

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ:**

### **«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

**Направление:**

03.03.02. Физика

**Профили подготовки**

«Фундаментальная физика», «Медицинская физика»

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *очная*

Статус дисциплины: *базовая*

Рабочая программа дисциплины «**Дифференциальные уравнения**» составлена в 2020 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению **03.03.02- Физика** (уровень: бакалавриат) от «7» августа 2018г. № 937.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Джабраилова Лейла Мусаевна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2020 г., протокол № 10

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  Сиражудинов М.М.  
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2020 г., протокол № 6.

Председатель \_\_\_\_\_  Бейбалаев В.Д.  
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением

«29» июня 2020г. \_\_\_\_\_  Гасангаджиева А.Г.

## Содержание

### Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

## Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина "**Дифференциальные уравнения**" входит в базовую часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению **03.03.02 "Физика"**

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОК-7, ОПК-1, ОПК-2.**

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа.**

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **экзамена.**

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в 144 академических часах по видам учебных занятий

| Семес<br>тр | Учебные занятия                                |                          |                          |     |                  |  | СРС, в<br>том<br>числе<br>экзамен | Форма<br>промежуточной<br>аттестации<br>(зачет,<br>дифференцирова<br>нный зачет,<br>экзамен |
|-------------|--|--------------------------|--------------------------|-----|------------------|--|-----------------------------------|---|
|             | в том числе                                    |                          |                          |     |                  |  |                                   |   |
|             | Контактная работа обучающихся с преподавателем |                          |                          |     |                  |  |                                   |   |
| Все<br>го   | из них<br>Лекц<br>ии                           | Лабораторн<br>ые занятия | Практическ<br>ие занятия | КСР | консул<br>ьтации |  |                                   |   |
| 3           | 144  | 18                       |                          | 30  |                  |  | 60 + 36                           | экзамен   |
|             |  |                          |                          |     |                  |  |                                   |   |

### 1. Цели освоения дисциплины:

**Целями** освоения дисциплины "Дифференциальные уравнения" является формирование современных теоретических знаний в области обыкновенных дифференциальных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем. Обучение студентов основным методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений и использованию при математическом моделировании физических, биологических и других процессов. Обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений как средства математического моделирования.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина " Дифференциальные уравнения " входит в базовую часть математического и естественно - научного цикла.

Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы дифференциальных уравнений находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплины вместе с математическим

анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

| Код компетенции | Формулировка компетенции из ФГОС ВО   | Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)   |
|-----------------|---|---|
| ОК-7            | Способность к самоорганизации и самообразованию   | <p><b>Знать:</b> содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации.</p> <p><b>Уметь:</b> планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способе принятия решений с учетом условий, средств, личных возможностей и временной перспективы достижения целей. Самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> технологиями организации процесса самообразования, приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования и организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p> |
| ОПК-1           | Способность использовать в профессиональной деятельности базовые естественно-научные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук. | <p><b>Знать:</b> основные теоремы курса дифференциальных и интегральных уравнений, основные методы теории дифуравнений, постановки основных классических задач.</p> <p><b>Уметь:</b> решать задачи приводящие к дифференциальным уравнениям и интегральным уравнениям</p> <p><b>Владеть:</b> методами исследования и методами составления математических моделей в виде дифференциальных уравнений и их систем.</p>   |

|       |   |   |
|-------|---|---|
| ОПК-2 | <p>Способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.</p> | <p><b>Знать:</b> основные теоремы теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как уравнения в частных производных, методы матфизики. решать классические задачи физики и прикладной математики с помощью дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Владеть:</b> методами моделирования практических задач с помощью дифференциальных уравнений и интегральных уравнений, навыками применения качественного анализа решений.</p> |
|-------|---|---|

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 академических часов.

4.2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц **144 часов**

| №   | Раздел дисциплины  | Вс<br>его | Виды учебной работы,<br>включая сам.раб.<br>студ-в и трудоемк. (в<br>час.) |             |              | контроль | Формы<br>текущ.контр.<br>успев-ти.<br>Форма<br>промежут.<br>аттестации |
|---|--|-----------|--|-------------|--------------|----------|--|
|   |  |           | лек.   | пр.<br>зан. | сам.<br>раб. |          |  |
| <b>Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка</b> |  |           |  |             |              |          |  |
| 1   | Раздел1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка.Задача Коши.                                    | 18        | 2  | 6           | 6            | 4        | Контрольная работа   |
| 2   | Раздел 2. Уравнение в полных дифференциалах.Линейные уравнения и уравнение Бернулли..            | 16        | 2  | 4           | 6            | 4        | Контрольная работа   |
| 3   | Раздел 3. Уравнения, неразрешенные относительно производной                                      | 18        | 2  | 4           | 8            | 4        | Коллоквиум   |
|   | Итого за модуль  | 52        | 6  | 14          | 20           | 12       |  |
| <b>Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков</b> |  |           |  |             |              |          |  |
| 4   | Раздел 4. Дифференциальные уравнения высших порядков..   | 16        | 2  | 4           | 6            | 4        | Контрольная работа   |
| 5   | Раздел 5. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами .                         | 24        | 4  | 4           | 10           | 6        | Контрольная работа   |
| 6   | Раздел 6. Краевые задачи.Функция Грина.Задача ШтурмаЛиувилля.                                    | 16        | 2  | 4           | 4            | 6        | коллоквиум   |
|   | Итого за модуль 2  | 56        | 8  | 12          | 20           | 16       |  |
| 7   | <b>Модуль3.Системы дифференциальных уравнений</b>  |           |  |             |              |          |  |
|   | Раздел 7.Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Устойчивость. | 18        | 2  | 2           | 10           | 4        | Контрольная работа   |
|   | Раздел8.Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных.                             | 18        | 2  | 2           | 10           | 4        | Контрольная работа   |
|   | Итого за модуль  | 36        | 4  | 4           | 20           | 8        |  |
|   |  | 144       | 18   | 30          | 60           | 36       | экзамен  |

