

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа:

**03.03.02 Физика**

Профиль подготовки:

*Медицинская физика*

Уровень высшего образования:

*бакалавриат*

Форма обучения:

*Очная*

Статус дисциплины:

*базовая*

Махачкала – 2020


Рабочая программа дисциплины «**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**» составлена в 2020 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 физика (уровень бакалавриат) от 07.08.2014 № 937

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2020 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.  
(подпись)

на заседании Методической комиссии физического факультета от «28» июня 2020г., протокол № 10.

Председатель  Мурлиева Ж.Х.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением

«29» июня 2020г.  Гасангаджиєва А.Г.

### Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина **«Аналитическая геометрия и линейная алгебра»** входит в базовую часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению **03.03.02 – Физика**.

Дисциплина реализуется на физическом факультете кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);
- способностью использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке) (ОПК-1);
- способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК-2).

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в 144 академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе:								
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
		всего	из них						
Лекции	Лабораторные занятия		Практические занятия	КСР	консультации	экзамен			
2	144	50	18	-	32	-	-	58	экзамен

### 1. Цели освоения дисциплины.

**Целями** освоения дисциплины аналитической геометрии и линейной алгебры является изучение студентами пространственных объектов (точки, прямые, плоскости, фигуры, тела и т.д.) с помощью метода координат, используя аппарат алгебры, а также изучение линейных пространств, линейных отображений, линейных, билинейных и квадратичных форм, теории матриц, систем линейных уравнений, вычисление определителей, теории многочленов, нахождение собственных векторов и собственных значений, канонический вид матриц, и еще студенты должны усвоить понятия, относящиеся к кривым и поверхностям 2-го порядка.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата, по направлению **03.03.02 – Физика**.

Аналитическая геометрия и линейная алгебра является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы аналитической геометрии и линейной алгебры находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплина вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного является фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Код	Формулировка компетенции из	Планируемые результаты обучения
-----	-----------------------------	---------------------------------

компетенции из ФГОС ВО	ФГОС ВПО	
ОК-7	способностью к самоорганизации и самообразованию	Умение использовать электронные и твердые носители в процессе самообразования
ОПК-1	способностью использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке)	Владеть основными приемами аналитической геометрии и линейной алгебре при математическом моделировании физических задач, возникающих на практике
ОПК-2	Способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	Владеть основными приемами применения аналитической геометрии и линейной алгебре к физическим задачам

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Сем.	Всего	Виды учебной работы, включая сам.раб. студ-в и трудоемк. (в час.)			Экзамен	Формы текущ.контр. успеv-ти. Форма промежут. аттестации
				лек.	пр. зан.	сам. раб.		
	<b>Модуль I.</b> Простейшие задачи аналитич. геометрии. Векторы. Матрицы и определители. Система линейных уравнений.	2						
	Раздел 1. Простейшие задачи аналитической геометрии. Векторы. Матрицы и определители. Система линейных уравнений.	2	<b>36</b>	6	12	18		контр.р.
1	Векторы. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов и их приложения.			2	4	6		контр.р.
2	Матрицы и определители.			2	4	6		контр.р.

	Действия над ними, свойства.							
3	Система линейных уравнений. Метод Гаусса. Правило Крамера.			2	2	4		контр.р.
4	Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.				2	2		контр.р.
	<b>Модуль II.</b> Прямая и плоскость. Кривые второго порядка.	2						
	Раздел 2. Прямая и плоскость. Кривые второго порядка.	2	<b>36</b>	6	10	20		контр.р.
5	Уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.			2	2	5		контр.р.
6	Уравнение плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до прямой.			2	2	5		контр.р.
7	Эллипс, гипербола, парабола и их свойства.			2	2	5		контр.р.
8	Приведение к каноническому виду кривых 2-го порядка.				4	5		контр.р.
	<b>Модуль III.</b> Многочлены и комплексные числа. Квадратичные формы.	2						контр.р.р коллокви.
	Раздел 3. Многочлены и комплексные числа. Квадратичные формы. Поверхности 2-го порядка.	2	<b>36</b>	6	10	20		коллокви.
9	Алгоритм Евклида. Схема Горнера. Теорема Безу.			2	2	5		контр.р.
10	Комплексные числа и действия над ними. Формула Муавра.			2	2	5		контр.р.
11	Квадратичные формы. Канонический вид. Метод Лагранжа. Критерий Сильвестра.			2	2	5		контр.р.
12	Поверхности 2-го порядка и их классификация.				4	5		контр.р.
	Итоговый контроль	2						
	Подготовка к экзамену	2					36	<b>экзамен</b>
	<b>ИТОГО</b>		<b>144</b>	<b>18</b>	<b>32</b>	<b>58</b>	<b>36</b>	

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

##### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

**Модуль I. Простейшие задачи аналитической геометрии. Векторы. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.**

Тема 1. Введение: предмет и задачи аналитической геометрии. Аффинная система координат в  $E_2$  и  $E_3$ . Прямоугольная декартова система координат как частный случай общей аффинной системы координат.

Простейшие задачи аналитической геометрии: 1) расстояние между точками; 2) деление отрезка в данном отношении; 3) площадь треугольника.

Полярная система координат на плоскости, цилиндрическая и сферическая системы координат и связь с декартовой прямоугольной.

Тема 2. Векторы. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Понятие линейной зависимости векторов. Базис. Теорема о единственности разложения вектора по данному базису. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Двойное векторное произведение векторов.

Тема 3. Матрицы и действия над ними, свойства. Определители 2-го и 3-го,  $n$ -го порядка. Определитель треугольной матрицы и матрицы Вандермонда. Обратная матрица.

Тема 4. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса и правило Крамера. Однородные системы. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

### **Модуль II. Прямая и плоскость. Кривые 2-го порядка.**

Тема 1. Прямая линия на плоскости. Каноническое и параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение прямой и его исследование. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой “в отрезках”. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Нормальное уравнение плоскости и приведение общего уравнения к нормальному виду. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Пучок прямых.

Тема 2. Плоскость. Уравнение плоскости проходящей через данную точку. Общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения плоскости. Параметрические уравнения плоскости. Уравнение плоскости проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости “в отрезках”. Условия параллельности, перпендикулярности и совпадения двух плоскостей. Нормальное уравнение плоскости и приведение общего уравнения к нормальному виду. Расстояние от точки до плоскости. Пучок плоскостей. Связка плоскостей. Каноническое и параметрические уравнения прямой в  $E_3$ . Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в  $E_3$ . Прямая и плоскость в  $E_3$ . Точка пересечения прямой и плоскости. Условия параллельности, перпендикулярности и принадлежности прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой в  $E_3$ . Расстояние между двумя прямыми в  $E_3$ .

Тема 3. Окружность. Эллипс, вывод канонического уравнения. Эксцентриситет и директрисы эллипса. Выражение фокальных радиусов через эксцентриситет. Касательная к эллипсу. Оптическое свойство эллипса.

Гипербола. Вывод канонического уравнения. Асимптоты гиперболы. Выражение фокальных радиусов гиперболы через эксцентриситет. Оптическое свойство гиперболы.

Парабола. Вывод канонического уравнения. Касательная к параболе. Оптическое свойство параболы. Уравнения диаметров эллипса, гиперболы и параболы.

Преобразование системы координат на плоскости. Преобразование параллельного переноса и поворот системы вокруг начала координат.

### **Модуль III. Многочлены и комплексные числа. Квадратичные формы. Поверхности 2-го порядка.**

Тема 1. Многочлены и действия над ними. Деление с остатком. НОД, алгоритм Евклида. Теорема Безу и схема Горнера. Формулы Виета, формула Лагранжа. Разложение на линейные множители правильной рациональной дроби. Симметрические многочлены. Степенные суммы.

