



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Интегральные уравнения и вариационное исчисление

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

Направление:

03.03.02 Физика

Профили подготовки

«Фундаментальная физика» , «Медицинская физика»

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *очная*

Статус дисциплины: *базовая*

Рабочая программа дисциплины **«Интегральные уравнения и вариационное исчисление»** составлена в 202 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению уровень: бакалавриат 03.03.02. *Физика Приказ Минобрнауки России* от «7» августа 2014г. № 937.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Джабраилова Лейла Мусаевна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУи ФА от «31» мая 2020 г., протокол №10

Зав. кафедрой



Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от
«27» июня 20 г., протокол 6

Председатель _____



Бейболаев В.Д..

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно - методическим
управлением «29» июня 2020 г.

Начальник УМУ



Гасангаджиева А.Г.

Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина **"Интегральные уравнения и вариационное исчисление"** входит в базовую часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению (специальности) **03.03.02 "Физика"**

Дисциплина реализуется на физическом факультете кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОК-7,ОПК-1,ОПК-2.**

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия,самостоятельная работа.**

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **экзамена.**

Объем дисциплины 2 зачетных единиц, в том числе в 72 академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирова нный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе зачет		
	Все го	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практическ ие занятия	КСР	консул ьтации			
1	72	18	-	18	2	4	30	зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Интегральные уравнения и вариационное исчисление" является формирование современных теоретических знаний в области интегральных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов интегральных уравнений, решения вариационных задач.

Целями освоения дисциплины являются:

-изучение базовых понятий теории интегральных уравнений и вариационного исчисления.

-освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины.

-приобретения опыта работы с математической и связанной с математикой научной и учебной литературой.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина " Интегральные уравнения и вариационное исчисление" входит в базовую часть математического и естественно-научного цикла бакалавриата.

Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы теории интегральных уравнений находят самое широкое применение в физике.Эта дисциплина вместе с математическим анализом,дифференциальными уравнениями,теорией функций

комплексного и действительного переменного являются фундаментом ,на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты
ОК-7	Способность к самоорганизации и самообразованию	Знает: содержание процессов самоорганизации и самообразования , их особенностей и технологий реализации. Умеет: планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способе принятия решений с учетом условий,средств ,личных возможностей и временной перспективы достижения целей.Самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности. Владеет: технологиями организации процесса самообразования,приемами целеполагания во временной перспективе,способами планирования и организации,самоконтроля и самооценки деятельности.
ОПК-1	Способность использовать в профессиональной деятельности базовые естественно-научные знания,включая знания о предмете и объектах изучения,методах исследования,современных концепциях,достижениях и ограничениях естественных наук.	Знает: основные направления развития теории интегральных уравнений, а также других математических дисциплин. Умеет: решать задачи приводящие к дифференциальным уравнениям и интегральным уравнениям,уметь исследовать вариацию функционала. находить решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра. Владеет:методами исследования и решения основных типов интегральных уравнений . применять известные методы решения задач в качественном анализе интегральных уравнений на практике; использовать приложения для решения разнообразных задач математики.
	Способность	Знает: основные теоремы Фредгольма теории

ОПК-2	использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.	интегральных уравнений, а также других математических дисциплин Умеет: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как уравнения в частных производных, методы матфизики. решать классические задачи физики и прикладной математики с помощью интегральных уравнений. Владеет: методами моделирования практических задач с помощью интегральных уравнений и дифференциальных уравнений, навыками применения качественного анализа решений вариации функционала.
-------	--	---

4.Объем,структура и содержание дисциплины.

4.1.Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы ,72 часа.