### 4.3.Содержание тем программы.

#### Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Целью изучения модуля «Дифференциальные уравнения первого порядка» является овладение студентами знаний интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка.

Основными задачами модуля являются изучение методов интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, установление достаточных условий существования и единственности задачи Коши, два метода нахождения особых решений.

В результате усвоения модуля студент должен иметь целостное представление о составлении дифференциальных уравнений заданного семейства линий.

### **Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.**

Историческая справка. Технические, геометрические и биологические задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения первого порядка. Частное решение, общий интеграл, общее решение, поле направлений, изоклины. Составление дифференциальных уравнений семейства линий.

### **Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящие к ним.**

Понятие дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Приведение его к уравнению с разделенными переменными.

Понятие однородной функции любого порядка. Формула Эйлера. Понятие однородного дифференциального уравнения и метод приведения его к уравнению с разделяющимися переменными. Типы уравнений, приводящиеся к однородным уравнениям.

### **Тема 3. Линейное уравнение 1-го порядка. Уравнение Бернулли.**

Однородные линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Неоднородные линейные уравнения первого порядка. Свойства этих уравнений. Взаимосвязь этих уравнений. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному неоднородному уравнению. Возможность обобщения последнего.

### **Тема 4. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.**

Определение полного дифференциала функции двух переменных и его связь с уравнением в полных дифференциалах. Существование бесконечного множества интегрирующих множителей у любого дифференциального уравнения первого порядка с непрерывно дифференцируемыми коэффициентами.

### **Тема 5. Теорема Коши для уравнений первого порядка.**

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Метод последовательных приближений Пикара. Условие Липшица. Анализ случаев необходимых и достаточных условий. Вопросы продолжения решений. Приложения к приближенным решениям дифференциальных уравнений.

### **Тема 6. Уравнения, неразрешенные относительно производной.**

Нахождение решений методом введения параметра. Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро. Огибающая семейства решений (прямых) уравнения Клеро.

### **Тема 7. Особые решения.**

Понятие особого решения дифференциального уравнения первого порядка. Два метода нахождения особого решения. Склеенные решения.

## **Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общая теория линейных дифференциальных уравнений $n$ -го порядка.**

Целью изучения данного модуля является овладение студентами знаниями проведения одного уравнения высшего порядка к системе уравнений первого порядка.

Студент должен освоить методы решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, приложение их в колебательных процессах.

### **Тема 1. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.**

Дифференциальные уравнения, разрешимые в квадратурах. Функция Коши. Однородные и обобщенно – однородные дифференциальные уравнения относительно различных переменных и методы понижения порядка.

### **Тема 2. Общая теория линейных дифференциальных уравнений $n$ -го порядка.**

Определение, общие свойства, фундаментальная система, определитель Вронского. Построение общего решения однородного уравнения. Формула Остроградского – Лиувилля. Построение однородного дифференциального уравнения по заданной фундаментальной системе.

### **Тема 3. Линейные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.**

Однородные линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка и их свойства. Характеристическое уравнение. Случай различных характеристических корней (действительных и мнимых). Определитель Ван-дер-монда. Случай кратных характеристических корней. Использование формулы Лейбница при построении фундаментальной системы. Нахождение частного решения неоднородного уравнения по виду правой части. Уравнение гармонических колебаний. Резонанс. Уравнения Бесселя, Чебышева и др.

**Тема 4. Уравнение Эйлера. Неоднородные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.**

Решение уравнений с помощью рядов.

Различные модификации однородного и неоднородного дифференциального уравнения Эйлера. Метод преобразования уравнения Эйлера в уравнение с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.

**Тема 5. Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля.**

Понятие о краевых задачах. Функция Грина. Задача Штурма – Лиувилля.

**Тема 6. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений**

Определение, общие свойства.