Тема 2. Линейные преобразования неизвестных. Квадратичная форма и ее ранг. Канонический и нормальный вид. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду. Знакоопределенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

*Тема 3.* Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Поверхности вращения. Трехосный эллипсоид. Однополостный гиперboloид, двухполостный гиперboloид. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Цилиндрические поверхности. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида.

#### **4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине.**

Занятие 1. Прямоугольные и аффинные координаты точек на плоскости. Расстояние между двумя точками на плоскости.

Занятие 2. Деление отрезка в данном отношении. Площадь треугольника.

Занятие 3. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.

Занятие 4. Векторы. Действия над векторами. Скалярное произведение векторов.

Занятие 5. Векторное произведение, смешанное произведение векторов.

Занятие 6. Прямая линия на плоскости.

Занятие 7. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. Расстояние между прямыми.

Занятие 8. Плоскость. Составление уравнения плоскости по различным её заданиям. Пучок плоскостей.

Занятие 9. Уравнение прямой в пространстве.

Занятие 10. Пучок прямых. Расстояние от точки до прямой в пространстве.

Занятие 11. Канонические уравнения эллипса.

Занятие 12. Канонические уравнения гиперболы и параболы.

Занятие 13. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Занятие 14. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.

Занятие 15. Центр линии второго порядка. Диаметры кривой второго порядка.

Занятие 16. Асимптоты кривой второго порядка. Касательные к линии второго порядка.

Занятие 17. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Поверхности вращения. Трехосный эллипсоид. Однополостный гиперboloид, двухполостный гиперboloид.

Занятие 18. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Цилиндрические поверхности. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида .

Занятие 19. Матрицы и действия над ними, свойства. Определители 2-го и 3-го, n-го порядка. Определитель треугольной матрицы и матрицы Вандермонда. Обратная матрица.

Занятие 20. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса и правило Крамера. Однородные системы. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

Занятие 21. Многочлены и действия над ними. Деление с остатком. НОД, алгоритм Евклида. Теорема Безу и схема Горнера.

Занятие 22. Формулы Виета, формула Лагранжа. Разложение на линейные множители правильной рациональной дроби. Симметрические многочлены. Степенные суммы.

Занятие 23. Линейные преобразования неизвестных. Квадратичная форма и ее ранг. Канонический и нормальный вид. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду. Знакоопределенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

### 5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

### 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к экзамену.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы	Литература
<b>Раздел 1. Простейшие задачи аналитической геометрии. Векторы . Прямая и плоскость. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.</b>		
Тема 1. Задачи аналитической геометрии.	Доклады на тему: 1. Классические теоремы планиметрии. 2. Угол, расстояние, площадь.	[1], [7]
Тема 2. Векторы и их свойства.	Доклады на тему: 1. Объемы тел.	[3], [6]
Тема 3. Прямая и плоскость.	Доклады на тему: 1. Угол между прямой и плоскостью, между прямыми, между плоскостями.	[2], [4]
Тема 4. Матрицы и определители.	Доклад на тему: 1. Методы вычисления определителей n-го порядка.	[4], [6]
<b>Раздел 2. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.</b>		
Тема 1. Кривые второго порядка.	Доклады на тему: 1. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду. 2. Исследование общего уравнения кривых второго порядка.	[2], [7]
Тема 2. Поверхности второго порядка.	Доклады на тему:	



	1.Приведение поверхностей второго порядка к каноническому виду. 2. Исследование поверхностей второго порядка.	[2], [6]
Тема 3.Сечения поверхностей второго порядка.	Доклады на тему: 1.Конические сечения. 2.Образующие поверхностей второго порядка.	[5], [7]
<b>Раздел 3. Многочлены и комплексные числа. Квадратичные формы.</b>	Доклад на тему: 1.Комплексные числа и их приложения. 2.Канонический вид квадратичной формы.	[4], [5], [6]

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура оценивания
ОК-7	способностью к самоорганизации и самообразованию	Умение использовать электронные и твердые носители в процессе самообразования по аналитической геометрии и линейной алгебре	Устный опрос
ОПК-1	способностью использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, экологии, наук о земле и человеке)	Владеть основными приемами аналитической геометрии и линейной алгебре при математическом моделировании физических задач, возникающих на практике	коллоквиум
ОПК-2	Способностью использовать в профессиональной деятельности базовые	Владеть основными приемами применения аналитической геометрии и линейной алгебре к	Устный опрос

	знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	физическим задачам	
--	--	--------------------	--

## 7.2. Типовые контрольные задания

### Контрольно-измерительные материалы

*Варианты контрольных работ по аналитической геометрии.*

*1 вариант.*

- 1) В треугольнике  $ABC$  даны длины его сторон  $BC = 5$ ,  $CA = 6$ ,  $AB = 7$ . Найдите скалярное произведение векторов  $\overline{AB}$  и  $\overline{BC}$ .
- 2) Даны два вектора:  $\overline{a} = \{11, 10, 2\}$  и  $\overline{b} = \{4, 0, 3\}$ . Найти вектор  $\overline{c}$  длины 1, перпендикулярный к векторам  $\overline{a}$  и  $\overline{b}$  и направленный так, чтобы упорядоченная тройка векторов  $\overline{a}$ ,  $\overline{b}$ ,  $\overline{c}$  имела положительную ориентацию.
- 3) Даны уравнения  $3x-2y+1=0$ ,  $x-y+1=0$  двух сторон треугольника и уравнение  $2x-y-1=0$  медианы, выходящей из вершины, не лежащей на первой стороне. Составить уравнение третьей стороны треугольника.
- 4) Составить уравнение плоскости, проходящей через ось  $Oy$  и равноудалённой от точек  $(2, 7, 3)$  и  $(-1, 1, 0)$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a = (1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0,.$$

*2 вариант*

- 1) Две вершины треугольника находятся в точках  $A(5, 1)$  и  $B(-2, 2)$ , третья вершина – на оси  $Ox$ . Зная, что площадь треугольника равна 10, найти третью вершину.
- 2) Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A' B' C' D'$ , зная его вершину  $A(1, 2, 3)$  и концы выходящих из неё рёбер  $B(9, 6, 4)$ ,  $D(3, 0, 4)$ ,  $A'(5, 2, 6)$ .
- 3) Через точку  $(2, -1)$  провести прямую, отрезок которой, заключённый между осями координат, делился бы в данной точке пополам.
- 4) Найти объём тетраэдра, образованного плоскостями координат и плоскостью, проходящей через точку  $(3, 5, -7)$  и отсекающей на осях координат равные отрезки.
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .

- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a = (1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$29x^2 - 24xy + 36y^2 + 82x - 96y - 91 = 0.$$

3 вариант

- 1) Найти длину вектора  $\vec{a} = 3\vec{m} - 4\vec{n}$ , зная, что  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$  – взаимно перпендикулярные единичные векторы.
- 2) Вычислить площадь треугольника, вершины которого находятся в точках  $A(-1, 0, -1)$ ,  $B(0, 2, -3)$ ,  $C(4, 4, 1)$ .
- 3) Найти точку, симметричную точке  $M(-2, 9)$  относительно прямой  $2x - 3y + 18 = 0$ .
- 4) Составить уравнение плоскости, отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  отрезки, соответственно равные 5 и  $-7$ , и проходящей через точку  $(1, 1, 2)$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a = (1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0.$$