4.2.Структура дисциплины :

Темы	Трудовое мощность	лекции	практ./ семинар	СРС	Зачет
Модуль 1. Интегральные уравнения					
Тема 1. Интегральные уравнения. Основные типы. Физические задачи приводящие к интегральным уравнениям.	4	1	1	2	
Тема 2. Теоремы типа Фредгольма для линейных алгебраических уравнений.	4	1	1	2	
Тема3. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма.	6	2	2	2	

Тема 4. Теоремы Фредгольма. Первая , вторая и третья теоремы Фредгольма.	5	1	1	2	
Тема 5. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решения.	5	1	1	2	
Тема 6. Метрические пространства. Метод итераций	5	1	1	2	
Тема 7. Уравнения типа Вольтерра и их решение методом итераций	6	2	2	2	
Тема 8 . Линейные пространства и линейные операторы. Спектр фредгольмовых операторов.	3	1	1	1	
Тема 9 . Интегральные уравнения с симметрическими операторами.	4	1	1	2	
Тема 10. Другие типы интегральных уравнений .	3	1	1	1	
Итого за модуль 1	36	12	12	18	
Модуль 2. Вариационное исчисление					
Тема 1. Понятие функционала. Простейшие задачи связанные с функционалами.	7	1	2	4	
Тема 2. Метод вариаций в задачах с неподвижными границами.	7	1	2	4	
Тема 3. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала.	7	1	2	4	
Тема 4. Уравнение Эйлера - Лагранжа. Частные случаи.	9	1	4	4	
Тема 5. Решение некоторых задач с неподвижными границами. Тема 6. Задачи с подвижными границами.	6	2	2	2	
Итого за 2 модуль	36	6	6	18	
Всего	72	18	18	36	

4.3.Содержание дисциплины по темам:

4.3.1.Содержание лекционных занятий по дисциплине :

Модуль I. Интегральные уравнения

В данном разделе рассмотрены основные понятия интегральных уравнений, линейные интегральные уравнения типа Фредгольма, метод определителей Фредгольма, уравнения с вырожденным ядром и методы их решений, метрические пространства, операторы сжатия в метрических пространствах, метод итераций и его применение к интегральным уравнениям, уравнения типа Вольтерра и их основные методы решений, линейные пространства и линейные операторы, основные понятия спектра и фредгольмовых операторов.

Тема 1: Введение. Понятие интегрального уравнения. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.

План лекции:

1. Основные понятия интегральных уравнений
2. Примеры физических задач приводящих к интегральным уравнениям

Тема 2: Некоторые сведения из теории линейных алгебраических уравнений.

План лекции:

1. Правило Крамера;
2. Теорема Кронекера-Капелли;
3. Функциональное решение;
4. Теорема типа Фредгольма для линейных алгебраических уравнений;
5. Самосопряженный конечномерный оператор в евклидовом пространстве.

Тема 3. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма. Метод определителей Фредгольма.

План лекции:

1. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма
2. Основные идеи Фредгольма. Замена интегрирования суммированием
3. Метод определителей Фредгольма
4. Формулы для нахождения коэффициентов ряда Неймана

Тема 4. Формулировка теорем Фредгольма

План лекции:

1. Формулировка и доказательство теоремы Фредгольма

Тема 5. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решений

План лекции:

1. Уравнения с вырожденным ядром
2. Методы решения уравнения с вырожденным ядром

Тема 6. Метрические пространства

План лекции:

1. Полнота метрического пространства
2. Операторы сжатия в метрических пространствах
3. Метод итераций и его применение к интегральным уравнениям

Тема 7. Уравнения типа Вольтерра

План лекции:

1. Уравнение Вольтерра.
2. Методы решений уравнения Вольтерра
3. Метод итерации
4. Сходимость ряда Неймана

Тема 8. Линейные пространства и линейные операторы.

План лекции:

1. Основные понятия линейных пространств
2. Основные понятия линейных операторов
3. Понятие спектра оператора.
4. Спектр фредгольмовых операторов

Тема 9. Интегральные уравнения с симметрическим операторами.

План лекции:

1. Интегральные уравнения с симметрическим операторами.
2. Теорема Гильберта-Шмидта

Тема 10. Другие типы интегральных уравнений.

План лекции :

1. Уравнения первого рода, понятие о методе регуляризации
2. Уравнения со слабой особенностью
3. Нелинейные уравнения

Модуль II. Вариационные исчисления.

Во втором разделе рассмотрено понятие функционала и простейшие задачи, связанные с функционалами, метод вариаций в задачах с неподвижными границами, уравнение Эйлера-Лагранжа и частные случаи уравнения Эйлера-Лагранжа, решение некоторых задач с неподвижными границами и применение метода вариации.