Теорема Коши. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Остроградского – Лиувилля. Построение общего решения линейной однородной системы.

Построение однородной линейной системы по заданной фундаментальной системе. Нахождение частного решения неоднородной системы методом вариации произвольных постоянных.

**Тема 7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие о теории устойчивости Ляпунова.**

Метод Эйлера нахождения частных решений. Характеристическое уравнение. Случай действительных различных корней.

Случай кратных корней:

первый подслучай – число кратности совпадает с числом независимых собственных векторов;

второй подслучай – число независимых собственных векторов меньше числа кратности характеристического корня. Метод неопределенных коэффициентов. Исследование траекторий в окрестности особых точек.

Понятие особой точки системы. Однородная система двух линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Случай седла, узлов, фокуса и центра. Метод построения траекторий системы. Условия грубости системы. Исследование Фроммера. Понятие о предельных циклах.

Понятие устойчивости по Ляпунову. Метод функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости тривиального решения системы дифференциальных уравнений (второй метод).

**Тема 8. Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.**

Дифференциальные уравнения в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных .

#### 4.4. Темы практических занятий

##### Модуль 1.

**Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.**

*Занятие 1.* (в аудитории и вне аудитории)

1. Решение с помощью изоклин.
2. Составление дифференциальных уравнений.

(номера задач из сборника № 13, 15, 21, 31, 2, 10, 16, 22, 34)

**Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящиеся к ним**

### ***Занятие 1.***

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Задача, приводящая к уравнению первого порядка.
3. Однородные уравнения.  
(№ 51, 52, 84, 85, 101, 102)
4. Уравнения, приводящиеся к однородным.  
(№ 113, 114, 132, 133).

### **Тема 3. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.**

#### ***Занятие 1.***

1. Однородное линейное уравнение
2. Неоднородное уравнение.
3. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному.  
(№ 140, 167, 173, 174, 175)

### **Тема 4. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.**

#### ***Занятие 1.***

1. Уравнение в полных дифференциалах.
2. Интегрирующий множитель.  
(№ 190, 191, 195, 196, 218, 219)

### **Тема 5. Теорема Коши для уравнения первого порядка.**

#### ***Занятие 1.***

1. Метод последовательных приближений Пикара.
2. Условия единственности решения.  
(№ 221(а), 223(а), 225(б), 226(б), 227(а,г), 229(а,б), 230(а,б)).

### **Тема 6. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.**

#### ***Занятие 1.***

1. Примеры уравнений, неразрешенные относительно производной.
2. Уравнения, решаемые методом введения параметра.  
(№ 241, 242, 267, 268, 283, 284).
3. Уравнение Лагранжа.
4. Уравнение Клеро.  
(№ 297, 288, 289, 290, 295, 296).

### **Тема 7. Особые решения.**

#### ***Занятие 1.***

1. Нарушение условия Липшица. Понятие особого решения.
2. Уравнения, для которых существуют необходимые и достаточные признаки особых решений.  
(№ 259, 260, 261, 262, 263, 264).

#### **Модуль 2.**

### **Тема 1. Дифференциальные уравнения высших порядков Уравнения, допускающие понижение порядка.**

#### ***Занятие 1.***

1. Уравнения, разрешимые в квадратурах.
2. Уравнения, однородные относительно части переменных.
3. Уравнения, левая часть которых есть полный дифференциал.  
(№ 422, 448, 463, 464, 501, 502).

**Тема 2. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка.**

**Занятие 1, 2.**

1. Линейные преобразования
2. Линейная зависимость и независимость функций.
3. Построение уравнения по заданной системе решений.  
(№ 641, 642, 649, 650, 661, 662, 665, 667, 673, 681, 682, 704, 705, 719).

**Тема 3. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.**

**Занятие 1.**

1. Однородные уравнения.
2. Случай различных характеристических корней.  
(№ 511, 512, 513, 514, 517, 518).
3. Случай кратных характеристических корней.
4. Составление однородных уравнений.  
(№ 522, 523, 524, 527, 613, 615).

**Занятие 2.**

1. Неоднородные системы.
2. Метод вариации постоянных
3. Метод неопределенных коэффициентов.  
(№ 537, 538, 575, 577, 601, 602).

**Тема 4. Уравнение Эйлера.**

**Занятие 1.**

1. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами.
2. Преобразование уравнений.  
(№ 593, 594, 599, 600).

**Тема 5. Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля.**

**Занятие 1.**

1. Понятие о краевой задаче.
2. Функция Грина.
3. Задача Штурма – Лиувилля.  
(№ 751, 753, 755, 764, 766, 767, 770, 771, 782, 784, 785)

**Тема 6. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений**

**Занятие 1.**

1. Условие существования и единственности решений.
2. Фундаментальная система решений. (№ 846, 876).