4 вариант

- 1) Определить внутренние углы треугольника с вершинами  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(3, 0, 4)$ ,  $C(2, 1, 3)$ .
- 2) Даны вершины тетраэдра:  $A(2, 3, 1)$ ,  $B(4, 1, -2)$ ,  $C(6, 3, 7)$ ,  $D(-5, -4, 8)$ . Найти длину его высоты, опущенной из вершины  $D$ .
- 3) Даны две прямые  $3x+4y-2=0$ ,  $5x-12y-4=0$  и точка  $(1, 1)$ . Внутри угла, образованного данными прямыми и содержащего данную точку, найти такую точку, чтобы её расстояния до данных прямых были равны соответственно 3 и 1.
- 4) Даны вершины тетраэдра:  $A(2, 1, 0)$ ,  $B(1, 3, 5)$ ,  $C(6, 3, 4)$ ,  $D(0, -7, 8)$ . Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую  $AB$  и равноудалённой от вершин  $C$  и  $D$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a = (1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$9x^2 + 24xy + 16y^2 - 18x + 226y + 209 = 0.$$

5 вариант

- 1) Вычислить объём тетраэдра, вершины которого находятся в точках:  $A(1, -1, 1)$ ,  $B(4, 1, -2)$ ,  $C(6, 3, 7)$ .
- 2) Даны вершины треугольника  $ABC$ :  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(5, -6, 2)$ ,  $C(1, 3, -1)$ . Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AC$ .
- 3) Дано уравнение стороны ромба  $x+3y-8=0$  и уравнение его диагонали  $2x+y+4=0$ . Написать уравнения остальных сторон ромба, зная, что точка  $(-9, -1)$  лежит на стороне, параллельной данной.
- 4) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $(1, 2, 3)$ , параллельной прямой  $x=y=z$  и отсекающей на осях  $Ox$  и  $Oy$  равные отрезки.

- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a = (1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$9x^2 + 24xy + 16y^2 - 230x + 110y - 475 = 0.$$

6 вариант

- 1) Даны две соседние вершины квадрата  $A(-3,2)$  и  $B(2,4)$ . Найти две другие вершины.
- 2) Вычислить скалярное произведение  $(\vec{a}, \vec{b})$ , если  $\vec{a} = 3\vec{p} - 2\vec{q}$ ,  $\vec{b} = \vec{p} + 4\vec{q}$ , где  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  – единичные взаимно перпендикулярные векторы.
- 3) Дано уравнение  $x-2y+7=0$  стороны треугольника и уравнения  $x+y-5=0$ ,  $2x+y-11=0$  медиан, выходящих из вершин треугольника, лежащих на данной прямой. Составить уравнения двух других сторон треугольника.
- 4) Доказать, что плоскость  $3x-4y-2z+5=0$  пересекает отрезок, ограниченный точками  $M_1(3, -2, 1)$  и  $M_2(-2, 5, 2)$ .
- 5) В пучке, определяемом плоскостями  $2x+y-3z=0$  и  $5x+5y-4z+3=0$ , найти две перпендикулярные друг другу плоскости, из которых одна проходит через точку  $M_0(4, -3, 1)$ .
- 6) Привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, сделать эскиз. Найти координаты центра в первоначальной системе координат. Написать уравнения асимптот (если есть). Написать уравнения диаметра, параллельного вектору  $a = (1, 2)$  и диаметра, ему сопряжённого. Найти уравнение касательной, проходящей, через точку  $M(-1, 1)$ .

$$14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0.$$

### Тесты по аналитической геометрии

#### Тест 1. Системы координат.

-1)	Даны три последовательных вершины параллелограмма $A(-2;1)$ , $B(1;3)$ , $C(4;0)$ . Найти четвертую его вершину. 1) (1;-2) 2) (2;4) 3) (1;0) 4) (-2;-3) 5) (1;3)
-5)	Найти расстояние между двумя точками $A(4;3)$ и $B(7;7)$ . 1) 3 2) 2 3) 8 4) 6 5) 5
-2)	На оси $Oy$ найти точку, равноудаленную от точки $M(-8;-4)$ и от начала координат. 1) (1;1) 2) (0;-10) 3) (10;0) 4) (0;-3) 5) (2;-4)
-3)	Дан треугольник $ABC$ : $A(2;-3)$ , $B(1;3)$ , $C(5;-1)$ . Найти точку $M(x;y)$ , симметричную вершине $A$ относительно стороны $BC$ . 1) (1;-1) 2) (2;4) 3) (7;2) 4) (0;0) 5) (-3;-10)
-1)	Найти центр окружности, проходящей через точку $A(-4;2)$ и касающейся оси $Ox$ в точке $B(2;0)$ . 1) (2;10) 2) (2;-8) 3) (4;8) 4) (-4;10) 5) (0;0)
-4)	Найти координаты точки $M$ , делящей отрезок $M_1M_2$ в отношении $\lambda=2$ , если $M_1(2;3)$ и $M_2(-5;1)$ . 1) (1;1) 2) $\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$ 3) $\left(\frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right)$ 4) $\left(-\frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$ 5) $\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$
-3)	Один из концов отрезка $AB$ находится в точке $A(2;3)$ , его серединой служит точка

	<p><math>M(1;-2)</math>. Найти другой конец <math>B</math> отрезка. 1) (6;0) 2) (0;6) 3) (0;-7) 4) (7;7) 5) (-1;-3)</p>
-2)	<p>Найти середину отрезка <math>M_1M_2</math>, если <math>M_1(2;3)</math>, <math>M_2(-4;7)</math>. 1) (1;1) 2) (-1;2) 3) (0;2) 4) (5;5) 5) (3;1)</p>
-4)	<p>Дан треугольник <math>ABC</math>: <math>A(5;-4)</math>, <math>B(-1;2)</math>, <math>C(5;2)</math>. Найти длину медианы <math>AD</math>. 1) 3 2) 5 3) 7 4) <math>\sqrt{45}</math> 5) <math>\sqrt{55}</math></p>
-3)	<p>Вычислить площадь треугольника, вершинами которого служат точки <math>A(2;4)</math>, <math>B(9;4)</math>, <math>C(7;6)</math>. 1) 5 2) 3 3) 7 4) 9 5) 4</p>
-4)	<p>Две вершины треугольника находятся в точках <math>A(5;1)</math> и <math>B(-2;2)</math>, третья вершина <math>C</math> – на оси <math>Ox</math>. Зная, что площадь треугольника равна 10, найти третью вершину. 1) (-8;0) 2) (32;0) 3) (8;0),(32;0) 4) (-8;0),(32;0) 5) (12;0)</p>
-1)	<p>Найти полярные координаты точки, симметричной точке <math>A\left(1; \frac{\pi}{4}\right)</math> относительно полюса. 1) <math>\left(1; \frac{5\pi}{4}\right)</math> 2) <math>\left(1; \frac{3\pi}{4}\right)</math> 3) <math>\left(-1; \frac{5\pi}{4}\right)</math> 4) <math>\left(1; \frac{7\pi}{4}\right)</math> 5) <math>\left(1; -\frac{\pi}{4}\right)</math></p>
-2)	<p>Вычислить полярные координаты середины отрезка <math>AB</math>, если <math>A\left(8; \frac{\pi}{2}\right)</math> и <math>B(8;0)</math>. 1) <math>\left(1; \frac{3\pi}{4}\right)</math> 2) <math>\left(4\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}\right)</math> 3) <math>\left(1; \frac{3\pi}{4}\right)</math> 4) <math>\left(3\sqrt{3}; \frac{7\pi}{4}\right)</math> 5) <math>\left(8\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}\right)</math></p>
-3)	<p>Найти прямоугольные координаты точки, заданной в полярной системе координат: <math>A\left(2; \frac{\pi}{3}\right)</math>, причем полярная ось совпадает с положительной полуосью оси абсцисс, а начало координат – с полюсом. 1) <math>(1; \sqrt{5})</math> 2) <math>(-\sqrt{2}; 4)</math> 3) <math>(1; \sqrt{3})</math> 4) <math>(3\sqrt{3}; 2)</math> 5) <math>(2; -5)</math></p>
-3)	<p>Зная прямоугольные координаты точки <math>A(-1;1)</math> найти ее полярные координаты. 1) <math>\left(1; \frac{\pi}{2}\right)</math> 2) <math>(-2;0)</math> 3) <math>\left(\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4}\right)</math> 4) <math>\left(3; \frac{\pi}{6}\right)</math> 5) <math>\left(2; \frac{11\pi}{6}\right)</math></p>
-5)	<p>Найти прямоугольные координаты точки <math>A\left(3; \frac{\pi}{2}; -2\right)</math>, заданной в цилиндрической системе координат. 1) (1;4;-3) 2) (2;5;0) 3) (-1;2;2) 4) (1;3;-2) 5) (3;0;-2)</p>
-5)	<p>Найти цилиндрические координаты точки <math>(\sqrt{3}; -1; -3)</math>, заданной в прямоугольной декартовой системе координат. 1) <math>\left(2; \frac{7\pi}{6}; -3\right)</math> 2) <math>\left(4; \frac{\pi}{2}; 3\right)</math> 3) <math>\left(1; \frac{5\pi}{4}; -3\right)</math> 4) <math>(1;0;-2)</math> 5) <math>\left(2; \frac{11\pi}{6}; -3\right)</math></p>
-3)	<p>Найти прямоугольные декартовы координаты точки <math>B\left(1; \frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)</math>, заданной в сферической системе координат. 1) (1;2;3) 2) (-2;3;-1) 3) (0;0;1) 4) (3;2;-1) 5) (1;5;-4)</p>
-4)	<p>Найти сферические координаты точки <math>A(-3, \sqrt{3}, -2)</math>, заданной в прямоугольной декартовой системе координат.</p>