Тема 1. Понятие функционала. Простейшие задачи, связанные с функционалами.

План лекции:

1. Понятие функционала и оператора в гильбертовом пространстве.
2. Линейные функционалы и их свойства.

3. Простейшие задачи, связанные с функционалами. Задача Дидоны, задача о геодезической линии, задача о брахистохроне. Основные понятия вариационного исчисления.

Тема 2. Метод вариаций в задачах с неподвижными границами

План лекции:

1. Метод вариаций в задачах с неподвижными границами
2. Простейшая задача вариационного исчисления. Функционалы от нескольких функций.
3. Канонический вид уравнения Эйлера.

Тема 3. Экстремум функционала

План лекции:

1. Основные понятия экстремума функционала
2. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
3. Основные типы задач на условный экстремум.

Тема 4. Уравнение Эйлера-Лагранжа.

План лекции:

1. Уравнение Эйлера-Лагранжа
2. Частные случаи уравнения Эйлера-Лагранжа.
3. Нахождение экстремума

Тема 5. Решение некоторых задач с неподвижными границами.

План лекции:

1. Решение некоторых задач с неподвижными границами.
2. Примеры классических задач и их решения.
3. Поиск экстремали функционала.

Тема 6. Понятие о вариационных задачах с подвижными границами.

План лекции:

1. Понятие о вариационных задачах с подвижными границами
2. Условие трансверсальности на правом и левом конце в вариационных задачах.
3. Задачи на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа для решения изопериметрической задачи.

4.3.2. Темы практических занятий

Тема 1. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.

Задача Абеля, задача обращения интеграла, задача теории переноса.

Тема 2. Некоторые сведения из теории линейных алгебраических уравнений.

Применение правила Крамера; теорема Кронекера-Капелли; функциональное решение; теорема типа Фредгольма для линейных алгебраических уравнений; самосопряженный конечномерный оператор в евклидовом пространстве.

Тема 3. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма. Метод определителей Фредгольма.

Решение уравнений однородных и неоднородных 2 го порядка с вырожденным ядром .Метод определителей Фредгольма.

Тема 4. Формулировка теорем Фредгольма.

Теоремы Фредгольма. Первая, вторая и третья теоремы.

Тема 5. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решений.

Решение сведением к алгебраическим системам.

Тема 6. Метрические пространства. Операторы сжатия в метрических пространствах. Метод итераций и его применение к интегральным уравнениям.

Примеры операторов. Иллюстрация необходимых и достаточных условий.

Тема 7. Уравнения типа Вольтерра и их решение методом итераций. Уравнения первого и второго рода. Итерационное решение и условие существования решения. Сведение уравнения первого рода к уравнению второго рода. Уравнение Абеля.

Тема 8. Линейные пространства и линейные операторы. Понятие спектра оператора. Спектр фредгольмовых операторов.

Пространства R^n , $C[a, b]$, $L_2[a, b]$, характеристики спектра Фредгольмовых операторов.

Тема 9. Интегральные уравнения с симметрическими операторами. Теорема Гильберта-Шмидта.

Решение примеров с симметричным ядром.

Тема 10. Другие типы интегральных уравнений.

Решение уравнений первого рода, понятие о методе регуляризации, уравнения со слабой особенностью, сведение к регулярным путем итераций.

Модуль II. Вариационные исчисления

Тема 1. Понятие функционала. Простейшие задачи, связанные с функционалами.

Примеры классических задач, задача Ньютона, задача о брахистохроне, задача о минимальной поверхности. Функционал, функциональные пространства.

Тема 2. Метод вариаций в задачах с неподвижными границами.

Вариация аргумента. Первая вариация функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Примеры с конкретными видами функционалов.

Тема 3. Экстремум функционала. Необходимое условие.

Простейшая вариационная задача с фиксированными границами . Канонический вид уравнения Эйлера .Решение уравнения Эйлера .

Тема 4. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Частные случаи уравнения Эйлера-Лагранжа.

Нахождение экстремалей .