**Тема 7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие о теории устойчивости Ляпунова.**

**Занятие 1.**

1. Решение систем методом исключения переменных.
2. Построение однородных систем по заданным решениям.
3. Решение однородных систем методом Эйлера.  
(№ 786, 787, 788, 789, 790, 791, 800, 801, 802, 803, 804).
4. Случай кратных корней характеристического уравнения.  
(№ 808, 809, 810, 811, 812).
5. Неоднородные системы линейных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных. (№ 834, 847, 848, 849).

**Занятие 2.**

1. Непосредственное исследование на устойчивость тривиального решения.
2. Исследование устойчивости по первому приближению.
3. Нахождение области асимптотической устойчивости. (№ 882, 883, 901, 903, 907, 909, 912).
4. Исследование устойчивости с помощью функции Ляпунова.

## 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов. По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы экспертов и специалистов.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Лабораторные занятия.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. А.Р. Эфендиев, Дифференциальные уравнения (пособие), ДГУ, 2012 г.
2. А.Р. Эфендиев, Практикум по дифференциальным уравнениям (пособие), ДГУ, 2012 г.
3. Киясов, С.Н.Шурыгин В.В. Дифференциальные уравнения. Основы теории. Учебное пособие. - Казань, КФУ, 2011 г.
4. Мухарлямов Р.К. Панкратьева Т.Н. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. / Метод пособие. Казань, КФУ. - 2013 г

| Разделы и темы для самостоятельного изучения  | Виды и содержание самостоятельной работы  |
|---|---|
| Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.   | Доклады на тему : Физические задачи приводящие к дифференциальным уравнениям. Классические задачи динамики, статики и механики. |
| Тема 2. Решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность. Автономные уравнения. | Доклады на тему:<br>1. Задача Коши для уравнений 1 порядка и систем дифуравнений.<br>2. Фазовый портрет и динамика.             |
| Тема 2. Операционный метод и его применение к решению дифференциальных уравнений и систем.  | Доклады на тему:<br>1. Метод Рунге-Кутты и его применение для решения дифференциального уравнения.                              |
| Тема 3. Метод изоклин и его использование для приближенного построения интегральных кривых.   | Доклады на тему: 1. Непрерывная зависимость решения от начальных условий и параметра.   |
| Тема 4. Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости   | Доклад на тему: Фазовый портрет системы дифуравнений.   |
| Тема 5. Решение уравнений с помощью рядов.  | Доклады на тему:<br>1. Численные методы решения дифуравнений.   |

|   |   |
|---|---|
| Тема 6 .Краевые задачи                                | Доклады на тему:1.Задача Штурма -Лиувилля<br>2.Функция Грина и ее построение..  |
| Тема 7. Непростые неподвижные точки.<br>Устойчивость. | Доклады на тему:<br>1. Некоторые дифференциальные модели в биологии и химической кинетике и физике.<br>Примеры полного качественного исследования |

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

**Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.**

| Код компетенции и из ФГОС ВО | Наименование компетенции из ФГОС ВО             | Планируемые результаты обучения  | Процедура освоения  |
|------------------------------|---|--|---|
| ОК-7                         | Способность к самоорганизации и самообразованию | <p><b>Знает:</b> содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации.</p> <p><b>Умеет:</b> планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способа принятия решений с учетом условий, средств, личных возможностей и временной перспективы достижения целей. Самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеет:</b> технологиями организации процесса самообразования, приемами целеполагания во временной</p> | Четкая организация учебного процесса, самостоятельное усвоение и поиск информации, дисциплина и режим работы. |

|       |  |   |  |
|-------|--|---|--|
|       |  | перспективе, способами планирования и организации, самоконтроля и самооценки деятельности.  |  |
| ОПК-1 | Способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики  | <p><b>Знает:</b> фундаментальные понятия, определения и теоремы математического анализа, теории дифуравнений .</p> <p><b>Умеет:</b> самостоятельно и в составе коллектива решать типичные задачи из курса дифференциальных уравнений. Выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач в качественном анализе дифуравнений на практике; использовать приложения для решения разнообразных задач математики.</p> <p><b>Владеть:</b> основными методами дифференциального и интегрального исчисления для конкретного применения при коллективном решении естественнонаучных и прикладных задач.</p> | Коллоквиум, контрольная работа, экзамен                          |
| ОПК-2 | Способность выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический | <p><b>Знает:</b> основные теоремы теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин. Знает основные связи между дисциплинами естественного цикла, основные алгоритмы и методы математизации научного знания.</p>   | Коллоквиум, контрольная работа, лабораторный практикум, экзамен. |

|  |         |   |  |
|--|---------|---|--|
|  | аппарат | <p><b>Умеет:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как уравнения в частных производных, методы матфизики. решать классические задачи физики и прикладной математики с помощью дифференциальных уравнений. Умеет составлять математические модели предлагаемых прикладных задач.</p> <p><b>Владеет:</b> методами моделирования практических задач с помощью дифференциальных уравнений и интегральных уравнений, навыками применения качественного анализа решений. Владеет современными методами анализа решений уравнений и их систем.</p> |  |
|--|---------|---|--|

## 7.2. Типовые контрольные задания

### 1. Контрольные вопросы

#### Примеры для самостоятельной работы

1. Решить уравнение  $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$ .
2. Решить систему  $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение  $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$ .
4. Решите систему  $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$ .
5. Решить уравнение  $xy' + y = y'^2$ .
6. Решить систему  $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$ .
7. Решить уравнение  $xy' - y = x^3$ .
8. При каких значениях  $a$  асимптотически устойчиво нулевое решение системы  $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$ .
9. Решить уравнение  $xy' - y = x^3y^2$ .