	1) $\left(3; \frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ 2) $\left(1; \frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6}\right)$ 3) $\left(2; \frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right)$ 4) $\left(4; \frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}\right)$ 5) $\left(1; 0; \frac{\pi}{2}\right)$
-2)	Найти сферические координаты точки, симметричной точке $A\left(3, \frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{3}\right)$ относительно фокуса. 1) $\left(-3; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ 2) $\left(3; \frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$ 3) $\left(3; \frac{11\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$ 4) $\left(4; \frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}\right)$ 5) $\left(2; \frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}\right)$

**Тест 2. Прямая и плоскость.**

-3)	Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и через точку $(-1, -8)$ . 1) $x + y = 0$ 2) $2x + 4y - 3 = 0$ 3) $8x - y = 0$ 4) $x + 8y = 0$ 5) $8x + 8y - 3 = 0$
-1)	Дан треугольник $ABC$ : $A(-2, 3)$ , $B(4, 1)$ , $C(6, -5)$ . Написать уравнение медианы $AM$ . 1) $5x + 7y - 11 = 0$ 2) $3x + 2y - 4 = 0$ 3) $x + y = 0$ 4) $5x + 7y + 11 = 0$ 5) $5x + 5y - 11 = 0$
-4)	Определить площадь треугольника, заключенного между осями координат и прямой $x + 2y - 6 = 0$ . 1) 7 2) 4 3) 8 4) 9 5) 7
-5)	Через точку $M_0(7, 4)$ провести прямую, параллельную прямой $3x - 2y + 4 = 0$ . 1) $2x - 3y + 11 = 0$ 2) $2x - 2y + 13 = 0$ 3) $3x + 2y + 13 = 0$ 4) $2x + 3y + 15 = 0$ 5) $3x - 2y - 13 = 0$
-2)	Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(7, 4)$ перпендикулярно к прямой $3x - 2y + 4 = 0$ . 1) $x - 3y - 5 = 0$ 2) $2x + 3y - 26 = 0$ 3) $3x + 2y - 26 = 0$ 4) $2x + 5y - 3 = 0$ 5) $-x + 2y - 11 = 0$
-4)	Вычислить расстояние $d$ между параллельными прямыми: $3x - 4y - 10 = 0$ и $6x - 8y + 5 = 0$ . 1) 3 2) 4 3) 2 4) 2.5 5) 1.5
-1)	Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $7x - y + 3 = 0$ и $3x + 5y - 4 = 0$ и через точку $A(2, -1)$ . 1) $25x + 29y - 21 = 0$ 2) $x - 3y + 11 = 0$ 3) $23x + 28y - 31 = 0$ 4) $x + 3y - 14 = 0$ 5) $25x - 29y + 21 = 0$
-2)	Составить уравнение плоскости, проходящей через три данные точки: $M_1(2, 3, 1)$ , $M_2(3, 1, 4)$ , $M_3(2, 1, 5)$ . 1) $x + y - z + 3 = 0$ 2) $x + 2y + z - 9 = 0$ 3) $2x + 3y + z + 1 = 0$ 4) $x - y + 3z + 4 = 0$ 5) $x + y - z + 1 = 0$
-4)	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3, 5, -7)$ и отсекающей на осях координат равные отрезки. 1) $x + y - 3z + 11 = 0$ 2) $x + y + z + 10 = 0$ 3) $x + y + z - 5 = 0$ 4) $x + y + z - 10 = 0$ 5) $2x + 2y - 2z + 3 = 0$
-3)	Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2, -1, 3)$ и $M_2(3, 1, 2)$ параллельно вектору $\vec{a} = \{3, 1, -4\}$ . 1) $x + y + z = 0$ 2) $x + y - z = 0$ 3) $x - y - z = 0$ 4) $2x + 3y + z = 0$ 5) $x + 3y - 4z = 0$

-2)	Вычислить расстояние $d$ от точки $M_0(-2,-4,2)$ до плоскости, проходящей через три точки $M_1(1,-1,1)$ , $M_2(-2,1,3)$ и $M_3(4,-5,-2)$ . 1) 3 2) 4 3) 5 4) 8 5) 12
-5)	Написать уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через линию пересечения плоскостей $2x+5y-6z+1=0$ , $3y+2z+6=0$ . 1) $6x+9y+5z-3=0$ 2) $x+8y+5z+3=0$ 3) $6x-8y-5z+3=0$ 4) $x+9y+5z+11=0$ 5) $6x+9y-22z=0$
-2)	Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(2,3,1)$ и $M_2(4,6,9)$ . 1) $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 2) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 3) $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 4) $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+4}{3}$ 5) $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$
-1)	Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $2x-z=0$ , $x+y-z+5=0$ и перпендикулярной к плоскости $7x-y+4z-3=0$ . 1) $3x+5y-4z+25=0$ 2) $3x-4z+25=0$ 3) $3x-5y+4z+25=0$ 4) $x-y+3z+11=0$ 5) $3x-5y-4z+25=0$
-2)	Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(1,-1,3)$ параллельно вектору $\vec{a} = \{2,-3,4\}$ . 1) $\begin{cases} x = t + 1, \\ y = t - 1, \\ z = -4t + 3. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = -3t - 1, \\ z = 4t + 3. \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x = -2t + 1, \\ y = 3t - 1, \\ z = 3t + 3. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x = -t + 1, \\ y = -5t - 5, \\ z = 4t + 36 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x = -2t, \\ y = 3t + 5, \\ z = t - 1. \end{cases}$
-5)	Составить каноническое уравнение прямой, заданной как линия пересечения двух плоскостей: $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0, \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$ 1) $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{8}$ 2) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{8}$ 3) $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{5}$ 4) $\frac{x-5}{4} = \frac{y-5}{6} = \frac{z-4}{-3}$ 5) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{4}$
-1)	Из точки $M_0(3,-2,4)$ опустить перпендикуляр на плоскость $5x+3y-7z+1=0$ . 1) $\frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-7}$ 2) $\frac{x}{-1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ 3) $\frac{x-5}{-2} = \frac{y+5}{6} = \frac{z-5}{7}$ 4) $\frac{x-5}{-4} = \frac{y+4}{-6} = \frac{z-4}{-3}$ 5) $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+13}{1} = \frac{z-8}{4}$
-3)	Найти проекцию точки $M_0(1,2,-3)$ на плоскость $6x-y+3z-41=0$ . 1) (1;2;3) 2) (-2;3;-1) 3) (7;1;0) 4) (3;2;-1) 5) (1;5;-4)
-4)	Найти точку, симметричную точке $M_1(4,3,10)$ относительно прямой $l: \begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = 4t + 12, \\ z = 5t + 3. \end{cases}$ 1) (-1;5;4) 2) (7;-3;1) 3) (8;-1;5) 4) (2;9;6) 5) (0;-5;1)
-5)	Найти расстояние между параллельными прямыми: $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$ и $\frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}$ . 1) 6 2) 7 3) 2 4) 2 5) 3

