

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### *Математический анализ*

Кафедра *математического анализа*  
факультета *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа  
*01.03.02 Прикладная математика и информатика*

Профиль подготовки  
*Математическое моделирование и вычислительная математика*

Уровень высшего образования  
*бакалавриат*

Форма обучения  
*очная*

Статус дисциплины: *входит в обязательную часть ОПОП*

Махачкала, 2019

---

Рабочая программа дисциплины *Математический анализ* составлена в 2019 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки *01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата)* Приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 9.

Разработчик: кафедра математического анализа,  
Алиев М.С., к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры математического анализа от 26 июня 2019 г.,  
протокол № 11.  
Зав. кафедрой Алиев — Рамазанов А.-Р.К.

на заседании Методической комиссии факультета математики и  
компьютерных наук  
от 27 июня 2019 г., протокол № 6.  
Председатель Динес Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим  
управлением «30» 08 2019 г. Ж.Б.

## **Аннотация рабочей программы дисциплины**

Дисциплина *математический анализ* входит в обязательную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с изучением и освоением свойств последовательностей и рядов действительных чисел, теории пределов, свойств непрерывных и свойств дифференцируемых функций одной и многих переменных, свойств интегралов от функций одной переменной, а также приложений производных и интегралов к геометрии, механике, физике и экономике.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
*универсальных – УК- 1, общепрофессиональных – ОПК- 1, профессиональных – ПК – 1.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета и экзамена*.

Объем дисциплины 12 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

| Семестр | Учебные занятия |  |                      |     |              |                           | Форма промежуточной аттестации |  |
|---------|-----------------|--|----------------------|-----|--------------|---------------------------|--------------------------------|--|
|         | Всего           | в том числе                                    |                      |     |              |                           |                                |  |
|         |                 | Контактная работа обучающихся с преподавателем |                      |     |              |                           |                                |  |
|         |                 | из них   |                      |     |              |                           |                                |  |
|         | Лекции          | Лабораторные занятия                           | Практические занятия | KCP | консультации | СРС. в том числе экзамена |                                |  |
| 1       | 252             | 62   |                      | 62  |              | 128                       | зачет, экзамен                 |  |
| 2       | 180             | 48   |                      | 48  |              | 84                        | экзамен                        |  |
| Итого   | 432             | 110  |                      | 110 |              | 212                       |                                |  |

### **1. Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины *математический анализ* являются:

- овладение основными понятиями анализа (функция, предел функции, непрерывность и дифференцируемость функций, производные и дифференциалы функции, интеграл, ряд);
- творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач математического анализа;
- овладение основными методами дифференциального и интегрального исчисления, в частности, для создания базы последующим курсам.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата**

Дисциплина *Б1.О.05 Математический анализ* входит в обязательную часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению *01.03.02 Прикладная математика и информатика*. Знания по математическому анализу студентам необходимы при прохождении таких последующих университетских курсов, как дифференциальные уравнения, функциональный анализ, уравнения математической физики, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации и др.

Изучение математического анализа предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

| Код и наименование компетенции из ФГОС ВО  | Код и наименование индикатора достижения компетенций   | Планируемые результаты обучения   |
|--|--|---|
| УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.   | <p><i>Знает:</i> структуру задач в области математического анализа, а также базовые составляющие таких задач.</p> <p><i>Умеет:</i> анализировать постановку данной задачи в области математического анализа, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математического анализа.</p>       |
|  | УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках выбранных видов профессиональной деятельности.  | <p><i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук.</p> <p><i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.</p> |
|  | УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными объектами и сетью Интернет, опыт научного поиска, опыт библиографического разыскания, создания научных текстов. | <p><i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет.</p> <p><i>Умеет:</i> применять современные методы и средства</p>   |

|  |   |  |
|--|---|--|
|  |   | <p>автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>  |
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | <p>ОПК-1.1. Знает терминологию и основные положения и концепции в области математических и естественных наук.</p> | <p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> |
|  | ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания по   | <p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях</p>   |

|   |   |  |
|---|---|--|
|   | <p>математическому анализу при решении прикладных задач , интерпретировать различные математические объекты.</p>  | <p>математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p>                                      |
|   | <p>ОПК-1.3. Имеет практический опыт работы с решением стандартных задач с использованием методов математического анализа и применяет его в профессиональной деятельности.</p> | <p><i>Знает:</i> различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современного математического анализа.</p>   |
| ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям | <p>ПК-1.1. Обладает умением сбора, обработки и интерпретации данных научных исследований, полученных в области математического анализа.</p>                                   | <p><i>Знает:</i> основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках.</p> <p><i>Умеет:</i> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками построения математических моделей.</p> |
|   | <p>ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.</p>                      | <p><i>Знает:</i> области применения дифференциального и интегрального исчисления; различные языки программирования.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные: с исследованием свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с</p>   |

|  |   |   |
|--|---|---|
|  |   | <p>оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе.</p> <p><i>Владеет:</i> методами дифференциального исчисления для исследования функций и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике.</p>   |
|  | ПК-1.3. Имеет практический опыт использования методов современных научных исследований. | <p><i>Знает:</i> методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии.</p> <p><i>Умеет:</i> применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками решения задач математического моделирования и численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчислений</p> |

#### **4.Объем, структура и содержание дисциплины**

4.1. Объем дисциплины составляет 12 зачетных единиц, 432 академических часа.