10. Исследовать систему  $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$  на устойчивость.
11. Решить уравнение  $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$ .
12. Исследовать на устойчивость  $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$ .
13. Найти особые решения уравнения  $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$ .
14. Решить задачу Коши для системы  $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$ .
15. Каждая из функций семейства  $y = Ce^x + \frac{4}{c}$  является решением уравнения  $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$ . Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши  $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$ .
17. Решить уравнение  $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$ .
18. С помощью  $V = x^2 + y^2$  исследовать систему  $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$  на устойчивость.
19. Решить уравнение  $y''' + y' = x$ .
20. С помощью функции  $V = x^2 + 2y^2$  исследовать на устойчивость тривиальное решение  $x \equiv 0, y \equiv 0$  системы  $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$ .
21. Определить тип особой точки уравнения  $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{2x + y}$ .
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы  $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения  $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$ .
24. Найти область асимптотической устойчивости системы  $x' = \ln(e + ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg} y$ .
25. Решить уравнение  $y = 2xy' - y'^2$ .
26. Найти область асимптотической устойчивости системы  $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$ .
27. Являются ли функции  $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$  линейно зависимыми.
28. Решить систему  $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$ .
29. Найти общее решение уравнения  $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$ , зная два частных решения  $y_1 = 2x, y_2 = (x + 1)^2$ .
30. Решить уравнение  $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ .
31. Решить уравнение  $y''' - 2y'' - 3y' = x + e^{-x}$ .
32. Найти решение уравнения  $2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ , удовлетворяющее условию  $z = 2x$  при  $y = 1$ .
33. Найти  $y_0, y_1, y_2$ , если  $y' = x^2 - y^2, y(0) = 0$ .
34. Решить систему  $x' = -x + y + z, y' = x - y + z, z' = x + y - z$ .
35. Найти особое решение уравнения  $y = x + 2y' - (y')^2$ .
36. Решить задачу Коши  $x' = 4x - 5y, y' = x, x(0) = 1, y(0) = 0$
37. Построить диф. уравнение семейства кривых  $x^2 + c(x - 3y) + c^2 = 0$ .
38. Решить задачу Коши  $x' = x + 2y, y' = 4y + 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$ .
39. Найти линии, ортогональные линиям семейства окружностей  $x^2 + y^2 = 2cx$ .

40. Решить систему  $x' = x - y, y' = y - x$ .
41. Определить тип особой точки системы  $x' = 2x - y, y' = x - 3y$ .
42. Решить задачу Коши  $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, z(0, y) = \frac{1}{y^2}$ .
43. Решить задачу Коши  $y'' - 4y' - 5y = x, y(0) = 1, y'(0) = 0$ .
44. Установить тип особой точки системы  $x' = 2x - 3y, y' = 4x + y$ .
45. Решить задачу Коши  $y'' + 4y = \cos x, y(0) = 0, y'(0) = 1$ .
46. Решить систему  $x' = x - y - z, y' = x + y, z' = 3x + z, \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = 1 \pm i$ .
47. Найти расстояние между нулями решений уравнения  $y'' + 6xy = 0$  на  $[6;15]$ .
48. Решить систему  $x' = y - 5 \cos t, y' = 2x + y$ .
49. Оценить количество нулей любого решения уравнения  $y' + 5xy = 0$  на  $[5;125]$ .
50. Являются ли  $\varphi_1 = t^2 + 2xy, \varphi_2 = y^2 - t^2 x^2$  первыми интегралами системы уравнений
- $$x' = -y, y' = \frac{y^2 - t}{x}.$$
51. Найти решение уравнения  $y'' + 2xy = 0$  в виде степенного ряда.
52. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы
53.  $x' = -x + \alpha y + \beta z, y' = -\alpha x - y + \alpha z, z' = -\beta x - \alpha y - z$ .
54. Решить уравнение  $y''' - y'' = x + 2$ .
55. Найти область асимптотической устойчивости системы  $x' = ax - y, y' = 2x + by$ .
56. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы
- $$x' = -x + 2xy^2, y' = -y - 2x^2 y.$$