Тема 5. Решение некоторых задач с неподвижными границами. Понятие о вариационных задачах с подвижными границами.

- 1.Основные типы задач на условный экстремум. Необходимые условия в задаче Лагранжа.
- 2.Задача Больца, условия трансверсальности . Задача Майера.

4.3.Содержание тем программы.

Модуль 1. Интегральные уравнения.

Целью изучения модуля «Интегральные уравнения » является овладение студентами знаний интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка.

Основными задачами модуля являются изучение основных типов интегральных уравнений и методов их решения, знакомство с операторами и приложениями интегральных уравнений к решению физических задач.

В результате усвоения модуля студент должен иметь целостное представление об интегральных уравнениях как модели физических задач.

Тема 1. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.

Введение .Примеры задач приводящих к интегральным уравнениям .Классификация линейных интегральных уравнений. Уравнения 1 и 2 рода. Уравнения Фредгольма и Вольтерра.

Тема 2. Теоремы типа Фредгольма для линейных алгебраических уравнений.

Понятие о теоремах Фредгольма с доказательствами. Однородные и неоднородные уравнения Фредгольма 2 рода с вырожденными ядрами. Сведение к задачам линейной алгебры.

Тема 3. Линейные интегральные уравнения типа Фредгольма.

Уравнения Фредгольма 2 рода. Собственные числа и собственные функции уравнения Фредгольма. Уравнения с симметричными непрерывными ядрами. Теорема Гильберта - Шмидта. Задача Штурма - Лиувилля. Сведение задачи Штурма - Лиувилля к интегральному уравнению с симметричным ядром. Теорема Стеклова.

Тема 4.Теоремы Фредгольма.

Интегральные уравнения с полярным ядром. Первая , вторая и третья теоремы Фредгольма .Операторные уравнения. Теория Рисса - Шаудера.

Тема 5. Уравнения с вырожденным ядром и методы их решения.

Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром. Метод последовательных приближений. Метод итерированных ядер. Сведение интегрального уравнения к дифференциальному уравнению.

Тема 6. Метрические пространства. Метод итераций.

Операторы сжатия в метрических пространствах. Метод итераций и его применение к интегральным уравнениям.

Тема 7. Уравнения Вольтерра и их решение методом итераций.

Решение уравнения Вольтерра методом дифференцирования. Методом построения резольвенты. Методом последовательных приближений. Методом итераций.

Тема 8. Линейные пространства и линейные операторы. Спектр фредгольмовых операторов.

Пространства R^n , $C[a, b]$, $L_2[a, b]$, характеристики спектра фредгольмовых операторов.

Тема 9. Интегральные уравнения с симметрическими операторами

Характеристические числа и собственные функции интегральных уравнений. Сведение к задаче Штурма - Лиувилля. Принцип сжатых отображений. Неоднородные уравнения с вырожденным ядром. Резольвента уравнения Фредгольма с симметричным ядром.

Тема 10. Другие типы интегральных уравнений.

Решение уравнений первого рода, понятие о методе регуляризации, уравнения со слабой особенностью, сведение к регулярным путем итераций.

Уравнение Абеля 1 и 2 рода. Уравнение Гаммерштейна.

Уравнение Урысона.

Модуль 2. Вариационное исчисление.

Целью изучения данного модуля является овладение студентами знаний об основных теоремах вариационного исчисления и классических задачах вариационного исчисления.

Студент должен освоить методы нахождения экстремума функционала, вариации функционала, методы решения классических задач вариационного исчисления.

Тема 1. Понятие функционала. Простейшие задачи связанные с функционалами.

Примеры классических задач, задача Ньютона, задача о брахистохроне, задача о минимальной поверхности. Функционал, функциональные пространства.

Тема 2. Метод вариаций в задачах с неподвижными границами.

Вариация аргумента. Первая вариация функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Примеры с конкретными видами функционалов.

Тема 3. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала.

Простейшая вариационная задача с фиксированными границами. Решение уравнения Эйлера.

Тема 4. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Частные случаи уравнения Эйлера-Лагранжа.

Нахождение экстремума функционала .Необходимое и достаточное условие.