## 4.2. Структура дисциплины

|  |          |  |           |           |  |  |           |                                |
|--|----------|--|-----------|-----------|--|--|-----------|--------------------------------|
| 1. Элементы теории множеств.<br>Отображение и функция.<br>Преобразования графиков. |          |  | 4         | 4         |  |  | 10        |                                |
| 2. Действительные числа и их последовательности.                                   |          |  | 4         | 4         |  |  | 10        |                                |
| <b>Всего по модулю 1</b>   | <b>1</b> |  | <b>8</b>  | <b>8</b>  |  |  | <b>20</b> | Контрольная работа, коллоквиум |
| <b>Модуль 2. Непрерывные функции одной переменной</b>                              |          |  |           |           |  |  |           |                                |
| 1. Предел функции одной переменной.<br>Свойства. Сравнение функций.                |          |  | 4         | 4         |  |  | 10        |                                |
| 2. Свойства непрерывных функций одной переменной.                                  |          |  | 4         | 4         |  |  | 10        |                                |
| <b>Всего по модулю 2</b>   | <b>1</b> |  | <b>8</b>  | <b>8</b>  |  |  | <b>20</b> | Контрольная работа, коллоквиум |
| <b>Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</b>              |          |  |           |           |  |  |           |                                |
| 1. Производная и дифференциал.<br>Правила дифференцирования.                       |          |  | 6         | 6         |  |  | 4         |                                |
| 2. Основные теоремы дифференциального исчисления.<br>Приложения.                   |          |  | 8         | 8         |  |  | 4         |                                |
| <b>Всего по модулю 3</b>   | <b>1</b> |  | <b>14</b> | <b>14</b> |  |  | <b>8</b>  | Контрольная работа, коллоквиум |
| <b>Модуль 4. Исследование функций одной переменной</b>                             |          |  |           |           |  |  |           |                                |
| 1. Производные и дифференциалы высших порядков.<br>Формула Тейлора.                |          |  | 4         | 4         |  |  | 10        |                                |
| 2. Исследование поведения функции с помощью производных.                           |          |  | 4         | 4         |  |  | 10        |                                |
| <b>Всего по модулю 4</b>   | <b>1</b> |  | <b>8</b>  | <b>8</b>  |  |  | <b>20</b> | Контрольная работа, коллоквиум |
| <b>Модуль 5. Непрерывность и производные функций многих переменных</b>             |          |  |           |           |  |  |           |                                |
| 1. Сходимость в конечномерном пространстве.  |          |  | 2         | 2         |  |  | 2         |                                |
| 2. Пределы функции многих переменных.  |          |  | 4         | 4         |  |  | 2         |                                |
| 3. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.                            |          |  | 4         | 4         |  |  | 2         |                                |

|  |  |  |   |   |  |  |   |  |
|--|--|--|---|---|--|--|---|--|
| 4. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению. |  |  | 4 | 4 |  |  | 2 |  |
|--|--|--|---|---|--|--|---|--|

|                          |          |  |           |           |  |  |          |                                |
|--------------------------|----------|--|-----------|-----------|--|--|----------|--------------------------------|
| <b>Всего по модулю 5</b> | <b>1</b> |  | <b>14</b> | <b>14</b> |  |  | <b>8</b> | Контрольная работа, коллоквиум |
|--------------------------|----------|--|-----------|-----------|--|--|----------|--------------------------------|

#### **Модуль 6. Исследование функций многих переменных**

|  |  |  |   |   |  |  |   |  |
|--|--|--|---|---|--|--|---|--|
| 1. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. |  |  | 4 | 4 |  |  | 4 |  |
|--|--|--|---|---|--|--|---|--|

|   |  |  |   |   |  |  |   |  |
|---|--|--|---|---|--|--|---|--|
| 2. Исследование функций многих переменных на экстремум. |  |  | 2 | 2 |  |  | 8 |  |
|---|--|--|---|---|--|--|---|--|

|                          |          |  |           |           |  |  |           |                                |
|--------------------------|----------|--|-----------|-----------|--|--|-----------|--------------------------------|
| 3. Неявные функции.      |          |  | 4         | 4         |  |  | 4         |                                |
| <b>Всего по модулю 6</b> | <b>1</b> |  | <b>10</b> | <b>10</b> |  |  | <b>16</b> | Контрольная работа, коллоквиум |

#### **Модуль 7. Промежуточная аттестация**

|                           |  |  |           |           |  |  |           |           |
|---------------------------|--|--|-----------|-----------|--|--|-----------|-----------|
| 1. Зачет                  |  |  |           |           |  |  |           |           |
| 2. Экзамен                |  |  |           |           |  |  |           | <b>36</b> |
| <b>ИТОГО за 1 семестр</b> |  |  | <b>62</b> | <b>62</b> |  |  | <b>92</b> | <b>36</b> |

#### *Второй семестр*

#### **Модуль 1. Неопределенный интеграл**

|   |  |  |   |   |  |  |   |  |
|---|--|--|---|---|--|--|---|--|
| 1. Первообразная и неопределенный интеграл. |  |  | 4 | 4 |  |  | 4 |  |
|---|--|--|---|---|--|--|---|--|

|                                    |  |  |   |   |  |  |   |  |
|------------------------------------|--|--|---|---|--|--|---|--|
| 2. Основные методы интегрирования. |  |  | 4 | 4 |  |  | 4 |  |
|------------------------------------|--|--|---|---|--|--|---|--|

|   |  |  |   |   |  |  |   |  |
|---|--|--|---|---|--|--|---|--|
| 3. Интегрирование рациональных функций, иррациональностей и тригонометрических функций. |  |  | 4 | 4 |  |  | 4 |  |
|---|--|--|---|---|--|--|---|--|

|                          |          |  |           |           |  |  |           |                                |
|--------------------------|----------|--|-----------|-----------|--|--|-----------|--------------------------------|
| <b>Всего по модулю 1</b> | <b>2</b> |  | <b>12</b> | <b>12</b> |  |  | <b>12</b> | Контрольная работа, коллоквиум |
|--------------------------|----------|--|-----------|-----------|--|--|-----------|--------------------------------|

