида, расширенный алгоритм Евклида и обобщенный алгоритм Евклида*
  - *Наименьшее общее кратное и его свойства*
  - *Диофантово уравнение первой степени*
  
- Лекция № 2. Простые числа
  - *Простые числа: определение и простейшие свойства*
  - *Теорема Евклида*
  - *Решето Эратосфена*
  - *Основная теорема арифметики*
  - *О распределении простых чисел*

##### Тема 2. Функции теории чисел

- Лекция № 3. Целая и дробная часть числа. Произведение Дирихле
  - *Целая и дробная часть вещественного числа*
  - *Каноническое разложение числа  $n!$*
  - *Арифметические функции*
  - *Произведение Дирихле арифметических функций*
  - *Мультипликативные функции*
  
- Лекция № 4. Основные мультипликативные функции теории чисел
  - *Число и сумма делителей целого числа*
  - *Функция Мебиуса: определение и основные свойства*
  - *Функция Эйлера: определение и основные свойства*

## Модуль 2. Теория сравнений

### Тема 1. Модулярная арифметика

- Лекция № 5. Сравнения целых чисел по модулю другого числа
  - *Определение и основные свойства отношения сравнения целых чисел по данному модулю*
  - *Полная и приведенная системы вычетов*
  - *Теоремы Ферма и Эйлера*

### Тема 2. Сравнения и системы сравнений первого порядка

- Лекция № 6. Сравнение первого порядка и Система сравнений первого порядка
  - *Определения сравнения  $n$ -го порядка и его решений*
  - *Сравнение первого порядка*
  - *Решение сравнений первого порядка*
  - *Система сравнений первого порядка*
  - *Китайская теорема об остатках*

### Тема 3. Сравнения второй степени

- Лекция № 7. Сравнения второго порядка
  - *Сведение сравнения второго порядка к стандартной форме*
  - *Квадратичные вычеты и невычеты*
  - *Символ Лежандра*
  
- Лекция № 8. Символы Лежандра и Якоби
  - *Свойства символа Лежандра*
  - *Квадратичный закон взаимности*
  - *Символ Якоби и его свойства*

## 4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине

### Первый семестр

#### Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел

##### Тема 1. Отношение делимости

- Практическое занятие № 1. Отношение делимости
  - *Делимость целых чисел. Теорема о делении с остатком*
  - *Наибольший общий делитель и его свойства*
  - *Алгоритм Евклида, расширенный алгоритм Евклида и обобщенный алгоритм Евклида*
  - *Наименьшее общее кратное и его свойства*
  - *Диофантово уравнение первой степени*
- Практическое занятие № 2. Простые числа
  - *Простые числа: определение и простейшие свойства*
  - *Теорема Евклида*
  - *Решето Эратосфена*
  - *Основная теорема арифметики*
  - *О распределении простых чисел*

##### Тема 2. Функции теории чисел

- Практическое занятие № 3. Целая и дробная часть числа. Произведение Дирихле
  - *Целая и дробная часть вещественного числа*
  - *Каноническое разложение числа  $n!$*
  - *Арифметические функции*
  - *Произведение Дирихле арифметических функций*
  - *Мультипликативные функции*
- Практическое занятие № 4. Основные мультипликативные функции теории чисел
  - *Число и сумма делителей целого числа*
  - *Функция Мебиуса: определение и основные свойства*
  - *Функция Эйлера: определение и основные свойства*

#### Модуль 2. Теория сравнений

##### Тема 1. Модулярная арифметика

- Практическое занятие № 5. Сравнения целых чисел по модулю другого числа

- *Определение и основные свойства отношения сравнения целых чисел по данному модулю*
- *Полная и приведенная системы вычетов*
- *Теоремы Ферма и Эйлера*

## Тема 2. Сравнения и системы сравнений первого порядка

- **Практическое занятие № 6. Сравнение первого порядка и Система сравнений первого порядка**
  - *Определения сравнения  $n$ -го порядка и его решений*
  - *Сравнение первого порядка*
  - *Решение сравнений первого порядка*
  - *Система сравнений первого порядка*
  - *Китайская теорема об остатках*

## Тема 3. Сравнения второй степени

- **Практическое занятие № 7. Сравнения второго порядка**
  - *Сведение сравнения второго порядка к стандартной форме*
  - *Квадратичные вычеты и невычеты*
  - *Символ Лежандра*
- **Практическое занятие № 8. Символы Лежандра и Якоби**
  - *Свойства символа Лежандра*
  - *Квадратичный закон взаимности*
  - *Символ Якоби и его свойства*

### **5. Образовательные технологии.**

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к зачету.

--	--

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<b>Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел</b>	
1. Теория делимости	Рефераты на темы: 1. Алгоритм Евклида. Сложность алгоритма Евклида. 2. Пифагоровы тройки. 3. Числа Фибоначчи: определения и свойства. 4. Конечные цепные дроби и их приложения. 5. Бесконечные цепные дроби и их приложения. 6. Дроби Фарея. 7. Сложность арифметических операций с целыми числами. Алгоритм умножения Карацубы.  Решение задач и упражнений.
2. Функции теории чисел	Доклады на темы: 1. Функция Чебышева. 2. Функция суммы $n$ -х степеней делителей числа 3. Аддитивные арифметические функции 4. Нерегулярность распределения простых чисел  Решение задач и упражнений.
<b>Модуль 2. Теория сравнений</b>	
1. Модулярная арифметика	Рефераты на темы: 1. Арифметические приложения теории сравнений 2. Признаки делимости.  Решение задач и упражнений.
2. Сравнения и системы сравнений первой степени	Доклады на темы: 1. Приложения китайской теоремы об остатках 2. Приложение сравнений первой степени при решении диофантовых уравнений первой степени  Решение задач и упражнений.
3. Сравнения второй степени	Доклады на темы: 1. Уравнение Пелля 2. Приложение символа Лежандра при решении диофантовых уравнений 3. Квадратичный закон взаимности  Решение задач и упражнений.

## 7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

### 7.1. Типовые контрольные задания

#### 7.1.1. Примерные вопросы к зачету

- 1) Метод математической индукции. Примеры.
- 2) Отношение делимости. Теорема о делении с остатком.
- 3) НОД, взаимно простые числа, попарно взаимно простые числа. Простейшие свойства НОД: свойство 1, свойство 2.
- 4) Алгоритм Евклида и НОД. Свойства 3 – 5.

- 5) НОД частного и кратного двух чисел. Свойства 6 – 12. Доказать любые два свойства.
- 6) НОК двух чисел. Свойства 1 и 2 НОК. Доказать одно из свойств.
- 7) Простые числа. Свойства 1 и 2.
- 8) Простые числа. Свойства 3,4,5.
- 9) Простые числа. Свойства 6 и 7.
- 10) Решето Эратосфена. Предложения 1 и 2.
- 11) Простые числа. Теорема Евклида.
- 12) Основная теорема арифметики.
- 13) Каноническое разложение числа  $n$  и делители числа  $n$ .
- 14) Каноническое разложение числа и НОД, НОК двух чисел.
- 15) Функции  $[x]$  и  $\{x\}$ . Свойства 1 и 2 функции  $[x]$ . Доказать одно из свойств.
- 16) Мультипликативные функции. Свойства 1 и 2.
- 17) Мультипликативные функции. Как можно строить мультипликативные функции?
- 18) Мультипликативные функции. Свойства 4 и 5.
- 19) Мультипликативные функции. Суммы распространенные не делители.
- 20) Мультипликативные функции. Число делителей целого числа  $a$ .
- 21) Мультипликативные функции. Сумма делителей целого числа  $a$ .
- 22) Мультипликативные функции. Функция Мебиуса. Некоторые свойства функции Мебиуса: предложение 1 и его следствие.
- 23) Произведение Дирихле. Предложение 2.
- 24) Произведение Дирихле. Теорема обращения Мебиуса.
- 25) Функция Эйлера  $\varphi(x)$ . Свойство 1.
- 26) Функция Эйлера  $\varphi(x)$ . Свойства 2 и 3.
- 27) Конечные цепные дроби. Теорема 1.
- 28) Подходящие дроби. Рекуррентная формула для  $P_k, Q_k$ .
- 29) Свойства подходящих дробей.
- 30) Сравнимость целых чисел по модулю  $m$ . Эквивалентные формулировки сравнимости чисел по данному модулю.
- 31) Свойства сравнений, подобные свойствам равенств: свойства 0 – 3.
- 32) Свойства сравнений, подобные свойствам равенств: свойства 4 и 5.
- 33) Свойства сравнений, связанные с изменением модуля: свойства 1 – 3.
- 34) Свойства сравнений, связанные с изменением модуля: свойства 4 – 6.
- 35) Вычеты и классы вычетов по модулю  $m$ . Полная система вычетов и наименьшая неотрицательная система вычетов по данному модулю.
- 36) Признаки полноты системы вычетов. Предложения 1 и 2.
- 37) Приведенная система вычетов. Предложения 1 и 2.
- 38) Теорема Эйлера.

- 39) Теорема Ферма и его следствие.
- 40) Сравнение  $ax \equiv b \pmod{m}$ . Определение решения. Вопросы существования и единственности решения сравнения  $ax \equiv b \pmod{m}$  в случае  $(a, m) = 1$ .
- 41) Сравнение  $ax \equiv b \pmod{m}$ . Определение решения. Вопросы существования и единственности решения сравнения  $ax \equiv b \pmod{m}$  в случае  $(a, m) = d > 1$ .
- 42) Методы решения сравнения  $ax \equiv b \pmod{m}$  в случае  $(a, m) = 1$ .
- 43) Китайская теорема об остатках.
- 44) Определение решения сравнения произвольной степени по модулю  $m$ . Сравнение произвольной степени по простому модулю.
- 45) Сравнение произвольной степени по простому модулю. Теорема Вильсона.
- 46) Сравнение произвольной степени по составному модулю.
- 47) Сравнение вида  $f(x) \equiv 0 \pmod{p^a}$ ,  $p$  – простое число.
- 48) Сравнения второй степени.
- 49) Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра.
- 50) Свойства символа Лежандра.
- 51) Квадратичный закон взаимности.
- 52) Символ Якоби и его свойства.

### 7.1.2. Примерные контрольные работы

#### Вариант 1

1. Решить уравнение в целых числах

а)  $41x + 144y + 5;$

б)  $84x - 71y = 39.$

2. Найти НОД с помощью алгоритма Евклида:

$(2646, 4312) =$

3. По конечным непрерывным дробям найти обыкновенные

$$\frac{a}{b} = [2; 1; 3; 2; 1; 3]$$

4. Найти целые числа  $x, y$ , если 
$$\begin{cases} x + y = 667; \\ \frac{[x, y]}{(x, y)} = 120 \end{cases}$$

#### Вариант 2

1. Решить уравнение в целых числах

а)  $37x + 13y = 1000;$

б)  $38x + 117y = 209$

2. Найти НОД с помощью алгоритма Евклида:

$(5775, 7056) =$

3. По конечным непрерывным дробям найти обыкновенные

$$\frac{a}{b} = [2; 5; 1; 3; 2; 1]$$

4. Найти целые числа  $x, y$ , если  $[x, y] = 975$ ,  $\frac{x}{(x, y)} - \frac{y}{(x, y)} = 18$ .

### 7.1.3. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

#### Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел

1. НОД чисел 6188 и 4709 равен

а) 17

б) 7, 13, 11

2. НОД чисел 540, 360, 240, 204 равен

а) 12

б) 6; 3; 4

Число  $a = 13127$  при делении на  $b > 0$  дало в частном  $q = 121$ .  $b$  и остаток  $r$  равны

а) 108, 59;

б) 110, 59; 107, 59; 108, 58

3. Наибольший общий делитель чисел 18900 и 64680 равен

а) 420;

б) 410; 430; 425

4. НОД (71004, 154452) равен

а) 732;

б) 723; 734; 742

5. НОД (299, 391) равен

а) 23;

б) 21; 27; 17

6. НОК (343, 147) равен;

а) 49;

б) 51; 37; 48

7. НОД чисел 816 и 323 равен

а) 17;

б) 13, 19, 21

8. НОД (343, 147) равно

а) 1029;

б) 1031; 1027; 1033

9. НОД (12, 18, 21) равен
- a) 252;
- b) 248; 254; 238
10. Решением уравнения  $57x - 37y = 3$  является
- a) 39, 60;
- b) 13, 15; 41, 62; 17, 23
11. Остаток при делении 24 на 5 равен
- a) 4;
- b) 6
12. Остаток при делении -24 на 5 равен
- a) 1;
- b) 3
13. 11 является делителем чисел
- a) 43274; 12276;
- b) 43271; 32271
14. 9 является делителем чисел
- a) 1233; 7812;
- b) 6785; 3226
15. 3 входит в каноническое разложение числа  $21!$  в степени
- a) 9;
- b) 10; 8; 11
16. 7 входит в каноническое разложение числа  $40!$  в степени
- a) 5;
- b) 4; 3; 6
18. Количество различных делителей у числа 60 равно
- a) 12;
- b) 7; 10; 14
19. НОД (6188, 4709) равен
- a) 17;
- b) 9; 11; 2
20. У непрерывной дроби (2; 1, 3, 4, 2) третья подходящая дробь равна
- a)  $\frac{11}{4}$ ;
- b)  $\frac{5}{3}$ ; 3;  $\frac{9}{4}$
21. У непрерывной дроби (2; 3, 1, 2) третья подходящая дробь равна
- a)  $\frac{9}{4}$ ;
- b)  $\frac{5}{3}$ ; 3;  $\frac{7}{2}$
22. У непрерывной дроби (3; 5, 7, 2, 15) между второй подходящей дробью и третьей имеется неравенство
- a)  $\delta_3 < \delta_2$ ;
- b)  $\delta_2 < \delta_3$ ;  $\delta_2 \geq \delta_3$ ;  $\delta_2 \leq \delta_3$

23. У непрерывной дроби  $(5; 1, 1, 1, 1)$  между третьей и четвертой подходящими дробями имеется неравенство

a)  $\delta_3 < \delta_4$  ;

b)  $\delta_3 > \delta_4$  ;  $\delta_3 \leq \delta_4$  ;  $\delta_3 \geq \delta_4$

24. Числители трех соседних подходящих дробей связаны равенствами;

a)  $P_s = q_s P_{s-1} + P_{s-2}$  ;

b)  $P_s = q_{s-1} P_{s-1} + P_{s-2}$  ;  $P_s = P_{s-1} + q_{s-2} P_{s-2}$  ;  $P_s = P_{s-1} + q_{s-1} P_{s-2}$

## Модуль 2. Теория сравнений

1. Квадрат всякого нечетного числа сравним по модулю 8 с числами

a) 1;

b) -1; 3; -3

2. Умножая на 7 приведенную последовательность наименьших положительных вычетов по модулю 10, получим последовательность

a) 7,1,9,3;

b) 7,3,9,1; 7,9,1,3; 7,1,3,9

3. Умножая на 3 полную систему наименьших неотрицательных вычетов 0,1,2,3,4,5 по модулю 6, получим соответственно

a) 0,3,0,3,0,3;

b) 0,0,3,3,0,3; 0,3,0,4,2,3; 0,3,3,0,0,3

4.  $10^{98} \pmod{97}$  по теореме Ферма сравнимо с

a) 3;

b) 2; 4; 5

5.  $8^{50} \pmod{35}$  по теореме Эйлера сравнимо с числом

a) 29;

27; 28; 30

6.  $\varphi(110) = 40$  и по теореме Эйлера  $5^{202} \pmod{110}$  сравнимо с

a) 25;

b) 26; 24; 27

7. Наименьшие положительные значения  $k$ , при которых  $a^k \equiv 1 \pmod{m}$ , для вычетов  $a = 2, 3, 4, 5$  при  $m = 7$  соответственно равны

a) 3; 6; 3; 6;

b) 1.  $a = 2$ , 2.  $a = 3$ , 3.  $a = 4$ , 4.  $a = 5$ ;

8. Наименьшая положительная степень, при которой  $3^k \equiv 1 \pmod{11}$  равна

a) 6;

b) 7; 8; 10

9. Умножая на 3 полную систему наименьших неотрицательных вычетов 0,1,2,3,4,5 по модулю 6, получим соответственно

a) 0,3,0,3,0,3;

b) 0,0,3,3,0,3; 0,3,0,4,2,3; 0,3,3,0,0,3

10. Согласно теореме Вильсона имеем

a)  $3 \setminus 2!+1; 5 \setminus 4!+1; 7 \setminus 6!+1; 11 \setminus 10!+1;$

b)  $4 \setminus 3!+1; 5 \setminus 4!+1; 6 \setminus 5!+1; 7 \setminus 6!+1; 4 \setminus 3!+1; 5 \setminus 4!+1; 6 \setminus 5!+1; 7 \setminus 6!+1;$

11. Установить делимость числа  $a = 86778$  на числа 3,5,9,11

a)  $3 \setminus a, 5 \setminus a, 9 \setminus a, 11 \setminus a$

b)  $3 \setminus a, 5 \setminus a, 9 \setminus a, 11 \setminus a; 3 \setminus a, 5 \setminus a, 9 \setminus a, 11 \setminus a; 3 \setminus a, 5 \setminus a, 9 \setminus a, 11 \setminus a$

12. Остаток от деления числа  $122 \cdot 123 \cdot 125 \cdot 127$  на 11 равен

a) 4;

b) 5; 6; 3

13. В приведенную систему вычетов по модулю 10 входит последовательность

a) 1,3,7,9;

b) 2,3,5,7; 3,15,7,9; 2,3,5,9

14. Полную систему вычетов по модулю 6 образует последовательность

a) 0,1,2,9,4,5; 0,1,14,9,10,11

b) 0,1,2,3,4,10; 0,1,2,3,13,5

15. Приведенная система вычетов по модулю 60 по мощности равна

a) 16;

b) 14 ;18; 15

16. Умножая на 3 полную систему вычетов по модулю 6, придем к последовательности

a) 3,6,3,6,3,6;

b) 3,6,2,5,3,6; 3,6,4,2,3,6; 3,6,2,6,3,6

## 7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### Основная

- 1) Виноградов, Иван Матвеевич. Основы теории чисел : учеб. пособие / Виноградов, Иван Матвеевич. - Изд. 12-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2009. - 176 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература ). - ISBN 978-5-8114-0535-0 : 165-00.

- 2) Бухштаб, Александр Адольфович. Теория чисел : учеб. пособие / Бухштаб, Александр Адольфович. - Изд. 3-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2008, 1966 (Просвещение), 1960 (Учпедгиз). - 383,[1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0847-4 : 361-02
- 3) Сизый, С.В. Лекции по теории чисел : учебное пособие для математических специальностей и направлений подготовки в университетах / С. В. Сизый ; Сизый С. В. - М. : Физматлит, 2008. - 190. - ISBN 978-5-9221-0741-9.
- 4) Шнеперман, Лев Борисович. Сборник задач по алгебре и теории чисел : учеб. пособие / Шнеперман, Лев Борисович. - Изд. 3-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 222,[1] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0885-6 : 217-47.
- 5) Модулярная арифметика и ее приложения в инфокоммуникационных технологиях : монография / Н.И. Червяков, А.А. Коляда, П.А. Ляхов и др. - Москва : Физматлит, 2017. - 400 с. : табл., граф., схем. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1716-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485237> (25.05.2018).

### *Дополнительная*

- 6) Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю. И. Манин ; Манин Ю. И. - М. : МЦНМО, 2014. - 553 с. - ISBN 978-5-94057-511-5.
- 7) Айерлэнд, Кеннет. Классическое введение в современную теорию чисел / Айерлэнд, Кеннет, М. Роузен ; пер. с англ. С.П. Демушкина; под ред. А.Н. Паршина. - М. : Мир, 1987. - 415 с.
- 8) Галочкин, А.И. Введение в теорию чисел. : [учеб. пос. для вузов по спец. "Математика"] / А. И. Галочкин ; А.И. Галочкин, Ю.В. Нестеренко, А.Б. Шидловский; под общ. ред. А.Б. Шидловского. - М. : Изд-во МГУ, 1984. - 147 с. : ил. ; 22 см.
- 9) Лыткина Д.В. Введение в аналитическую теорию чисел. Часть 1. Пределы в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Лыткина Д.В.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2016.— 97 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55470.html>.— ЭБС «IPRbooks» (25.05.2018)

### **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	<a href="http://www.math.ru">www.math.ru</a>	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	<a href="http://www.exponenta.ru">www.exponenta.ru</a>	<b>Студентам:</b> 1. - запустить установленный у Вас математически пакет, выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакета, подходящий и решить свою задачу по аналогии;

			<p><b>Преподавателям:</b></p> <p>- использовать математические пакеты для поддержки курса лекций.</p> <p><b>Всем заинтересованным пользователям:</b></p> <p><b>1.</b> – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе.</p> <p><b>2.</b> – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.</p>
3.	Математика	<a href="http://www.mathematics.ru">www.mathematics.ru</a>	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	<a href="http://www.edu.ru">www.edu.ru</a>	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	<a href="http://elib.dgu.ru">http://elib.dgu.ru</a> , <a href="http://edu.icc.dgu.ru">http://edu.icc.dgu.ru</a>	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	<a href="http://www.mathnet.ru">www.mathnet.ru</a>	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

### ЛЕКЦИОННЫЕ ЗАНЯТИЯ

Дисциплина «Теория чисел» является очень важной дисциплиной изучаемой будущими бакалаврами. Специфика дисциплины состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
- 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
- 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
- 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
- 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
- 6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

- а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
- б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
- в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

Учебная программа по теории чисел распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений); соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Основная цель: ознакомление с общими методами развития у студентов необходимых прочных навыков в этой области. Также студенту необходимо применять практически теоретический курс. Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачета.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений. После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы. Особое внимание рекомендуется обратить на усвоение основных понятий, методов и примеров, доказательства утверждений.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Самостоятельная работа должна носить систематический характер, быть интересной и привлекательной для студента.

Результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем и учитываются при аттестации студента (зачет). При этом проводятся: тестирование, экспресс-опрос на семинарских и практических занятиях, заслушивание докладов, проверка письменных работ и т. д.

#### **Методические рекомендации**

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. - Изд. 12-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2009. - 176 с.
2. Бухштаб А.А.. Теория чисел.- Изд. 3-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2008 - 383Сизый С.В. Лекции по теории - М. : Физматлит, 2008. - 190.
3. Рагимханов В.Р. Некоторые функции теории чисел. Учебное пособие. – Махачкала, 2001. – 34 с.

Решать задачи и упражнения из задачников

1. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел- СПб.: Лань, 2008. - 222

Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросы для самопроверки

Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по теории чисел рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.