Тема 5. Решение некоторых задач с неподвижными границами. Задачи с подвижными границами.

Задача Больца .Условия трансверсальности .

4.4. Темы практических занятий

Модуль 1.

Тема 1. Интегральные уравнения Фредгольма.

1. Однородные уравнения Фредгольма 2 рода с вырожденным ядром.
2. Метод последовательных приближений .
3. Метод итерированных ядер.
4. Метод сведения к дифференциальному уравнению .

Тема 2. Решение неоднородных уравнений Фредгольма 2 рода с симметрическим ядром.

- 1.Сведение к задаче Штурма - Лиувилля.
- 2.Неоднородные уравнения с вырожденным ядром.
3. Резольвента уравнения Фредгольма с симметричным ядром.

Тема 3. Метрические пространства. Метод итераций и его применение для решения интегральных уравнений.

- 1.Метрические пространства. Нормированные и евклидовы пространства. Полнота. Операторы сжатия.
- 2.Метод итераций. Итерированные ядра.

Тема 4. Интегральные уравнения Вольтерра 2 рода.

- 1.Решение уравнения методом дифференцирования.
- 2.Решение уравнения методом построения резольвенты.
- 3.Решение уравнений методом последовательных приближений.

Тема 5 .Задача Штурма -Лиувилля.

- 1.Собственные значения и собственные функции задачи Штурма -Лиувилля.
- 1.Сведение задачи Штурма -Лиувилля к интегральному уравнению .

Тема 6.Функционалы. Простейшие задачи связанные с функционалами.

- 1.Постановка и решение классических задач .Задача Ньютона .Задача о брахистохроне.
- 2.Функционал и первая вариация функционала.

Тема 7.Метод вариации в задачах с неподвижными границами.

- 1.Вариационная задача с закрепленными концами .Основная лемма вариационного исчисления.
- 2.Метод вариации .

Тема 8. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала.

1. Уравнение Эйлера. Необходимое условие экстремума.
2. Поле экстремалей, функция Вейерштрасса, достаточное условие экстремума

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины математический анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы экспертов и специалистов.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Коллоквиум.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Попов В.А. Сборник задач по интегральным уравнениям. Изд КГУ Казань, 2006
2. Килбас А.А. Интегральные уравнения. Курс лекций. Минск. БГУ. 2005.
3. Бондаренко Н.П., Федосеев А.Е. Методы решения интегральных уравнений. Уч. пособие. Саратов, 2014г. - 62стр.
4. Кузнецов А.Ю. Семенов А.В. Избранные главы вариационного исчисления. Учебно-методическое пособие. Новгород, 2012 г.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы	
Тема 1. Уравнение Абеля 1 и 2 порядка.	Доклады на тему: Физические задачи, приводящие к интегральным уравнениям. Задача о колебаниях, задача о рассеянии лучистой энергии, задача Абеля, задача о брахистохроне.	
Тема 2. Линейные операторы в бесконечном евклидовом пространстве.	Доклады на тему: 1. Метрические пространства. Нормированные пространства, евклидовы пространства. 2. Линейные операторы.	
Тема 3. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений. Преобразование Лапласа.	Доклады на тему: 1. Преобразование Фурье. Преобразование Лапласа. 2. Метод Винера-Хопфа.	
Тема 4. Принцип сжимающих отображений.	Доклад на тему: Принцип сжимающих отображений. Теорема о неподвижной точке.	

Тема 5. Понятие о корректно и некорректно поставленных задачах.	Доклады на тему: 1.Метод Тихонова регуляризации решения уравнения Фредгольма 1 рода.
Тема 6. Краевые задачи	Доклады на тему: 1.Задача Штурма -Лиувилля . 2.Функция Грина и ее построение..
Тема 7. Поле экстремалей. Функция Вейерштрасса.	Доклады на тему: 1. Достаточные условия экстремума.
Тема 8. Классические задачи вариационного исчисления.	Доклады на тему : 1.Изопериметрическая задача.