**Тест 3. Теория кривых 2-го порядка.**

-4)	Составить каноническое уравнение эллипса, если полуоси $a=5, b=4$ . 1) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ 3) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ 4) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 5) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$
-2)	Составить каноническое уравнение эллипса, если расстояние между фокусами равно 8 и большая ось равна 10. 1) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ 2) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 3) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$ 4) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ 5) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$
-1)	Прямые $x=\pm 8$ служат директрисами эллипса, малая ось которого равна 8. Составить уравнение этого эллипса. 1) $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$
-3)	Составить каноническое уравнение эллипса, если малая ось его видна из фокуса под прямым углом, а фокусы находятся в точках $F_1(-3,0), F_2(3,0)$ . 1) $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{18} = 1$ 3) $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$ 5) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
-2)	Составить уравнения касательных к эллипсу $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ , проходящих через точку $N(10,4)$ . 1) $x + y - 3 = 0$ 2) $y = 4, 16x - 15y - 100 = 0$ 3) $3x + 4y - 12 = 0, 2x + 3y + 1 = 0$ 4) $x = 3, y = -4$ 5) $x + y - 1 = 0, x + y - 1 = 0$
-3)	Составить каноническое уравнение гиперболы, если действительная полуось $a=5$ , а мнимая $b=3$ . 1) $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$ 5) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$
-4)	Составить каноническое уравнение гиперболы, если расстояние между фокусами равно 10 и действительная ось равна 8. 1) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 2) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ 3) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$
-1)	Даны уравнения асимптот $y = \pm \frac{5}{12}x$ гиперболы и координаты точки $M(24,5)$ , лежащей на гиперболе. Составить каноническое уравнение гиперболы. 1) $\frac{x^2}{432} - \frac{y^2}{75} = 1$ 2) $\frac{x^2}{400} - \frac{y^2}{100} = 1$ 3) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{75} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{200} - \frac{y^2}{100} = 1$
-1)	Составить каноническое уравнение гиперболы, если расстояние между директрисами равно $\frac{32}{5}$ и эксцентриситет $e = \frac{5}{4}$ . 1) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 2) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ 3) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 4) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = 1$
-5)	Написать уравнения асимптот и уравнения директрис гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ . 1) $y = \pm \frac{8}{3}x, x = \pm \frac{19}{5}$ 2) $y = \pm \frac{5}{3}x, x = \pm \frac{8}{5}$ 3) $y = \frac{4}{3}x, x = \frac{9}{5}$ 4) $y = -\frac{4}{3}x, x = -\frac{9}{5}$



	5) $y = \pm \frac{4}{3}x, x = \pm \frac{9}{5}$
-2)	Дана гипербола $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ . Написать уравнение сопряженной гиперболы и вычислить ее эксцентриситет. 1) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1, e = \frac{3}{4}$ 2) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1, e = \frac{5}{4}$ 3) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{8} = 1, e = \frac{3}{2}$ 4) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1, e = \frac{3}{5}$ 5) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1, e = \frac{5}{3}$
-3)	Составить уравнение касательной к гиперболе $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ в точке $M(-5,4)$ . 1) $6x + y - 3 = 0$ 2) $x + 8y + 3 = 0$ 3) $x + y - 1 = 0$ 4) $x + 9y + 11 = 0$ 5) $x + y - 2 = 0$
-2)	Определить координаты фокуса параболы $y^2 = -8x$ . 1) $F(4;0)$ 2) $F(-2;0)$ 3) $F(2;0)$ 4) $F(0;-2)$ 5) $F(0;2)$
-5)	Составить уравнение параболы, если она симметрична относительно оси $Ox$ , проходит через начало координат и через точку $M(1,-4)$ . 1) $y^2 = -16x$ 2) $y^2 = 8x$ 3) $y^2 = 6x$ 4) $x^2 = 16y$ 5) $y^2 = 16x$
-4)	Составить уравнение касательной к параболе $y^2 = 4x$ в точке $M(9,6)$ . 1) $x + y - 3 = 0$ 2) $2x + y + 3 = 0$ 3) $2x + y - 1 = 0$ 4) $x - 3y + 9 = 0$ 5) $x + y - 2 = 0$
-3)	Дан эллипс $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ . Написать уравнение этого эллипса в полярных координатах. 1) $r = \frac{8}{3 - 2\cos\varphi}$ 2) $r = \frac{10}{3 - 4\cos\varphi}$ 3) $r = \frac{10}{3 - 2\cos\varphi}$ 4) $r = \frac{10}{3 + 2\cos\varphi}$ 5) $r = \frac{1}{3 - \cos\varphi}$
-1)	Дана гипербола $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ . Написать уравнение этой гиперболы в полярных координатах. 1) $r = \frac{18}{4 - 5\cos\varphi}$ 2) $r = \frac{16}{3 - 4\cos\varphi}$ 3) $r = \frac{10}{1 - \cos\varphi}$ 4) $r = \frac{4}{3 + 2\cos\varphi}$ 5) $r = \frac{18}{3 - \cos\varphi}$
-4)	Дана парабола $y^2 = 10x$ . Написать уравнение этой параболы в полярных координатах. 1) $r = \frac{4}{4 - \cos\varphi}$ 2) $r = \frac{6}{1 - 4\cos\varphi}$ 3) $r = \frac{5}{1 + \cos\varphi}$ 4) $r = \frac{5}{1 - \cos\varphi}$ 5) $r = \frac{1}{3 - \cos\varphi}$
-5)	Кривая дана уравнением в полярных координатах $r = \frac{144}{13 - 5\cos\varphi}$ . Написать уравнение этой кривой в прямоугольной декартовой системе координат. 1) $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1$ 2) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ 3) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 4) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 5) $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$
-2)	Найти центр кривой 2-го порядка $3x^2 - 4xy - 2y^2 + 3x - 12y - 7 = 0$ . 1) $(-1,-1)$ 2) $(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ 3) $(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$ 4) $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ 5) $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$