### Тесты для самостоятельной работы

#### Тест №1

по дифференциальным уравнениям

- I. Семейство линий  $y = Cx^3$  является общим решением дифференциального уравнения:
- 1)  $xy' = 3y$ ; 2)  $y^2 + y'^2 = 1$ ; 3)  $x^2 y' - xy = yy'$ ; 4)  $y' = 3y^{2/3}$ ; 5)  $y = e^{xy'/y}$ .
- II. Выражение  $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$  - общий интеграл дифференциального уравнения:
- 1)  $xydx + (x+1)dy = 0$ ; 2)  $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$ ; 3)  $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$ ;  
4)  $xy' + y = y^2$ ; 5)  $y' = 10^{x+y}$ .
- III. Дифференциальное уравнение является однородным:
- 1)  $(x+2y-1)dx + xdy = 0$ ; 2)  $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$ ; 3)  $(x+y)dx + (y-1)dy = 0$ ;  
4)  $(x^2 + y)dx - xydy = 0$ ; 5)  $(1-x)dx + (x+y)dy = 0$ .
- IV. Функция  $\mu(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$  - интегрирующий множитель дифференциального уравнения:
- 1)  $(x^2 - y)dx + x(y+1)dy = 0$ ; 2)  $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$ ;  
3)  $(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$ ; 4)  $xy^2(xy' + y) = 1$ ; 5)  $(x^2 + 3 \ln y)ydx = xdy$ .
- V. Дифференциальное уравнение  $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$  имеет единственное решение при начальных условиях:

- 1)  $x_0 = -1, y_0 < 0, y_0'$  - любое; 2)  $x_0 = -1, y_0 > 0, y_0'$  - любое; 3)  $x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1$ ;  
 4)  $x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0$ ; 5)  $x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0$ .

VI. Функция  $y = 0,25x^2$  является особым решением дифференциального уравнения:

- 1)  $y = 2xy' - 4y'^2$ ; 2)  $y = xy' - y'^2$ ; 3)  $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$ ; 4)  $xy' - y = \ln y'$ ;  
 5)  $x = y^2 + y'$ .

VII. Уравнение  $y'' - 2y' = 2e^x$  имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям  $y(1) = -1, y'(1) = 0$ :

- 1)  $y = (7 - 3x)e^{x-2}$ ; 2)  $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$ ; 3)  $y = e^{2x} - 3e^x - 1$ ; 4)  $y = e^{-x} - e + x - 1$ ;  
 5)  $y = -2x^2 + 4x + 1$ .

VIII. Выражение  $y = x^2e^x$  - частное решение (возможно более низкого порядка) дифференциального уравнения:

- 1)  $y'' - 4y' + 5y = 0$ ; 2)  $y^{IV} + 2y' + y = 0$ ; 3)  $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ .

IX. Система функций линейно зависима:

- 1)  $x + 2, x - 2$ ; 2)  $6x + 9, 8x + 12$ ; 3)  $\sin x, \cos x$ ; 4)  $1, x, x^2$ ; 5)  $e^x, e^{2x}, e^{3x}$ .

X. Уравнением Эйлера является:

- 1)  $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$ ; 2)  $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$ ; 3)  $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$ ;  
 4)  $x^3y''' + x^2y' - y = 0$ ; 5)  $(x-2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$ .

XI. Функция  $y = x^3$  является решением уравнение:

- 1)  $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$ ; 2)  $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$ ; 3)  $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$ ;  
 4)  $x^3y''' + x^2y' - y = 0$ ; 5)  $(x-2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$ .

XII. Функция  $f(x, y)$  не удовлетворяет условию Липшица по  $y$  на прямой  $y = -x$ :

- 1)  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ; 2)  $f(x, y) = x + y$ ; 3)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ; 4)  $f(x, y) = 1 + \sqrt{x + y}$ ; 5)  
 $f(x, y) = 1 + x + y$ .

XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения  $y'' + 2xy = 0$  на  $[20; 45]$  удовлетворяет оценкам:

- 1)  $0,5 < d < 1$ ; 2)  $0,33 < d < 0,5$ ; 3)  $0,2 < d < 0,3$ ; 4)  $0,1 < d < 0,2$ ; 5)  $0,31 < d < 0,33$ .

XIV. Нулевое решение системы устойчиво:

- 1)  $x' = x, y' = 2y$ ; 2)  $x' = 2x, y' = y$ ; 3)  $x' = -x, y' = y$ ; 4)  $x' = -x, y' = -2y$ ;  
 5)  $x' = x, y' = -y$ ;

XV. Особая точка  $(0,0)$  системы является седлом:

- 1)  $x' = 3x, y' = 2x + y$ ; 2)  $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$ ; 3)  $x' = x, y' = 2x - y$ ; 4)  
 $x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$ ; 5)  $x' = 3x + y, y' = y - x$ .

XVI. Выражение  $z = f(x^2 + y^2)$  есть общее решение уравнения:

- 1)  $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; 2)  $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; 3)  $2y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; 4)  $y \frac{\partial z}{\partial x} - 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ;  
 5)  $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .

Тест №2

по дифференциальным уравнениям

- I. Функция  $y = x + C\sqrt{1+x^2}$ , где  $C \in R$ , является решением дифференциального уравнение:



XV. Функция  $V(x, y)$  является знакоопределённой:

1)  $V(x, y) = x^2 + y^2$ ; 2)  $V(x, y) = (x + y)^2$ ; 3)  $V(x, y) = x^2 - y^2$ .

XVI. Положение равновесия системы уравнений устойчивый узел:

1)  $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$ ; 2)  $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$ ; 3)  $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$ .

XVII. Функция  $z = x^3 + y^2 + 1$  есть решения уравнения:

1)  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$ ; 2)  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ ; 3)  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$ .

XVIII. Расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения  $y'' + \pi^2 y = 0$  равно:

1) 2; 2) 1; 3) 0,5.

Тест №3

по дифференциальным уравнениям

I. Функция  $y = Cx + \frac{C}{\sqrt{1+C^2}}$ , где  $C \in R$ , является решением дифференциального уравнение:

1)  $y + xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}$ ; 2)  $y - xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}$ ; 3)  $y - xy' = \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y'}$ .

II. Интегральные кривые уравнения  $xy' = -y$  имеют вид:

1)  $y = Cx$ ; 2)  $y = C + x$ ; 3)  $xy = C$ .

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

1)  $y = xy' + 1$ ; 2)  $y = xy' + y^2$ ; 3)  $yy' = x$ .

IV. Решением дифференциального уравнения  $y' + y = 2$  являются:

1)  $y = x$ ; 2)  $y = 2$ ; 3)  $y = -2$ .

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

1)  $\sqrt{x^2 - y^2} dx + xdy = 0$ ; 2)  $\sqrt{x^2 - y^2} dx + dy = 0$ ; 3)  $\sqrt{x^2 - y^2} dx + xydy = 0$ .

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

1)  $(y^2 + 1)dx - xdy = 0$ ; 2)  $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$ ; 3)  $(x - y)dx + (-x + y)dy = 0$ .

VII. Функция  $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$  - является интегрирующим множителем уравнения:

1)  $\left(1 + \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0$ ; 2)  $\left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0$ ; 3)  $\left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy - \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0$ .

VIII. Функция линейно зависима:

1)  $1, x$ ; 2)  $\sin x, \cos x$ ; 3)  $\sin^2 x, \cos^2 x$ .

IX. Функции  $y_1 = e^x, y_2 = e^{-x}$  образуют фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения:

1)  $y'' - y = 0$ ; 2)  $y'' + y = 0$ ; 3)  $y'' - 4y = 0$ .

X. Особая точка (положение равновесия) системы уравнения является седлом:

1)  $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$ ; 2)  $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$ ; 3)  $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$ .

XI. Сколько особых точек (положений равновесия) имеет система уравнений -

$$\frac{dx}{dt} = x^2 - y^2 - 5, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 13:$$

- 1) 2; 2) 3; 3) 4.

XII. Функция  $V(x, y)$  является знакопостоянной:

1)  $V(x, y) = x^4 + y^4$ ; 2)  $V(x, y) = (x - y)^2$ ; 3)  $V(x, y) = x^2 - y^2$ .

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения  $y'' + \frac{1}{4} \pi^2 y = 0$  равно:

- 1) 2; 2) 3; 3) 0,5.

XIV. С помощью функции  $V(x, y) = x^2 + y^2$  можно установить неустойчивость тривиального решения системы:

1)  $x' = -x, y' = -y$ ; 2)  $x' = -x + 2y, y' = -2x - y$ ; 3)  $x' = x - y, y' = -x + y$ .

XV. Особая точка системы  $\frac{dx}{dt} = x(x + y - 2), \frac{dy}{dt} = y(1 - x)$  является фокусом:

1)  $O_1(0,0)$ ; 2)  $O_2(1,1)$ ; 3)  $O_3(2,0)$ .

XVI. Функция  $u(x, y) = \ln x + \ln y$  является решением уравнения:

1)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2$ ; 2)  $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 1$ ; 3)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$

#### Тест №4

по дифференциальным уравнениям

I. Дифференциальным уравнением семейства кривых  $x^2 + y^2 = Cx$ , где  $C \in R$ , является уравнение:

1)  $2xyy' = y^2 + x^2$ ; 2)  $2xyy' = y^2 - x^2$ ; 3)  $xyy' = y^2 - x^2$

II. Интегральные кривые уравнения  $y' = 2xy$  имеют вид:

1)  $ye^{x^2} = C$ ; 2)  $y = Ce^{x^2}$ ; 3)  $y = Ce^{x^2}$ .

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

1)  $xy' = y + x$ ; 2)  $xy' = y^2 + x$ ; 3)  $xy' = \sqrt{y}$ ;

IV. Решением дифференциального уравнения  $y' + y = -3$  являются:

1)  $y = -x$ ; 2)  $y = 3$ ; 3)  $y = -3$ .