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОК-7	Способность к самоорганизации и самообразованию	Знает: содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации. Умеет: планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способе принятия решений с учетом условий,средств,личных возможностей и временной перспективы достижения целей.Самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности. Владеет: технологиями организации процесса самообразования,приемами целеполагания во временной перспективе,способами планирования и организации,самоконтроля и самооценки деятельности.	Изучение тем согласно составленной программе с учетом основных методических принципов.Установка к самообразованию и самостоятельному поиску информации.Четкая организация и учебная дисциплина.

ОПК-1	Способность использовать в профессиональной деятельности базовые естественно-научные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук.	Знает: основные теоремы курса интегральных уравнений, основные методы теории интегральных уравнений, постановки основных вариационных классических задач. Умеет: решать задачи приводящие к дифференциальным уравнениям и интегральным уравнениям, уметь исследовать вариацию функционала. Владеет: методами исследования и решения основных типов интегральных уравнений.	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ
ОПК-2	Способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	Знает: основные теоремы Фредгольма теории интегральных уравнений, а также других математических дисциплин Умеет: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как уравнения в частных производных, методы математической физики. решать классические задачи физики и прикладной математики с помощью интегральных уравнений. Владеет: методами моделирования практических задач с помощью интегральных уравнений и дифференциальных уравнений, навыками применения качественного анализа решений вариации функционала.	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ

7.2. Типовые контрольные задания

Какое из данных уравнений является фредгольмовым второго порядка ?

1. $\varphi(x) + \frac{1}{3} \int_0^1 \cos(x-t)\varphi(t)dt = 0$

2. $\varphi(x) - \frac{1}{3} \int_0^1 \cos(x-t)\varphi(t)dt = 1$

3. $\varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt = e^x$

4. $\varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b \frac{\sin t}{t-x} dt \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_a^b \sin t dt = 1$

Какое из данных уравнений не является фредгольмовым второго порядка ?

1. $\varphi(x) - 4 \int_1^2 \sin(x-1)\varphi(t)dt = \cos x$

2. $\varphi(x) - 2 \int_1^2 \frac{\cos(x-t)}{x-t} \varphi(t)dt = \cos x$

3. $\varphi(x) - \int_0^1 \varphi(t)dt = 1$

4. $\varphi(x) - 2 \int_1^2 K\varphi(t)dt = 2$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтерра второго рода ?

1. $\varphi(x) - \int_a^b \sin x \varphi(t)dt = 1$

2. $\varphi(x) - \int_1^x \sin t dt = 1$

3. $\varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x \cos x \varphi(t)dt = \sin x$

4. $\int_a^x \varphi(x)dx = e^x$

Какое из данных уравнений является уравнением Фредгольма первого рода ?

$$1. \int_1^2 \sin(x-t)\varphi(t)dt = \cos x$$

$$2. \int_1^2 \sin(x-t)dt = \varphi(t)$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x e^{x-t} \varphi(t)dt = e^x$$

$$4. \varphi(x) - \int_a^x t\varphi(t)dt = x^2$$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтерра первого рода ?

$$1. \varphi(x) = \int_a^b x + \varphi(t)dt + e^x$$

$$2. \int_0^1 e^{x-t} dt = e^x$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{2} \int_2^x e^t \varphi(t)dt = 3$$

$$4. \int_0^1 e^{x-t} \varphi(t)dt = 1$$

Найти ненулевое решение уравнения $\varphi(x) = \int_0^1 \varphi(t)dt$

$$1. \varphi(x) = c$$

$$2. \varphi(x) = x$$

$$3. \varphi(x) = \sin x$$

$$4. \varphi(x) = x^2$$

Какая из заданных функций является решением уравнения $\varphi(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 \sin x \varphi(x)dt$

$$1. \varphi(x) = x^2$$

$$2. \varphi(x) = \cos x$$

$$3. \varphi(x) = \sin x$$

4. $\varphi(x) = x^2 - x$

Какая из заданных функций является решением уравнения $\varphi(x) = \cos x + \int_0^{\pi} \sin x \varphi(t) dt$?

1. $\varphi(x) = \cos x$

2. $\varphi(x) = \sin x$

3. $\varphi(x) = x$

4. $\varphi(x) = \cos x + \sin x$

Какое из заданных уравнений имеет вырожденное ядро?

1. $\varphi(x) = 2 \int_0^1 e^{xt} dt$

2. $\varphi(x) = \int_0^1 \sin(xt) \varphi(t) dt$

3. $\varphi(x) = \int_0^1 e^{(x-t)^2} \varphi(t) dt$

4. $\varphi(x) = \int_1^2 \sin(x-t) \varphi(t) dt$

Найти решение уравнения $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t) dt = 1$?

1. x

2. e^{-x}

3. $e^x + 1$

2. e^x

Найти характеристическое решение уравнения $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \varphi(x) dt = 0$?

1. $\lambda = 2$

2. $\lambda - 1$

3. $\lambda + 1$

4. $\lambda = 1$

Какой из операторов $A: R \rightarrow R$ является линейным

1. $Ax = 2x + 1$

2. $Ax = 3x$

3. $Ax = x + 1$

4. $Ax = x^2$

Найти третье приближенное решение уравнения $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = x$, если $\varphi_1(x) = x$

1. $\varphi_3(x) = 3x$

2. $\varphi_3(x) = x^3$

3. $\varphi(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$

4. $\varphi(x) = x + x + x^2$

Какой из данных операторов является симметричным?

1. $A\varphi = \int_1^2 \cos(t-x)\varphi(t)dt$

2. $Ax = \int_0^1 (t-x)\varphi(t)dt$

3. $A\varphi = \int_0^1 e^{x-t}\varphi(t)dt$

4. $A\varphi = \int_0^1 \sin(t-x)\varphi(t)dt$

Решить уравнение $\varphi(x) - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin x \varphi(t)dt = 0$

1. $\varphi(x) = e^x$

2. $\varphi(x) = c \sin x$

3. $\varphi(x) = \cos x$

4. $\varphi(x) = x$

Какая из данных функций является решением уравнения $\varphi(x) = \cos x + \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin x \varphi(t)dt$

1. $\cos x + c \sin x$

2. $\varphi(x) = \cos x$

3. $\varphi(x) = c \sin x$

4. $\sin x - \cos x$

Записать уравнение Эйлера-Лагранжа для функционала $f(y) = \int_0^1 y^2 dx$

1. $y = 0$
2. $F_{y'} = 0$
3. $y'(x) = 0$
4. $y - y' = 0$

Найти экстремали для функционала $f(y) = \int_{x_0}^{x_1} (y^2 + y) dx$

1. $2y = 0$
2. $y = -1$
3. $y = -\frac{1}{2}$
4. $y = cx$

Какое из данных уравнений является уравнением Вольтера второго рода $\int_a^x e^t \varphi(t) dt = x$

1. $\int_0^x (x - t) dt = 1$
2. $\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \sin(t - x) \varphi(t) dt = x$
3. $\varphi(x) - \int_1^x e^{x-t} \varphi(t) dt = e^x$

Нет

$$\varphi(x) - \int_1^2 \cos(t - x) dt = 0$$

Примеры для самостоятельной работы студентов :

1. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t - x) \varphi(t) dt = x$
2. Решить уравнение $\varphi(x) = 1 + \int_0^x \varphi(t) dt$.

3. Решить уравнение $\varphi(x) = \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt + x$

4. Решить уравнение $\varphi(x) = 1 + \int_0^x \varphi(t)dt$

5. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = x$

6. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^{\frac{1}{2}} \varphi(t)dt = x$

7. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = x$

8. Решить уравнение $\int_0^x (x-t)^{\frac{1}{2}} \varphi(t)dt = x^{\frac{5}{2}}$

9. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t)dt = 1x$

10. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt = 0$

11. . Решить уравнение $\varphi(x) = \int_0^x (t-x)\varphi(t)dt - x$

12. . Решить уравнение $\varphi(x) = \int_0^x (t+x)\varphi(t)dt + x$

13. Решить уравнение $\varphi(x) - \int_0^1 \varphi(t)dt = 2x$

14. Решить уравнение $\varphi(x) = 1 - \int_0^x \varphi(t)dt$

15. Решить уравнение $\varphi(x) = 3 + \int_0^x \varphi(t)dt$

Вопросы для подготовки бакалавров к зачету

1. Какое λ является характеристическим для уравнения

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^x \cos(x+t)\varphi(t)dt = \sin x$$

2. Какая функция $\varphi(x)$ является решением уравнения $\varphi(x) - \int_0^x \varphi(t)dt = 1x$

3. Является ли данное уравнение фредгольмовым второго порядка

$$\varphi(x) - 2 \int_1^2 \frac{\cos(x-t)}{x-t} \varphi(t)dt = \cos x$$

4. Является ли данное уравнение уравнением Вольтерра первого рода

$$\varphi(x) = \int_a^b x + \varphi(t)dt = e^x$$

5. Является ли данное уравнение уравнением Вольтерра первого рода

$$\int_0^1 \sin(x-t)dt = \cos x ?$$

6. Дайте определение банахового пространства .

7. Приведите пример физических задач, приводящих к интегральному уравнению .

8. Что такое функционал?

9. Частный случай уравнения Эйлера.

10. Приведите пример уравнения Фредгольма

11. Основные понятия уравнения типа Нетера.

12. Приведите пример простейших задач связанных с функционалами.

13. В чем заключается метод вариации с неподвижным концом.

14. Основные понятия метода регуляции.

15. Приведите пример уравнения Вольтерра.

16. Сформулировать определение линейного пространства.

17. Сформулировать определение метрического пространства.

18. Сформулировать определение евклидова пространства.

19. Сформулировать определение линейного оператора .

20. Сформулировать определение интегрального оператора Фредгольма с симметрическим ядром.

21. Записать уравнение Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром.

22. Сформулировать теорему о разрешимости интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода.

23. Записать метод последовательных приближений решения интегрального уравнения

Фредгольма 2-го рода.

24. Записать оператор Штурма -Лиувилля.

25. Сформулировать задачу Штурма -Лиувилля в случае однородных граничных условий первого рода.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум - 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература

1. Васильева, Аделаида Борисовна. Интегральные уравнения : учебник / Васильева, Аделаида Борисовна, Н. А. Тихонов. - Изд. 3-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань : МГУ, 2009, 1989. - 159 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0911-2 : 174-13
2. Гельфанд И.М. Вариационное исчисление : Учеб. для ун-тов / И. М. Гельфанд, С. В. Фомин. - М. : Физ-мат. гиз, 1961. - 228с
3. Краснов, Михаил Леонтьевич. Интегральные уравнения / Краснов, Михаил Леонтьевич, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - 2-е изд., доп. - М. : Наука, 1976. - 215 с. ; 20 см. + черт. - (Избранные главы высшей математики для инженеров и студентов втузов: Задачи и упражнения). - Список лит.: с. 214-215. - 0-50.
4. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко ; под ред. В.К.Романко. - М. : Лаб. Баз. Знаний: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 255,[1] с. - (Технический университет). - ISBN 5-93208-120-1 : 1

б) Дополнительная литература

1. Бугров, Яков Степанович. Высшая математика : [по инженер.-техн. специальностям: в 3 т.]. Т.2 : Дифференциальное и интегральное исчисление / Бугров, Яков Степанович ; С.М.Никольский. - 7-е изд., стер. - М. : Дрофа, 2007, 2005, 2004. - 509 с. : ил. ; 21 см. - (Высшее образование: Современный учебник). - Предм. указ.: с. 282-284. - ISBN 5-7107-9846-0 : 96-00
2. Эльсгольц, Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : Учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Эльсгольц, Лев Эрнестович. - 4-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2000. - 319 с. : ил. ; 24 см. - Библиогр.: с. 316 . - ISBN 5-8360-0098-0 : 0-0.
3. Вариационное исчисление и методы оптимизации / [сост.: Н.Ш.Загиров, М.К.Ризаев]; М-во образования и науки РФ, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : Изд- во ДГУ, 2010. - 63 с. - 38-00.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: [http://edu.dgu.ru/\(дата 10.06.18:\)](http://edu.dgu.ru/(дата%2010.06.18:)).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплины распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 2 компьютерных класса и 2 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.