**Тест 4. Теория поверхностей 2-го порядка.**

-3)	<p>Составить уравнение эллипсоида, пересекающего координатные плоскости <math>Oxz</math> и <math>Oyz</math> соответственно по линиям <math>\begin{cases} y = 0, \\ \frac{x^2}{25} + \frac{z^2}{16} = 1 \end{cases}</math> и <math>\begin{cases} x = 0, \\ \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1 \end{cases}</math>, если его оси совпадают с осями координат.</p> <p>1) <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{16} = 1</math> 2) <math>\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1</math> 3) <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1</math> 4) <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1</math>  5) <math>\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1</math></p>
-1)	<p>Составить уравнение эллипсоида, оси которого совпадают с осями координат, если он проходит через эллипс <math>\begin{cases} z = 0, \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1. \end{cases}</math> и через точку <math>M(1, 2, \sqrt{23})</math>.</p> <p>1) <math>\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{36} = 1</math> 2) <math>\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{36} = 1</math> 3) <math>\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1</math> 4) <math>\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1</math>  5) <math>\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} + \frac{z^2}{36} = 1</math></p>
-5)	<p>На однополостном гиперboloиде <math>\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1</math> найти прямолинейные образующие, проходящие через точку <math>M(6, 2, 8)</math>.</p> <p>1) <math>\frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-8}{4}</math> и <math>\frac{x-6}{-9} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-8}{20}</math>  2) <math>\frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-8}{4}</math> и <math>\frac{x-5}{9} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-8}{20}</math>  3) <math>\frac{x-6}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-8}{-4}</math> и <math>\frac{x-6}{-9} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-8}{2}</math>  4) <math>\frac{x-6}{3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z}{-4}</math> и <math>\frac{x-6}{9} = \frac{y}{-8} = \frac{z-8}{20}</math>  5) <math>\frac{x-6}{3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-8}{4}</math> и <math>\frac{x-6}{9} = \frac{y-2}{8} = \frac{z-8}{20}</math></p>
-4)	<p>Найти центр поверхности <math>x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz + 6xz + 2x - 6y - 2z = 0</math>.</p> <p>1) (1;1;1) 2) (3;4;-8) 3) (1;0;3) 4) (1;1;-1) 5) (4;2;6)</p>
-2)	<p>Как преобразуется уравнение поверхности <math>x^2 - 14y^2 + 10z^2 - 4xy - 24yz + 6xz + 2x + 20y + 8z - 9 = 0</math>, если начало координат перенести в центр этой поверхности?</p> <p>1) <math>x^2 - 14y^2 + 10z^2 - 4xy - 24yz + 6xz - 24 = 0</math>  2) <math>x^2 - 14y^2 + 10z^2 - 4xy - 24yz + 6xz - 5 = 0</math>  3) <math>x^2 - 14y^2 + 10z^2 - 4xy + 24yz + 6xz - 5 = 0</math></p>

	<p>4) <math>x^2 - 14y^2 + 10z^2 - 4xy - yz + 6xz + 5 = 0</math></p> <p>5) <math>x^2 - y^2 + z^2 - xy - 24yz + 6xz - 5 = 0</math></p>
-3)	<p>Составить уравнение плоскости, касающейся поверхности <math>5x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 6xz + 2x + 4y + 6z - 8 = 0</math> в точке <math>M_0(0, -4, 4)</math>.</p> <p><math>5x + 6y + 7z - 4 = 0</math>.</p> <p>1) <math>x + y + z - 4 = 0</math> 2) <math>5x - 6y - 7z - 4 = 0</math> 3) <math>5x + 6y + 7z - 4 = 0</math></p> <p>4) <math>5x + 6y + 7z + 44 = 0</math> 5) <math>6y + 7z - 4 = 0</math></p>
-1)	<p>Найти диаметрально плоскость поверхности <math>2x^2 + 5y^2 + 8z^2 + 2xy + 6xz + 12yz + 8x + 14y + 18z = 0</math>, сопряженную хордам, параллельным вектору <math>\bar{b} = \{3, 2, -5\}</math>.</p> <p>1) <math>7x + 17y + 19z + 19 = 0</math> 2) <math>x - y - 7z - 4 = 0</math> 3) <math>7x + 17y + 7z + 19 = 0</math></p> <p>4) <math>x + 6y + 7z + 4 = 0</math> 5) <math>7x + 6y + 7z - 24 = 0</math></p>
-5)	<p>Найти <math>S_1, S_2, S_3</math> для общего уравнение поверхности второго порядка <math>5x^2 + 7y^2 + 6z^2 - 4xz + 4yz - 10x + 14y + 8z - 6 = 0</math>.</p> <p>1) <math>S_1 = 1, S_2 = 2, S_3 = 3</math> 2) <math>S_1 = -1, S_2 = -2, S_3 = 3</math> 3) <math>S_1 = 0, S_2 = 4, S_3 = 6</math></p> <p>4) <math>S_1 = 2, S_2 = -2, S_3 = 0</math> 5) <math>S_1 = 3, S_2 = 6, S_3 = 9</math></p>
-3)	<p>Назвать поверхность, заданную уравнением <math>\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1</math>.</p> <p>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид</p> <p>3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр</p> <p>5) эллиптический параболоид</p>
-1)	<p>Назвать поверхность, заданную уравнением <math>\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1</math>.</p> <p>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид</p> <p>3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр</p> <p>5) эллиптический параболоид</p>
-2)	<p>Назвать поверхность, заданную уравнением <math>\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1</math>.</p> <p>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид</p> <p>3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр</p> <p>5) эллиптический параболоид</p>
-5)	<p>Назвать поверхность, заданную уравнением <math>\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = -z</math>.</p> <p>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид</p> <p>3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр</p> <p>5) эллиптический параболоид</p>
-3)	<p>Назвать поверхность, заданную уравнением <math>\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 0</math>.</p> <p>1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид</p>

	3) эллиптический конус 4) эллиптический цилиндр 5) эллиптический параболоид
-4)	Назвать поверхность, заданную уравнением $\frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$ . 1) трехосный эллипсоид 2) однополостный гиперболоид 3) двуполостный гиперболоид 4) гиперболический цилиндр 5) эллиптический параболоид
-1)	Назвать поверхность, заданную уравнением $x^2 = 4y$ . 1) параболический цилиндр 2) однополостный гиперболоид 3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр 5) эллиптический параболоид
-2)	Назвать поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 0$ . 1) трехосный эллипсоид 2) пара пересекающихся прямых 3) двуполостный гиперболоид 4) эллиптический цилиндр 5) пара параллельных прямых

### **Основные формулы, теоремы и факты алгебры**

1. Извлечение корня из комплексного числа.

$$\sqrt{a+ib} = \left( \sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2}} + i \operatorname{sign} b \sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2}} \right)$$

2. Формула Муавра

$$(r(\cos \varphi + i \sin \varphi))^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

3. Извлечение корня n-й степени из комплексного числа в тригонометрической форме.

$$\sqrt[n]{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \sqrt[n]{r} \left( \cos \frac{\varphi + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right), \quad k = \overline{0, n-1}$$

4. Корни из 1.  $\varepsilon_k = \cos \frac{2\pi k}{n} + i \sin \frac{2\pi k}{n}, \quad k = \overline{0, n-1}$ .

5.  $x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0, \left\{ x = y - \frac{a_1}{3} \right\}, y^3 + py + q = 0$ .

$$y_1 = \alpha_1 + \beta_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \text{формула Кардано (ит. математ.)}$$

$$y_1 = \alpha_1 \varepsilon_2 + \beta_1 \varepsilon_1, \varepsilon_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \alpha_1 \cdot \beta_1 = -\frac{p}{3}$$

$$y_3 = \alpha_1 \varepsilon_1 + \beta_1 \varepsilon_2, \varepsilon_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

6. 1)  $AB \neq BA$

2)  $(AB)C = A(BC)$  - ассоциативность

3)  $(AB)' = B' \cdot A'$  - транспонирование

7. Определитель треугольной матрицы

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{11} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\dots a_{nn}$$

8. Определитель Вандермонда (1735-1796, франц. матем.)

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & \dots & a_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq j < i \leq n} (a_i - a_j)$$

9.  $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$ . Определитель произведения равен произведению определителей.

$$10. A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{A_{11}}{\Delta} & \frac{A_{12}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{1n}}{\Delta} \\ \frac{A_{21}}{\Delta} & \frac{A_{22}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{2n}}{\Delta} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{A_{n1}}{\Delta} & \frac{A_{n2}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{nn}}{\Delta} \end{pmatrix}, \quad A_{ij} - \text{алгебраическое дополнение элемента } a_{ij}.$$

11. Правило Крамера (Крамер Габриэль, 1704 – 1752гг. швейц.)

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \dots, \quad x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}, \quad \text{где } \Delta - \text{определитель системы.}$$

1. Основная теорема линейной независимости.

*Теорема.* Если система  $n$ -мерных векторов  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$  линейно независима и линейно выражается через систему  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ , то  $r \leq s$ .

2. *Теорема о ранге.* Наивысший порядок отличных от нуля миноров матрицы  $A$  равен рангу этой матрицы.