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

1)  $\sqrt{x}dx + (x - y)dy = 0$ ; 2)  $ydx - xdy = 0$ ; 3)  $(y + 1)dx + xdy = 0$ .

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

1)  $(x + y^2)dx - 2xydy = 0$ ; 2)  $dx + xydy = 0$ ; 3)  $(x + 2y)dx + (2x - y)dy = 0$ .

VII. Функция  $\mu(x, y) = \frac{1}{x^2}$  является интегрирующим множителем дифференциального уравнения:

1)  $(x^2 + \sin^2 y)dx + x \sin 2y dy = 0$ ;

2)  $(x^2 - \sin^2 y)dx + x \sin 2y dy = 0$ ;

3)  $(x^2 - \sin^2 y)dx - x \sin 2y dy = 0$ .

VIII. Функции линейно зависимы:

1)  $4 - x, 2x - 8$ ; 2)  $e^x, e^{2x}$ ; 3)  $1, x$ .

IX. Функции  $y_1 = \cos x, y_2 = \sin x$  образуют фундаментальную систему решений уравнения:

1)  $y'' - 2y = 0$ ; 2)  $y'' + 2y = 0$ ; 3)  $y'' + y = 0$ .

X. Особая точка (положение равновесия) системы является узлом:

1)  $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$ ; 2)  $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$ ; 3)  $\frac{dx}{dt} = y, \frac{dy}{dt} = -x$ .

XI. Сколько особых точек (положение равновесия) имеет система уравнений

$\frac{dx}{dt} = xy + 4, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 17$ : 1) 3; 2) 1; 3) 4.

XII. Функция  $V(x, y)$  является знакопеременной:

1)  $V(x, y) = x^4 - y^4$ ; 2)  $V(x, y) = x^2 + y^2$ ; 3)  $V(x, y) = (x + y)^2$ ;

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения  $y'' + 4\pi^2 y = 0$  равно: 1) 1; 2) 0,5; 3) 2.

XIV. С помощью функции  $V(x, y) = x^2 + y^2$  можно установить устойчивость тривиального решения системы:

1)  $x' = x - y, y' = x + y$ ; 2)  $x' = -x + y, y' = -x + y$ ; 3)  $x' = -x + y, y' = -x - y$ .

XV. Нулевое решение системы  $\frac{dx}{dt} = -x - \alpha y, \frac{dy}{dt} = -\beta x - y$  асимптотически устойчиво,

если:

1)  $\alpha\beta = -1$ ; 2)  $\alpha\beta > -1$ ; 3)  $\alpha\beta < -1$ .

XVI. Функция  $u(x, y) = \ln x + y$  является решением уравнения:

1)  $x \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ ; 2)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ ; 3)  $x \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 1$ .

**7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций. 7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум - 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### *а) Основная литература*

1. Тихонов, Александр Николаевич. Дифференциальные уравнения : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Тихонов, Александр Николаевич ; А.Б.Васильева, А.Г.Свешников; под ред. А.Н.Тихонова и др.; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - 4-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2005, 2002. - 253 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высшей математики и 147 физика (2-бак.) 33 4.45 математической физики. вып.6) (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 249-250. - Предм. указ.: с. 251-253. - ISBN 5-9221-0134-X :

2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко ; под ред. В.К.Романко. - М. : Лаб. Баз. Знаний: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 255,[1] с. - (Технический университет). - ISBN 5-93208-120-1 : 127-00

3. Филиппов, Алексей Фёдорович . Введение в теорию дифференциальных уравнений : [учеб. для вузов по группе физ.-мат. направлений и специальностей] / Филиппов, Алексей Фёдорович . - М. : Едиториал УРСС, 2004. - 238,[1] с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 234-236. - Предм. указ.: с. 237-239. - Допущено МО РФ. - ISBN 5-354-00416-0 : 120-70.
4. Дифференциальные уравнения : учебник / . - 4-е изд. - Москва :Физматлит, 2002. - 252 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 6). - ISBN 978-5-9221-0277-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=145012> (17.06.2018).

б) Дополнительная литература

- 5.Егоров, Александр Иванович. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / Егоров, Александр Иванович. - М. : Физматлит, 2005. - 384 с. : ил. ; 24 см. - Библиогр.: с.375-376.- Предм. указ.: с.377-380. - ISBN 5-9221-0385-7 : 350
6. Бейбалаев, Ветлугин Джабраилович. Динамические системы, описываемые дифференциальными уравнениями с производными дробного порядка : [учеб. пособие] / Бейбалаев, Ветлугин Джабраилович, М. А. Назаралиев ; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : Изд-во ДГУ, 2012. - 82 с. - 52-50.
- 7.Матвеев,ПавелНиколаевич.Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений : учеб. пособие / Матвеев, Павел Николаевич. - СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 330,[6] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0571-8 : 278-52.
8. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В.А. Треногин. - Москва :Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614> (17.10.2018).

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).

**10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 2 компьютерных класса и 2 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.