

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Теория сплайнов и их приложения**

Кафедра математического анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки  
Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений

Махачкала, 2021

Рабочая программа дисциплины *Теория слайдов и их приложения* составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата) от 10.01.2018 № 9.

Разработчик: кафедра математического анализа,  
Ризаев М.К. к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа  
от 22 июня 2021 г., протокол № 10.

Зав. кафедрой А. Рамазанов Рамазанов А.-Р.К.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук  
от 23 июня 2021 г., протокол № 6.

Председатель В. Д. Бейбалаев Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением

« 1 » июль 2021 г. М

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Теория сплайнов и их приложения* входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений бакалавриата по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с изучением различных видов сплайн-функций и их основных свойств, с освоением приложений сплайн-функций к решению дифференциальных уравнений и задач изогометрической аппроксимации.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
*универсальных – УК-1,*  
*общепрофессиональных – ОПК-1,*  
*профессиональных - ПК-1.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета*.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия на очном отделении							СРС	Форма промежуточной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
		Всего	из них						
			Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Консультации			
4	108	52	26	-	26	-	-	56	зачет

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *Теория сплайнов и их приложения* являются:  
-- овладение понятиями: сплайн-функция, полиномиальный сплайн, рациональный сплайн, локальный сплайн, глобальный сплайн;

-- творческое овладение основными методами теории сплайн-функций, в частности, для создания базы последующим курсам.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *Б1.В.03 Теория сплайнов и их приложения* входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений бакалавриата по направлению *01.03.02 Прикладная математика и информатика*.

Знания по этой дисциплине студентам необходимы для более глубокого овладения численными методами математического анализа, а также при прохождении курсов дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, численных методов, методов оптимизации и др.

Изучение дисциплины *Теория сплайнов и их приложения* предполагает знание основ математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения
УК-1.Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	<i>Знает:</i> структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. <i>Умеет:</i> анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.
	УК-1.2.Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.
	УК-1.3.Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.	<i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. <i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-

		<p>образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>
<p>ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p> <p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием различных методов из области математических и физических наук.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Умеет:</i> применять различные методы современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками применения методов современной математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p>

	ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<p><i>Знает:</i> различные методы современной математики по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современной математики.</p>
ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Обладает умением сбора и обработки данных, полученных в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	<p><i>Знает:</i> основы теории сплайнов и различные приложения сплайн-функций в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии.</p> <p><i>Умеет:</i> применять методы сплайн-функций для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами теории сплайнов; навыками программирования на современных языках.</p>
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	<p><i>Знает:</i> области применения сплайн-функций; различные языки программирования.</p> <p><i>Умеет:</i> находить приближенные решения дифференциальных уравнений с помощью сплайн-функций; решать задачи на формосохраняющие интерполяции функций сплайнами и аппроксимации функций посредством сплайн-функций; применять различные языки программирования в численном анализе.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками приложения численных методов с применением сплайн-функций к решению естественнонаучных задач.</p>
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в прикладной математике и информатике.	<p><i>Знает:</i> методы приближенного решения дифференциальных уравнений; численные методы анализа; современные информационные технологии.</p> <p><i>Умеет:</i> применять методы сплайн-функций в численном анализе с использованием современных информационных технологий.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов сплайн-функций.</p>

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

## 4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по модулям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	лабор. занятия	практ. занятия	Контр. сам. раб.		
<i>Четвертый семестр</i>								
<b>Модуль 1. Структура и аппроксимативные свойства сплайн-функций</b>								
1. Понятие о сплайн-функциях.			2		2		2	
2. Полиномиальные сплайны.			4		4		4	
3. Рациональные сплайн-функции.			4		4		4	
4. Сплайн-функции многих переменных.			2		2		2	
<i>Всего по модулю 1</i>	4		12		12		12	Контрольная работа, коллоквиум
<b>Модуль 2. Сплайн-решения дифференциальных уравнений</b>								
1. Понятие о разностных схемах.			4		4		10	
2. Методы сплайн-решений дифференциальных уравнений.			4		4		10	
<i>Всего по модулю 2</i>	4		8		8		20	Контрольная работа, коллоквиум
<b>Модуль 3. Формосохраняющие сплайн-интерполяции</b>								
1. Выпуклая сплайн-интерполяция.			4		4		12	
2. Сглаживающие сплайны.			2		2		12	
<i>Всего по модулю 3</i>	4		6		6		24	Контрольная работа, коллоквиум
<i>Промежуточная аттестация</i>								
Зачет								зачет
<b>ИТОГО за семестр</b>	4		26		26		56	зачет

## 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### Модуль 1. Структура и аппроксимативные свойства сплайн-функций

Тема 1. Понятие о сплайн-функциях.