3. *Теорема Кронекера-Капелли.* Система  $s$  уравнений с  $n$  неизвестными тогда и только тогда совместна, когда  $\text{rang } \bar{A} = \text{rang } A$

4. Метод рекуррентных соотношений:

$$D_n = pD_{n-1} + qD_{n-2}$$

а)  $r_1, r_2$  - различные корни уравнения  $x^2 - px - q = 0$

$$D_n = \frac{r_2^{n-1}}{r_2 - r_1} (D_2 - r_1 D_1) - \frac{r_1^{n-1}}{r_2 - r_1} (D_2 - r_2 D_1)$$

б)  $r_1 = r_2 = r$  корень (кратный) уравнения  $x^2 - px - q = 0$

$$D_n = r^{n-1} \left( D_1 - (n-1) \frac{D_2 - r D_1}{r} \right)$$

5. Если  $d(x) = (f(x), g(x))$ , то существует  $u(x)$  и  $v(x)$ , что

$$f(x) \cdot u(x) + g(x) \cdot v(x) = d(x), \quad \text{где } \deg u(x) < \deg g(x), \quad \deg v(x) < \deg f(x).$$

6. Теорема Безу. Остаток от деления  $f(x)$  на  $x - c$  равен  $f(c)$ .
7. *Основная теорема алгебры*: Многочлен с комплексными коэффициентами, отличный от постоянной, имеет хотя бы один комплексный корень.
8. *Ряд Штурма*.  $f(x), f_1(x), \dots, f_s(x)$ .
  - 1)  $f_s(x)$  не имеет действительных корней;
  - 2) Соседние многочлены не имеют общих корней;
  - 3) Если  $f_i(x_0) = 0$ ,  $1 \leq i \leq s-1$ , то  $f_{i-1}(x_0), f_{i+1}(x_0)$  имеют разные знаки;
  - 4)  $f(x) \cdot f_1(x)$  меняют знак с «-» на «+» при переходе корня  $f(x)$ .

*Теорема Штурма*: Число корней  $f(x)$  в промежутке  $[a; b]$  равно числу перемен знаков в значениях многочленов ряда штурма при  $x = a$  минус число перемен знаков при  $x = b$ .  $V(a) - V(b)$ .

9. Степенные суммы

$$S_k - f_1 S_{k-1} + f_2 S_{k-2} - \dots + (-1)^{k-1} f_{k-1} S_1 + (-1)^k k \cdot f_k = 0$$

$$S_k - f_1 S_{k-1} + f_2 S_{k-2} - \dots + (-1)^n f_n S_{k-n} = 0, k = \overline{1, n-1}, k \geq n$$

10. Формулы Виета. Если  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - корни многочлена

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n, \text{ то}$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{a_1}{a_0},$$

$$x_1 x_2 + \dots + x_{n-1} x_n = \frac{a_2}{a_0}$$

$$x_1 x_2 \cdots x_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}$$

### Примерные контрольные работы

#### *Контрольная работа №1 по теме «Комплексные числа»*

1. Найти  $\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z$ , если  $z$  равно:

$$\text{а) } \frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}; \text{ б) } i^9 + \frac{i^3}{2+7i}.$$

2. Найти  $|z|, \arg z$ , если  $z$  равно:

$$\text{а) } 1 + i^{123}; \text{ б) } (-4 + 3i)^3.$$

3. Извлечь корни:

$$\text{а) } \sqrt[6]{1}; \text{ б) } \sqrt[3]{-8i}.$$

4. Выразить через  $\cos x$  и  $\sin x$

$$\text{а) } \sin 6x$$

5. Найти сумму:

$$\cos x + 2\cos 2x + 3\cos 3x + \dots + n\cos nx$$

#### *Домашняя контрольная работа по теме «Комплексные числа»*

**Вариант 1.**

- Вычислить
  - $\frac{3-2i}{2+3i} - 6i$ ; б)  $\frac{1}{-3-5i} + i^{46}$ ; в)  $\sqrt{-15+8i}$
- Найти  $\operatorname{Re} z$ ,  $\operatorname{Im} z$ ,  $|z|$ ,  $\arg z$ , если
 
$$z = \left( -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^{2005}$$
- Извлечь корни:
  - $\sqrt[4]{-4}$ ; б)  $\sqrt[3]{-1-i}$ .
- Решить уравнение:  $x^3 + 15x + 124 = 0$ .

### Вариант 2.

- Вычислить
  - $\frac{3+4i}{1-i} + (2-i)(1+4i)$ ; б)  $\frac{4-3i}{5+i} - i^{58}$ ; в)  $\sqrt{-8-6i}$
- Найти  $\operatorname{Re} z$ ,  $\operatorname{Im} z$ ,  $|z|$ ,  $\arg z$ , если
 
$$z = \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^{1000}$$
- Извлечь корни:
  - $\sqrt[6]{-1}$ ; б)  $\sqrt[4]{1-i}$ .
- Решить уравнение:  $x^3 + 12x + 63 = 0$ .

*Контрольная работа №2 по теме «Формула Кардано и метод Феррари»*

### Вариант 1:

- Решить уравнение
  - $x^2 + x + 1 = 0$ ;
  - $x^3 - 6x + 4 = 0$ ;
  - $x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 2x - 3 = 0$ .
- Составить кубическое уравнение с корнями  $-x_1, -x_2, -x_3$ , если  $x_1, x_2, x_3$  - корни уравнения  $x^3 - x^2 - 5x + 3 = 0$ .

### Вариант 2:

- Решить уравнение
  - $x^2 - 4x + 29 = 0$ ;
  - $x^3 + 15x + 124 = 0$ ;
  - $x^4 + 2x^3 + 8x^2 + 2x + 7 = 0$ .
- Составить кубическое уравнение, корни которого равны квадратам  $x^3 - 4x^2 + 5x - 1 = 0$ .

### Вариант 3:

- Решить уравнение
  - $x^2 + 10x + 28 = 0$ ;
  - $x^3 + 3x - 2i = 0$ ;
  - $x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 2x - 5 = 0$ .

2. Составить кубическое уравнение, имеющее корни  $-3; -2 + i; -2 - i$  и старший коэффициент (-3).

**Вариант 4:**

1. Решить уравнение
- а)  $x^2 + 8x + 25 = 0$ ;
- б)  $x^3 - 9x + 28 = 0$ ;
- в)  $x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 8 = 0$ .
2. Составить кубическое уравнение с корнями  $-x_1^2, -x_2^2, -x_3^2$ , если  $x_1, x_2, x_3$  - корни уравнения  $x^3 - 6x^2 + 4x - 2 = 0$ .

**Контрольная работа №4 по теме «Системы линейных уравнений»**

**Вариант 1:**

- 1) Решить систему по правилу Крамера:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = -7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

- 2) Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 4x_1 - 4x_2 - x_3 - x_4 = -3 \\ -2x_1 + x_2 + x_4 = 3 \end{cases}$$

- 3) Найти  $\text{rang}A$ , если

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Контрольная работа №5**

**Вариант 1.**

1. Линейное преобразование  $f$  в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$  имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти его матрицу в базисе

$$e'_1 = e_1 + 2e_2, e'_2 = 2e_1 + 3e_2 + e_3, e'_3 = e_1 + 2e_2 + e_3$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы преобразования  $A$ :



$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ -5 & -2 & -4 \\ 5 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

3. Теорема Гамильтона-Кели.

### Вариант 2.

1. Линейное преобразование  $f$  в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$  имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти его матрицу в базисе

$$e'_1 = 3e_1 - 4e_2 + 2e_3, e'_2 = 3e_1 + e_2, e'_3 = 4e_1 - e_2 + e_3$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы преобразования  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -1 & 7 \\ -1 & -1 & 1 \\ -4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Неравенство Коши в  $R$  и в  $C$  (доказать)

### Вариант 3.

1. Линейное преобразование  $f$  в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$  имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти его матрицу в базисе

$$e'_1 = 2e_1 - 2e_2 - 3e_3, e'_2 = -e_1 + 2e_2, e'_3 = e_2 - e_3$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы преобразования  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Теорема Гамильтона-Кели.