#### **Модуль 2. Определенный интеграл Римана**

|                                  |  |  |   |   |  |  |  |  |
|----------------------------------|--|--|---|---|--|--|--|--|
| 1. Определение интеграла Римана. |  |  | 2 | 2 |  |  |  |  |
|----------------------------------|--|--|---|---|--|--|--|--|

|  |  |  |   |   |  |  |  |  |
|--|--|--|---|---|--|--|--|--|
| 2. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем |  |  | 4 | 2 |  |  |  |  |
|--|--|--|---|---|--|--|--|--|

|                              |  |  |   |   |  |  |   |  |
|------------------------------|--|--|---|---|--|--|---|--|
| 3. Формула Ньютона-Лейбница. |  |  | 2 | 2 |  |  | 1 |  |
|------------------------------|--|--|---|---|--|--|---|--|

|  |  |  |   |   |  |  |   |  |
|--|--|--|---|---|--|--|---|--|
| 4. Замена переменной и интегрирование по частям. |  |  | 2 | 4 |  |  | 1 |  |
|--|--|--|---|---|--|--|---|--|

|                  |  |  |   |   |  |  |   |  |
|------------------|--|--|---|---|--|--|---|--|
| 5. Несобственные |  |  | 4 | 4 |  |  | 1 |  |
|------------------|--|--|---|---|--|--|---|--|

|  |          |            |            |           |  |            |                                |
|--|----------|------------|------------|-----------|--|------------|--------------------------------|
| интегралы. Признаки сходимости.                        |          |            |            |           |  |            |                                |
| 6. Приложения интеграла к геометрии и механике.        |          | 2          | 2          |           |  | 1          |                                |
| <b>Всего по модулю 2</b>                               | <b>2</b> |            | <b>16</b>  | <b>16</b> |  | <b>4</b>   | Контрольная работа, коллоквиум |
| <b>Модуль 3. Числовые ряды</b>                         |          |            |            |           |  |            |                                |
| 1. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.            |          | 2          | 2          |           |  | 10         |                                |
| 2. Признаки сходимости рядов с положительными членами. |          | 6          | 6          |           |  | 10         |                                |
| <b>Всего по модулю 3</b>                               | <b>2</b> |            | <b>8</b>   | <b>8</b>  |  | <b>20</b>  | Контрольная работа, коллоквиум |
| <b>Модуль 4. Знакопеременные ряды</b>                  |          |            |            |           |  |            |                                |
| 1. Знакочередующиеся ряды.                             |          | 2          | 2          |           |  | 2          |                                |
| 2. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.   |          | 6          | 4          |           |  | 2          |                                |
| 3. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.                |          | 2          | 2          |           |  | 2          |                                |
| 4. Бесконечные произведения. Связь с рядами.           |          | 6          | 4          |           |  | 2          |                                |
| <b>Всего по модулю 4</b>                               | <b>2</b> |            | <b>16</b>  | <b>12</b> |  | <b>8</b>   | Контрольная работа, коллоквиум |
| <b>Модуль 5. Промежуточная аттестация</b>              |          |            |            |           |  |            |                                |
| 1. Экзамен   |          |            |            |           |  |            | 36                             |
| <b>ИТОГО за 2 семестр</b>                              |          | <b>48</b>  | <b>48</b>  |           |  | <b>48</b>  | <b>36</b>                      |
| <b>ИТОГО</b>   |          | <b>110</b> | <b>110</b> |           |  | <b>140</b> | <b>72</b>                      |

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

*Первый семестр*

##### **Модуль 1. Начала анализа**

Тема 1. Элементы теории множеств. Отображение и функция. Преобразования графиков.

Множества и операции над ними. Отображение. Функция, способы ее задания.

Обратная функция. Сложная функция. Графики элементарных функций.

Тема 2. Действительные числа и их последовательности.

Натуральные, целые и действительные числа. Свойство непрерывности множества действительных чисел. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей. Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Критерий Коши о сходимости последовательности. Монотонные последовательности.

##### **Модуль 2. Непрерывные функции одной переменной**

Тема 3. Предел функции одной переменной. Свойства. Сравнение функций.

Различные определения предела функции. Односторонние пределы. Основные свойства конечного предела функции. Переход к пределу функции в арифметических операциях

и неравенствах. Предел сложной функции. Замечательные пределы. Эквивалентные функции.

Тема 4. Свойства непрерывных функций одной переменной.

Определение непрерывности в точке. Точки разрыва функции, их характер. Свойства непрерывных в точке функций. Непрерывность сложной функции. Свойства непрерывных на сегменте функций. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

### ***Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной***

Тема 5. Производная и дифференциал. Правила дифференцирования.

Определение производной. Примеры. Дифференцируемость и дифференциал функции. Некоторые приложения производной и дифференциала. Правила дифференцирования. Таблица производных.

Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Приложения.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопитала.

### ***Модуль 4. Исследование функций одной переменной***

Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Формула Тейлора с остатком в различных формах. Разложения элементарных функций.

Тема 8. Исследование поведения функции с помощью производных.

Условия монотонности функции. Необходимые условия локального экстремума функции.

Достаточные условия локального экстремума функции. Асимптоты графика функции.

Выпуклые функции. Точки перегиба графика. Схема исследования и построения графика функции.

### ***Модуль 5.Непрерывность и производные функций многих переменных***

Тема 9. Сходимость в конечномерном пространстве.

Определение расстояния и сходимости точек в конечномерном пространстве. Свойства сходящихся последовательностей точек. Различные типы множеств в пространстве.

Тема 10. Пределы функции многих переменных.

Предел (кратный) функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций.

Повторные пределы функции.

Тема 11. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 12. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению.

Частные производные. Дифференцируемость и полный дифференциал. Частные производные сложной функции. Производная по направлению. Геометрические приложения.

### ***Модуль 6. Исследование функций многих переменных***

Тема 13. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных с остатками в форме Пеано и в форме Лагранжа.

Тема 14. Исследование функций многих переменных на экстремум.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

Тема 15. Неявные функции.

Понятие о неявных функциях. Непрерывность и дифференцируемость неявных функций.

Вычисление производных неявных функций, заданных уравнением или системой уравнений.

*Второй семестр*

### ***Модуль 1. Неопределенный интеграл***

Тема 16. Первообразная и неопределенный интеграл.

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица интегралов.

**Тема 17. Основные методы интегрирования.**

Методы замены переменной и интегрирования по частям.

**Тема 18. Интегрирование рациональных функций, иррациональностей и тригонометрических функций.**

Интегралы от простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций. Интегралы от некоторых иррациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций.

***Модуль 2. Определенный интеграл Римана***

**Тема 19. Определение интеграла Римана.**

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Интегральные суммы Дарбу, их свойства.

**Тема 20. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем.**

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов. Первая теорема о среднем и ее обобщение. Вторая теорема о среднем.

**Тема 21. Формула Ньютона-Лейбница.**

Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона –Лейбница.

**Тема 22. Замена переменной и интегрирование по частям.**

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

**Тема 23. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.**

Определение несобственных интегралов. Их основные свойства. Признаки сходимости несобственных интегралов.

**Тема 24. Приложения интеграла к геометрии и механике.**

Приложения определенного интеграла: длина дуги, площадь плоской фигуры, объём и площадь поверхности тела вращения, некоторые физические и механические приложения, приложения в экономике.

***Модуль 3. Числовые ряды***

**Тема 25. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.**

Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов.

Критерий Коши.

**Тема 26. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.**

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши. Безусловная сходимость рядов с неотрицательными членами.

***Модуль 4. Знакопеременные ряды***

**Тема 27. Знакочередующиеся ряды.**

Знакочередующийся ряд. Признак Лейбница. Оценка остатка.

**Тема 28. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.**

Абсолютно сходящиеся ряды, их безусловная сходимость. Действия над абсолютно сходящимися рядами. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.

**Тема 29. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.**

Признак Дирихле о рядах с парными произведениями. Синус-ряды и косинус- ряды.

Признак Абеля. Признаки абсолютной сходимости рядов Коши и Даламбера.

**Тема 30. Бесконечные произведения. Связь с рядами.**

Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости. Остаток. Критерий сходимости. Связь бесконечных произведений с рядами.

***4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине***

*Первый семестр*

***Модуль 1. Начала анализа***

**Тема 1. Элементы теории множеств. Отображение и функция. Преобразования графиков. Обратная функция. Сложная функция. Графики элементарных функций.**

**Тема 2. Действительные числа и их последовательности.**

Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Критерий Коши о сходимости последовательности. Монотонные последовательности.

### ***Модуль 2. Непрерывные функции одной переменной***

Тема 3. Предел функции одной переменной. Свойства. Сравнение функций.

Односторонние пределы. Переход к пределу функции в арифметических операциях и неравенствах. Замечательные пределы. Эквивалентные функции.

Тема 4. Свойства непрерывных функций одной переменной.

Точки разрыва функции, их характер. Свойства непрерывных в точке функций. Свойства непрерывных на сегменте функций.

### ***Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной***

Тема 5. Производная и дифференциал. Правила дифференцирования.

Некоторые приложения производной и дифференциала. Правила дифференцирования. Таблица производных.

Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Приложения.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопитала.

### ***Модуль 4. Исследование функций одной переменной***

Тема 7. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Формула Лейбница. Формула Тейлора с остатком в различных формах. Разложения элементарных функций.

Тема 8. Исследование поведения функции с помощью производных.

Условия монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума функции. Асимптоты графика функции. Выпуклые функции. Точки перегиба графика. Схема исследования и построения графика функций.

### ***Модуль 5. Непрерывность и производные функций многих переменных***

Тема 9. Сходимость в конечномерном пространстве.

Свойства сходящихся последовательностей точек.

Тема 10. Пределы функции многих переменных.

Кратный предел функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций.

Повторные пределы функции.

Тема 11. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.

Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 12. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению.

Частные производные. Частные производные сложной функции. Производная по направлению. Геометрические приложения.

### ***Модуль 6. Исследование функций многих переменных***

Тема 13. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных.

Тема 14. Исследование функций многих переменных на экстремум.

Локальные экстремумы. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

Тема 15. Неявные функции.

Непрерывность и дифференцируемость неявных функций. Вычисление производных неявных функций, заданных уравнением или системой уравнений.

## *Второй семестр*

### ***Модуль 1. Неопределенный интеграл***

Тема 16. Первообразная и неопределенный интеграл.

Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица интегралов.

Тема 17. Основные методы интегрирования.

Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Тема 18. Интегрирование рациональных функций, иррациональностей и

тригонометрических функций.

Интегрирование рациональных функций. Интегралы от некоторых иррациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций.

### ***Модуль 2. Определенный интеграл Римана***

Тема 19. Определение интеграла Римана.

Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Интегральные суммы Дарбу, их свойства.

Тема 20. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов.

Тема 21. Формула Ньютона-Лейбница.

Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона –Лейбница.

Тема 22. Замена переменной и интегрирование по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Тема 23. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.

Основные свойства. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 24. Приложения интеграла к геометрии и механике.

Приложения определенного интеграла: длина дуги, площадь плоской фигуры, объём и площадь поверхности тела вращения, некоторые физические и механические приложения, приложения в экономике.

### ***Модуль 3. Числовые ряды***

Тема 25. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.

Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов.

Критерий Коши.

Тема 26. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши. Безусловная сходимость рядов с неотрицательными членами.

### ***Модуль 4. Знакопеременные ряды***

Тема 27. Знакочередующиеся ряды.

Знакочередующийся ряд. Признак Лейбница.

Тема 28. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.

Абсолютно сходящиеся ряды. Действия над абсолютно сходящимися рядами. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.

Тема 29. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Признак Дирихле о рядах с парными произведениями. Признак Абеля. Признаки абсолютной сходимости рядов Коши и Даламбера.

Тема 30. Бесконечные произведения. Связь с рядами.

Бесконечные произведения. Остаток. Критерий сходимости. Связь бесконечных произведений с рядами.

## **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины математический анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа студентов организована в различных видах и формах, включая подготовку к учебным занятиям и научно-исследовательскую деятельность студентов, обеспечена учебно-методическими материалами. Контроль выполнения самостоятельной работы проводится средствами, соответствующими данному виду работы.

*Коллоквиум* - средство контроля освоения учебного материала темы или раздела, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися. Перед коллоквиумом по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю:

- знать основные понятия и определения, формулировки основных математических утверждений;
- уметь давать: общий анализ основных понятий; геометрические и/или естественнонаучные интерпретации базовых теорем по тематике модуля;
- владеть навыками доказательства теорем по тематике модуля.

### *Критерии оценки по коллоквиуму*

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 10 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;
- 3) 30 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

*Контрольная работа* - средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Перед контрольной работой по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю, систематизировать необходимые формулы, детально анализировать ранее решенные на практических занятиях задачи и упражнения. Задания по контрольной работе составлены для проверки освоения необходимых умений и навыков решения задач по тематике данного модуля.

### *Критерии оценки по контрольной работе*

Если студент *владеет* по данному модулю навыками решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

- 1) 30 баллов;
- 2) 20 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 10 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

*Тест с анализом* - средство контроля освоения учебного материала в виде письменной работы или собеседования преподавателя с обучающимися для более глубокого анализа условий истинности данного математического утверждения при помощи контрпримеров.

### *Критерии оценки по тестам с анализом*

Если студент *умеет* давать *анализ теста* по данному модулю, то *по этому модулю* ему выставляются: 10 баллов за удовлетворительный анализ, 20 баллов за достаточно полный анализ, 30 баллов за глубокий анализ, которые учитываются при выводе общего результата

как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

*Доклад* - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

*Реферат* - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

*Критерии оценки по докладу, реферату*

Если студент по теме данного модуля самостоятельно подготовил доклад и выступил с этим докладом публично или написал реферат и раскрыл тему реферата, то ему выставляются 30 баллов, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

| Вид самостоятельной работы   | Примерная трудоёмкость, а.ч. |              |         |
|--|------------------------------|--------------|---------|
|  | Очная                        | Очно-заочная | заочная |
| <b>Текущая СРС</b>   |                              |              |         |
| работа с лекционным материалом, с учебной литературой  | 10                           |              |         |
| опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)  | 10                           |              |         |
| самостоятельное изучение разделов дисциплины   | 10                           |              |         |
| выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ                                      | 20                           |              |         |
| подготовка к практическим занятиям   | 20                           |              |         |
| подготовка к контрольным работам, тестам, коллоквиумам, зачётам                              | 20                           |              |         |
| подготовка к экзаменам   | 20                           |              |         |
| <b>Творческая проблемно-ориентированная СРС</b>  |                              |              |         |
| подготовка рефератов и докладов, в том числе, с анализом научных публикаций по заданной теме | 10                           |              |         |
| исследовательская работа, выполнение курсовой работы   | 10                           |              |         |
| участие в конференциях, семинарах, олимпиадах  | 10                           |              |         |
| <b>Итого СРС:</b>  | 140                          |              |         |

*Учебно-методические пособия для самостоятельной работы*

1. Рамазанов А.-Р. К., Магомедова В.Г. Построение множества действительных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2011.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
3. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч.1 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2002.
4. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
5. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала , 2006.

*Задания для самостоятельной работы*

I

1. По методу математической индукции доказать неравенство  $3^n \geq 3n$  для натуральных чисел  $n$ .

1. Найти супремум и инфимум множества  $E = \left\{ \frac{2n+1}{n+1}, n=1,2,\dots \right\}$ .

2. Построить графики функций  $y = \frac{1}{\ln(x^2 - x)}$ ,  $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$ ,  $y = \frac{\cos x}{2 + x^2}$ .

II

1. Найти предел функции  $f(x) = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}$  в точке  $a = 0$ .

2. Исследовать характер точек разрыва функций  $f(x) = \frac{1}{\ln x}$ ,  $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ .

3. Исследовать на дифференцируемость в точке  $x = 0$  функцию  $f(x)$ , если

$$f(x) = x \cdot \sin \frac{1}{x} \quad \text{при } x \neq 0 \quad \text{и} \quad f(0) = 0.$$

4. Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции  $y = \ln\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ .

III

1. Найти неопределенные интегралы

$$\int \frac{x+3}{x^2+2x-15} dx, \quad \int \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{x^2+x+1}+1} dx, \quad \int \frac{\cos 2x}{1+\cos^2 x} dx.$$

2. Вычислить интегралы  $\int_1^e x \ln x dx$ ,  $\int_0^\pi \sin x \cdot e^{\cos x} dx$ .

3. Вычислить площадь, ограниченную графиками функций  $y = \sin x$  и  $y = \frac{4}{\pi^2} x^2$ .

IV

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}, \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}, \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}, \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}, \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}$$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}, \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \sqrt{n+5} - \sqrt{n} \right),$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}, \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}, \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{2n+1}{3n+2} \right)^n, \quad 7) \sum_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{n}{n+1} \right)^n.$$

| <i>Разделы и темы для самостоятельного изучения</i>                                | <i>Виды и содержание самостоятельной работы</i>   |
|--|---|
| <i>Первый семестр</i>  |   |
| <b>Модуль 1. Начала анализа</b>  |   |
| 1. Элементы теории множеств.<br>Отображение и функция.<br>Преобразования графиков. | Рефераты на темы:<br>1. Методы доказательства от противного и исключений.<br>2. Метод математической индукции |

|   |   |
|---|---|
| 2. Действительные числа и их последовательности.  | Доклады на темы: 1. Лемма Вейерштрасса о точных границах.<br>2. Дедекиндовы сечения.<br>3. Необходимость расширения множества рациональных чисел. |
| 3. Предел функции одной переменной. Свойства. Сравнение функций.                        | Реферат на тему: Парадоксы Зенона.<br>Решение задач и упражнений.   |
| 4. Свойства непрерывных функций одной переменной  | Доклады на темы:<br>1. Различные определения непрерывности.<br>2. Обратные тригонометрические функции.<br>Решение задач и упражнений.             |
| <b>Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</b>                   |   |
| 1. Производная и дифференциал. Правила дифференцирования.                               | Доклад на тему: Второй парадокс Зенона и дифференцируемость.<br>Решение задач и упражнений.   |
| 2. Основные теоремы дифференциального исчисления. Приложения.                           | Доклад на тему: Теорема Дирихле о промежуточных значениях производной.  |
| <b>Модуль 3. Исследование функций одной переменной</b>                                  |   |
| 1. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.                        | Доклад на тему: Приложения производных высших порядков к исследованию функций.  |
| 2. Исследование поведения функции с помощью производных.                                | Реферат на тему: Неравенство Йенсена и его приложения.  |
| <b>Модуль 4. Непрерывность и производные функций многих переменных</b>                  |   |
| 1. Сходимость в конечномерном пространстве.   | Доклад на тему: Метрические пространства и сходимость в них.  |
| 2. Пределы функций многих переменных.   | Решение задач.  |
| 3. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.                                 | Решение задач.  |
| 4. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению.                      | Доклад на тему: Теорема о конечных приращениях для функций многих переменных.   |
| <b>Модуль 5. Исследование функций многих переменных</b>                                 |   |
| 1. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.                | Решение задач и упражнений.   |
| 2. Исследование функции многих переменных на экстремум.                                 | Доклад на тему: Метод Лагранжа.   |
| 3. Неявные функции.   | Реферат на тему: Функция и способы ее задания.  |
| <i>Второй семестр</i>   |   |
| <b>Модуль 1. Неопределенный интеграл</b>  |   |
| 1. Первообразная и неопределенный интеграл.   | Решение задач и упражнений  |
| 2. Основные методы интегрирования.  | Решение задач и упражнений  |
| 3. Интегрирование рациональных функций, иррациональностей и тригонометрических функций. | Доклад на тему: Разложение рациональных функций на простейшие дроби.<br>Реферат на тему: Метод Остроградского.                                    |
| <b>Модуль 2. Определенный интеграл Римана</b>   |   |
| 1. Определение интеграла Римана.  |   |
| 2. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы                  | Реферат на тему: Критерий Лебега об интегрируемости функций в смысле Римана.  |

|  |  |
|--|--|
| <b>о среднем</b>                                       |  |
| 3. Формула Ньютона-Лейбница.                           | Реферат на тему: Восстановление функции по ее производной.                                     |
| 4. Замена переменной и интегрирование по частям.       | Решение задач и упражнений   |
| 5. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.       | Решение задач и упражнений   |
| 6. Примложения интеграла к геометрии и механике.       | Доклады на темы: 1.Вычисление объемов тел с вложенными сечениями.<br>2.Спрямляемые кривые.     |
| <b>Модуль 3. Числовые ряды</b>                         |  |
| 1. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.            | Решение задач и упражнений   |
| 2. Признаки сходимости рядов с положительными членами. | Доклады на темы: 1. Признак Раабе о сходимости рядов.<br>2. Признак Гаусса о сходимости рядов. |
| <b>Модуль 4. Знакопеременные ряды</b>                  |  |
| 1. Знакочередующиеся ряды.                             | Доклад на тему: Оценки остатков числовых рядов.  |
| 2. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.   | Реферат на тему: Теорема Римана об условно сходящихся рядах.                                   |
| 3. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.                | Реферат на тему: Синус-ряды и косинус-ряды.  |
| 4. Бесконечные произведения. Связь с рядами.           | Решение задач и упражнений   |

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

| Код и наименование компетенции из ФГОС ВО  | Код и наименование индикатора достижения компетенций             | Планируемые результаты обучения  | Процедура освоения   |
|--|--|--|--|
| УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.     | <i>Знает:</i> структуру задач в области математического анализа, а также базовые составляющие таких задач.<br><i>Умеет:</i> анализировать постановку данной задачи в области математического анализа, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения.<br><i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математического анализа. | Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ |
|  | УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать | <i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации   |  |

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
|   | их в рамках выбранных видов профессиональной деятельности.   | научной информации в области математики и компьютерных наук.<br><i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук.<br><i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.   |  |
|   | УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными объектами и сетью Интернет, опыт научного поиска, опыт библиографического разыскания, создания научных текстов. | <i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет.<br><i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.<br><i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах. |  |
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и | ОПК-1.1. Знает терминологию и основные положения и концепции в области математических и естественных наук.   | <i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической   | Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных |

|  |  |              |
|--|--|--------------|
| <p>(или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>  | <p>геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> | <p>работ</p> |
| <p>ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания по математическому анализу при решении прикладных задач , интерпретировать различные математические объекты.</p> | <p><i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики</p>   |              |

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
|   |  | и естественных наук.  |  |
|   | ОПК-1.3. Имеет практический опыт работы с решением стандартных задач с использованием методов математического анализа и применяет его в профессиональной деятельности. | <p><i>Знает:</i> различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p> <p><i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современного математического анализа.</p>  |  |
| ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям | <p>ПК-1.1. Обладает умением сбора, обработки и интерпретации данных научных исследований, полученных в области математического анализа.</p>                            | <p><i>Знает:</i> основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках.</p> <p><i>Умеет:</i> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками построения математических моделей.</p>  | Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ |
|   | <p>ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.</p>               | <p><i>Знает:</i> области применения дифференциального и интегрального исчисления; различные языки программирования.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные: с исследованием свойств функций и их производных, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе.</p> <p><i>Владеет:</i> методами дифференциального исчисления для исследования функций и навыками приложения</p> |  |

|  |   |  |  |
|--|---|--|--|
|  |   | интегрального исчисления к геометрии, физике.  |  |
|  | ПК-1.3. Имеет практический опыт использования методов современных научных исследований. | <p><i>Знает:</i> методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии.</p> <p><i>Умеет:</i> применять методы исследования функций с помощью производных, вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками решения задач математического моделирования и численного анализа с использованием методов дифференциального и интегрального исчислений.</p> |  |

## 7.2. Типовые контрольные задания

*Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Предел числовой последовательности»*

1. Верно ли «Неограниченность числовой последовательности – достаточное условие для ее расходимости»?
2. Верно ли «Монотонность числовой последовательности – необходимое условие для ее сходимости»?
3. Сформулируйте основные свойства сходящихся последовательностей и докажите одно из них.
4. Является ли фундаментальной последовательность  $x_n = \frac{1}{3n-7}$ ?
5. Верно ли «Бесконечно большая последовательность не ограничена сверху»?

*Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Определенный интеграл Римана»*

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
2. Определение интеграла Римана.
3. Суммы Дарбу, их свойства.
4. Условия интегрируемости по Риману.
5. Классы интегрируемых функций.
6. Основные свойства определенных интегралов и интегрируемых функций.
7. Теоремы о среднем интегрального исчисления.
8. Формула Ньютона-Лейбница.

## 9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

10. Приложения определенного интеграла к вычислению объемов, площадей и длин.

## *Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Числовые ряды»*

1. Числовой ряд, частичная сумма, остаток.
  2. Необходимое условие сходимости ряда.
  3. Свойства сходящихся рядов.
  4. Общий критерий сходимости числовых рядов.
  5. Признаки сравнения рядов с неотрицательными элементами.
  6. Интегральный признак сходимости рядов.
  7. Признак Даламбера сходимости.
  8. Признак Коши сходимости числовых рядов.
  9. Условная и безусловная сходимости рядов.
  10. Абсолютная и неабсолютная сходимости рядов.
  11. Арифметические действия над абсолютно сходящимися рядами.
  12. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
  13. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
  14. Преобразование Абеля.
  15. Признак Абеля сходимости рядов.
  16. Признак Дирихле сходимости рядов.
  17. Бесконечные произведения. Их сходимость.
  18. Критерий сходимости произведения.
  19. Сравнение сходимости произведений и рядов.

## *Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля*

|     |  |
|-----|--|
| -2) | Функция $f(x) = \frac{\sin \pi x}{x^2 - x}$<br>1) непрерывна;<br>2) имеет устранимые разрывы в точках $x=0$ и $x=1$ ;<br>3) имеет бесконечные разрывы в точках $x=0$ и $x=1$ .                               |
| -1) | Функция $f(x) = \frac{1}{\ln x}$ в точке $x=1$<br>1) имеет бесконечный разрыв;<br>2) непрерывна;<br>3) имеет существенный разрыв.  |
| -1) | Функция $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ .<br>1) имеет на интервале $(0,1)$ хотя бы один нуль;<br>2) на интервале $(0,1)$ не принимает значение $-0,5$ ;<br>3) на отрезке $[0,1]$ не достигает своего супремума. |
| -2) | Найти наклонные асимптоты графика функции $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ .<br>1) $y = \pm x$ ;      2) $y = x$ ;      3) не существуют.  |
| -3) | Найти $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-2)(x+3)}{x^2 - 6x + 1}$ .<br>1) $0$ ;      2) $\infty$ ;      3) $1$ .  |
| -3) | Производная функции $\cos^2 3x$ равна<br>1) $-6 \sin 3x$ ;      2) $6 \cos 3x$ ;<br>3) $-3 \sin 6x$ ;      4) $-2 \cos 3x \sin 3x$ .   |
| -2) | Найти промежутки убывания функции $y = x^2 e^{-x}$<br>1) $[0,2]$ ;      2) $(-\infty;0]$ и $[2;+\infty)$ ;      3) $(-\infty,+\infty)$ .   |
| -1) | Найти точки перегиба графика функции $y = x^2 \ln x$ .<br>1) $e^{-1,5}$ ;      2) $e^{-1}$ ;      3) $e$ .   |
| -1) | Графики функций $x^2$ и $x^3$ имеют общие касательные<br>1) лишь в точке $x=0$ ;<br>2) в точках $x=0$ и $x=\frac{2}{3}$ ;<br>3) в точках $x=0$ и $x=1$ .   |
| -2) | Найти точки экстремумов функции $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .<br>1) $x=1$ ;      2) $x=e$ ;      3) не существует.  |
| -2) | Найти точки перегиба графика функции $x^2 \ln x$ .<br>1) $e$ ;      2) $e^{-\frac{3}{2}}$ ;      3) $e^{-\frac{1}{2}}$ .   |
| -2) | Найти $\int x \ln x dx$ .<br>1) $x^2 \ln x + C$ ;<br>2) $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$ ;  |

|     |   |
|-----|---|
|     | 3) $2x^2 \ln x - x^2 + C$ .   |
| -3) | Найти $\int x^2 \cos x^3 dx$ .<br>1) $\frac{1}{3} x^3 \sin x^3 + C$ ;<br>2) $\frac{1}{3} x^3 \cos x^3 dx$ ;<br>3) $\frac{1}{3} \sin x^3 + C$ .  |
| -1) | Вычислить $\int_0^1 xe^x dx$ .<br>1) 1;      2) $e$ ;      3) 2.  |
| -3) | Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 + 1$ и $y = x + 1$ .<br>1) $\frac{1}{12}$ ;      2) $\frac{1}{12}$ ;      3) $\frac{1}{24}$ .  |
| -2) | Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$ , $y = \frac{1}{x}$ и прямой $x = 2$ .<br>1) $3 - \ln 2$ ;      2) $\frac{7}{3} - \ln 2$ ;      3) $\frac{1}{3} - \ln 2$ .               |
| -3) | Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси $OX$ плоской фигуры, ограниченной графиками $y = x - x^2$ и $y = 0$ .<br>1) $\frac{\pi}{20}$ ;      2) $\pi$ ;      3) $\frac{\pi}{30}$ . |
| -2) | Вычислить несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^4} dx$ .<br>1) $\frac{1}{4}$ ;      2) $\frac{1}{3}$ ;      3) расходится.  |
| -3) | Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ равна<br>1) 1.      2) 0.      3) 1,5.      4) расходится.   |
| -2) | Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$ сходится<br>1) при всех $p > 0$ .      2) при всех $p > 1$ .<br>3) при всех $p \geq \frac{1}{2}$ .      4) при $p = 0$ .                                    |

Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Множества и операции над ними.

2. Графики основных элементарных функций.
3. Пределы наиболее часто встречающихся числовых последовательностей.
4. Расширенная таблица эквивалентных функций.
5. Непрерывность основных элементарных функций.
6. Таблица производных элементарных функций.
7. Гиперболические функции, их производные и графики.
8. Высшие производные для суммы и произведения.
9. Примеры разложения по формуле Тейлора.
10. Таблица неопределенных интегралов (расширенная).
11. Некоторые сведения о разложении полиномов на неприводимые множители и рациональных функций на простейшие дроби.
12. Метод Остроградского интегрирования рациональных функций.
13. Метод неопределенных коэффициентов интегрирования некоторых трансцендентных функций.
14. Непосредственное вычисление бесконечных сумм и произведений.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат *по зачету* выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется «зачтено», если интегральная оценка составляет 51 – 100 баллов.

Общий результат *по экзамену* выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос, контрольная работа - 100 баллов.

Студенту выставляется:

- *отлично*, если интегральная оценка составляет 86 - 100 баллов;
- *хорошо*, если интегральная оценка составляет 66 - 85 баллов;
- *удовлетворительно*, если интегральная оценка составляет 51 - 65 баллов;
- *неудовлетворительно*, если интегральная оценка составляет 0 - 50 баллов.

## **8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

a) адрес сайта курса:

<http://cathedra.dgu.ru/OfTheDepartment.aspx?id=5>

б) основная литература:

1. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: учебник, Ч. I - Москва:

Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686> ()

2. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. В 2-х частях: учебник, Ч. II - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225> ()

3. Никольский С. М. Курс математического анализа: учебник - Москва: Физматлит, 2001

Никольский, С.М. Курс математического анализа : учебник / С.М. Никольский. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2001. - 592 с. - ISBN 978-5-9221-0160-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69500> ()

4. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие - Москва: ЧеРо, 1997

Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722> ()

в) дополнительная литература:

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. В 3 т. Т. 1 - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037> ()

2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. Т. 2 - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038> ()

3. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа : [учеб. для обучающихся по естеств. и техн. направлениям и специальностям: в 3-х т.]. [Т.]1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной / Кудрявцев, Лев Дмитриевич. - 5-е изд., перераб. и доп. - М. : Дрофа : Высш. шк., 2003, 1981. - 702,[1] с. : ил. ; 22 см. - (Высшее образование) (Современный учебник). - Указ. предм.-имен. и основных обозначений: с. 685-694. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-7107-4119-1 : 191-00.

4. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие [для вузов] / Берман, Георгий Николаевич. - СПб. : Профессия : Лань : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 2008, 2007, 2006, 1985, 1977, 1975, 1972. - 432 с. : ил. ; 22 см. - ISBN 5-93913-009-7 : 165-00.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
  2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам
  3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
  4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: [http://moodle.dgu.ru/\(\)](http://moodle.dgu.ru/).

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.