Сплайн-функции, фрагменты, гладкость. Интерполяционные сплайны. Глобальные и локальные сплайны. Построение линейных сплайнов.

Тема 2. Полиномиальные сплайны.

Методы построения локальных сплайнов.

Вопросы существования и построения глобальных полиномиальных сплайнов.

Матричный метод построения глобальных сплайнов.  
Вопросы существования глобальных полиномиальных сплайнов.  
Оценки скорости сходимости сплайн-аппроксимаций.  
Постановка задачи безусловной сходимости.  
Тема 3. Рациональные сплайн-функции.  
Вопросы существования рациональных интерполяционных сплайн-функций.  
Оценки скорости сходимости в зависимости от гладкости приближаемой функции.  
Тема 4. Сплайн-функции многих переменных.

### **Модуль 2. Сплайн-решения дифференциальных уравнений**

Тема 5. Понятие о разностных схемах.  
Численное дифференцирование. Разностная схема краевой (или начальной) задачи.  
Понятие аппроксимации, устойчивости и сходимости разностных схем.

Тема 6. Методы сплайн-решений дифференциальных уравнений.  
Понятие о методе сплайн-коллокации.  
Некоторые другие методы решения начальной и краевых задач при помощи сплайнов. Метод аппроксимации сплайнами точного решения дифференциальной задачи.  
Вопросы сходимости сплайн-решений.

### **Модуль 3. Формосохраняющие сплайн-интерполяции**

Тема 7. Выпуклая сплайн-интерполяция.  
Выпуклая интерполяция полиномиальными сплайнами. Трудности ковыпуклой интерполяции классическими сплайнами. Применение обобщенных сплайн-функций для ковыпуклой интерполяции данных.  
Тема 8. Сглаживающие сплайны.  
Экстремальные свойства классических сплайнов. Понятие о сглаживающих сплайнах.

#### ***4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине***

### **Модуль 1. Структура и аппроксимативные свойства сплайн-функций**

Тема 1. Понятие о сплайн-функциях.  
Интерполяционные сплайны. Глобальные и локальные сплайны.  
Построение линейных сплайнов.  
Тема 2. Полиномиальные сплайны.  
Методы построения локальных сплайнов.  
Матричный метод построения глобальных сплайнов.  
Оценки скорости сходимости сплайн-аппроксимаций.  
Тема 3. Рациональные сплайн-функции.  
Построение рациональных интерполяционных сплайн-функций.  
Оценки скорости сходимости в зависимости от гладкости приближаемой функции.  
Тема 4. Сплайн-функции многих переменных.  
Построение простейших сплайн-функций многих переменных.

### **Модуль 2. Сплайн-решения дифференциальных уравнений**

Тема 5. Понятие о разностных схемах.  
Численное дифференцирование. Разностные аппроксимации производных различных порядков.  
Разностная схема краевой (или начальной) задачи.  
Тема 6. Методы сплайн-решений дифференциальных уравнений.  
Понятие о методе сплайн-коллокации.  
Некоторые другие методы решения начальной и краевых задач при помощи сплайнов.

Вопросы сходимости сплайн-решений.

### Модуль 3. Формосохраняющие сплайн-интерполяции

Тема 7. Выпуклая сплайн-интерполяция.

Выпуклая интерполяция полиномиальными сплайнами.

Применение обобщенных сплайн-функций для ковыпуклой интерполяции данных.

Тема 8. Сглаживающие сплайны.

Применение сплайн-функций для сглаживания экспериментальных данных.

### 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины *Теория сплайнов и их приложения* лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами.

В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

### 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

*Учебно-методические пособия для самостоятельной работы:*

1. Малоземов В.Н., Певный А.Б. Полиномиальные сплайны. Л.: Изд-во ЛГУ, 1986. 120 с.

*Задания для самостоятельной работы:*

1. Построить кубический полином  $P(x)$  такой, что в точках 0,  $1/3$ ,  $2/3$ , 1 он принимает соответственно значения 1, 0, 0, 0. Эти значения можно взять также в качестве значений функции  $f(x)$ , равной  $-3x + 1$  при  $x \in [0, 1/3]$  и равной нулю при  $x \in [1/3, 1]$ .

Сравните значения производных интерполяционного полинома  $P(x)$  и функции  $f(x)$  в различных точках отрезка  $[0, 1]$ .

2. Построить кубический сплайн  $S(x)$  такой, что выполняются следующие условия:

1) на отрезке  $[0, 1]$  сплайн  $S(x)$  имеет непрерывные производные до второго порядка включительно;

2) в точках 0,  $1/4$ ,  $1/2$ ,  $3/4$ , 1 значения сплайна  $S(x)$  совпадают со значениями функции  $\sqrt{x}$ .

<i>Разделы и темы для самостоятельного изучения</i>	<i>Виды и содержание самостоятельной работы</i>
<b>Модуль 1. Структура и аппроксимативные свойства сплайн-функций</b>	
1. Понятие о сплайн-функциях.	Рефераты: 1. Интерполяционные полиномы Лагранжа. 2. Интерполяционные полиномы Эрмита.
2. Полиномиальные сплайны.	Рефераты: 1. Эрмитовы сплайны.
3. Рациональные сплайн-функции.	Рефераты: 1. Интерполяция рациональными функциями.
4. Сплайн-функции многих	Рефераты:

переменных.	1. Базисные сплайны.
<b>Модуль 2. Сплайн-решения дифференциальных уравнений</b>	
1. Понятие о разностных схемах.	Решение задач и упражнений на оценку погрешности численного дифференцирования.
2. Метод сплайн-коллокации.	Рефераты: 1. Численное решение уравнения Рикатти.
<b>Модуль 3. Формосохраняющие сплайн-интерполяции</b>	
1. Выпуклая сплайн-интерполяция.	Реферат: Выпуклая интерполяция параболическими сплайнами.
2. Сглаживающие сплайны.	Реферат: Построение сглаживающих сплайнов.

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

### 7.1. Типовые контрольные задания

*Примерные вопросы к коллоквиуму «Структура и аппроксимативные свойства сплайн-функций»*

1. Сплайн-функции, фрагменты, гладкость.
2. Интерполяционные сплайны.
3. Глобальные и локальные сплайны.
4. Сплайн-функции многих переменных.
5. Линейные, параболические и кубические сплайны.
6. Существование и единственность рациональных интерполяционных сплайн-функций.
7. Понятие о явлении Гиббса.

*Примерные вопросы к коллоквиуму «Сплайн-решения дифференциальных уравнений»*

1. Понятие численного дифференцирования.
2. Разностные аппроксимации производных различных порядков.
3. Понятие о методе сплайн-коллокации. Применение разных фрагментов.
4. Вопросы аппроксимации, устойчивости и сходимости сплайн-решений.

*Примерные вопросы к коллоквиуму «Формосохраняющие сплайн-интерполяции»*

1. Выпуклая интерполяция полиномиальными сплайнами.
2. Применение обобщенных сплайн-функций для ковыпуклой интерполяции данных.
3. Экстремальные свойства классических сплайнов.
4. Применение сплайн-функций для сглаживания экспериментальных данных.

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (зачет) - 100 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

*а) основная литература:*

1. Алберг Дж., Нилсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М.: Мир, 1972. 319 с.
2. Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплаины в вычислительной математике. М.: Наука, 1976. 248 с.
3. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980. 352 с.

*б) дополнительная литература:*

1. Гребенников А. И. Метод сплайнов и решение некорректных задач теории приближений. М.: Изд-во МГУ, 1983. 208 с.
2. Корнейчук Н.П. Сплаины в теории приближения. М.: Наука, 1984. 352с.
3. Квасов Б.И. Методы изогометрической аппроксимации сплайнами. М.: Физматлит, 2006. 360 с.

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: [http://moodle.dgu.ru/\(\)](http://moodle.dgu.ru/).

**10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по дисциплине *Теория сплайнов и их приложения* распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачета.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине *Теория сплайнов и их приложения* рекомендуются:

- компьютерные технологии, основанные на операционных системах *Windows, Ubuntu, Linux*;
- прикладные программы *Matlab International Academic Edition Individual, Mathcad Academic*;
- электронный периодический справочник «*Система Гарант*»;
- справочная правовая система «*КонсультантПлюс*».

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой оборудованных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины *Теория сплайнов и их приложения*. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.