### Вариант 4.

Линейное преобразование  $f$  в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$  имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

Найти его матрицу в базисе

$$e'_1 = -4e_1 - 4e_2 + 3e_3, e'_2 = e_1 + 2e_2, e'_3 = e_2 + e_3$$

Найти собственные значения и собственные векторы преобразования  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -11 & -6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Неравенство Коши в  $R$  и в  $C$  (доказать).

***Примерный список вопросов к зачету и экзамену .***

1. Аффинная (общая декартова) система координат. Прямоугольная декартова система координат.
2. Полярная система координат и ее связь с прямоугольной декартовой.
3. Цилиндрическая система координат
4. Сферическая система координат.
5. Векторы. Линейные операции над векторами.
6. Понятие линейной зависимости векторов.
7. Скалярное произведение векторов и его свойства.
8. Векторное произведение векторов и его свойства.
9. Смешанное произведение трех векторов.
10. Двойное векторное произведение трех векторов.
11. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой.
12. Общее уравнение прямой и его исследование.
13. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой “в отрезках”.
14. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
15. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между двумя прямыми.
16. Нормальное уравнение прямой.
17. Приведение общего уравнения прямой к нормальному виду.
18. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
19. Пучок прямых на плоскости.
20. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
21. Общее уравнение плоскости и его исследование.
22. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости “в отрезках”.
23. Взаимное расположение плоскостей.
24. Параметрические уравнения плоскости.
25. Нормальное уравнение плоскости.
26. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду.
27. Расстояние от точки до плоскости.
28. Пучок плоскостей.
29. Связка плоскостей.
30. Угол между двумя плоскостями.
31. Каноническое уравнение прямой, параметрические и векторно-параметрические уравнения прямой в пространстве.
32. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
33. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
34. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
35. Взаимное расположение прямых в пространстве.
36. Расстояние между двумя прямыми в пространстве
37. Прямая и плоскость в пространстве.
38. Угол между прямой и плоскостью.
39. Связка прямых.
40. Окружность.

41. Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения.
42. Исследование канонического уравнения эллипса.
43. Эксцентриситет и директрисы эллипса.
44. Касательная к эллипсу.
45. Оптическое свойство эллипса
46. Преобразование равномерного сжатия плоскости к прямой.
47. Эллипс как результат равномерного сжатия окружности к одному из своих диаметров.
48. Параметрические уравнения эллипса. Практический способ построения.
49. Гипербола.
50. Исследование канонического уравнения гиперболы.
51. Асимптоты гиперболы.
52. Параметрические уравнения гиперболы.
53. Эксцентриситет гиперболы и выражение фокальных радиусов через эксцентриситет.
54. Директрисы гиперболы.
55. Касательная к гиперболе.
56. Оптическое свойство гиперболы.
57. Парабола.
58. Касательная к параболе.
59. Оптическое свойство параболы.
60. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах.
61. Преобразование равномерного сжатия пространства к плоскости. Вывод уравнения поверхности вращения.
62. Трёхосный эллипсоид.
63. Однополостный гиперболоид.
64. Двуполостный гиперболоид.
65. Эллиптический параболоид.
66. Каноническое уравнение эллиптического конуса.
67. Цилиндрические поверхности.
68. Гиперболический параболоид.
69. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
70. Общее преобразование аффинной системы координат в аффинную на плоскости.
71. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат в прямоугольную декартовую на плоскости.
72. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к виду, не содержащему произведения неизвестных.
73. Характеристическое уравнение кривой второго порядка.
74. Приведенное уравнение 1 типа кривых второго порядка и его исследование.
75. Приведенное уравнение 2 типа кривых второго порядка.
76. Приведенное уравнение 3 типа кривых второго порядка.
77. Применение преобразования параллельного переноса к общему уравнению кривой второго порядка.
78. Центр кривой второго порядка.
79. Пересечение прямой с кривой второго порядка.
80. Асимптотические направления относительно кривой второго порядка.
81. Диаметры кривой второго порядка.
82. Касательная к кривой второго порядка.

**7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,
  - участие на практических занятиях - 40 баллов,
  - выполнение домашних работ – 30 баллов.
- Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос - 40 баллов,
  - письменная контрольная работа - 30 баллов.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### а) основная литература:

#### 1. Ильин, Владимир Александрович.

Линейная алгебра : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Ильин, Владимир Александрович ; Э.Г.Позняк. - 6-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2005. - 278 с. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики/ под ред. А.Н.Тихонова и др. вып. 4) (Серия "Классический университетский учебник"). - Предм. указ.: с. 274-278. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-9221-0481-0 : 149-93.

#### 2. Ильин, Владимир Александрович.

Аналитическая геометрия : учеб. для ун-тов по спец. "Прикл. математика и "Физика" / Ильин, Владимир Александрович, Позняк, Эдуард Генрихович. - 4-е изд., доп. - М. : Наука, 1988, 1981, 1971, 1968. - 223 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высш. математики и мат. физики. Вып. 5). - ISBN 5-02-013762-6 : 0-0.

#### 3. Геворкян П. С. Высшая математика. **Линейная алгебра** и аналитическая геометрия - Москва: Физматлит, 2011

4. Геворкян, П.С. Высшая математика. **Линейная алгебра** и аналитическая геометрия / П.С. Геворкян. - Москва : Физматлит, 2011. - 207 с. - ISBN 978-5-9221-0860-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82792> (25.10.2018).

#### 5. **Ледовская Е. В. Линейная алгебра** и аналитическая геометрия: сборник задач - Москва: Альтаир, МГАВТ, 2017

6. Ледовская, Е.В. **Линейная алгебра** и аналитическая геометрия : сборник задач / Е.В. Ледовская ; Федеральное агентство морского и речного транспорта, Московская государственная академия водного транспорта, филиал ФГБОУВО «Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова». - Москва : Альтаир : МГАВТ, 2017. - 100 с. : ил. - Библиогр.: с. 6. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=483851> (25.10.2018).

### б) дополнительная литература:

#### 1. Тышкевич, Р.И.

Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко ; под ред. Д.А.Супруненко. - 2-е изд., перераб. - Минск : Вышэйш. школа, 1976. - 544 с. : ил. - 1-42.

#### 2. Бюшгенс С.С.

Аналитическая геометрия. Ч.1 / С. С. Бюшгенс ; Допущ. ВКВШ в кач-ве учебника для пед. институтов. - Изд. 4-е перераб. - М.-Л. : ОГИЗ, 1946. - 560с.  
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

#### 3. Бюшгенс С.С.

Аналитическая геометрия. Ч.2 / С. С. Бюшгенс ; Допущ. ВКВШ в кач-ве учебника для пед. институтов. - Изд. 4-е перераб. - М.-Л. : Ред. техн.-теорет. лит-ры, 1946. - 318с.

4. **Алания Л.А.** Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] / Л.А. Алания, С.М. Гусейн-Заде, И.А. Дынников. — Электрон. текстовые данные. — М. : Логос, 2005. — 376 с. — 5-94010-375-8. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/9121.html>

## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

[www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm](http://www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm)

[www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o\\_17811](http://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_17811)

[www.bookvoed.ru/book?id=413420](http://www.bookvoed.ru/book?id=413420)

[www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-metodi.htm](http://www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-metodi.htm)

[www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich\\_for\\_highschool.pdf](http://www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich_for_highschool.pdf)

[www.alleng.ru/d/math/math97.htm](http://www.alleng.ru/d/math/math97.htm)

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Аналитическая геометрия» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов