

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Фундаментальная и компьютерная алгебра

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа

факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) программы

Математический анализ и приложения

Уровень высшего образования

бакалавриат

Форма обучения

очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Рабочая программа дисциплины «Фундаментальная и компьютерная алгебра» составлена в 2019 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 - Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата)
от 23.08.2017 № 807

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа,
Ибрагимов Мурад Гаджиевич, к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от «19» апреля 2019 г., протокол № 9.
Зав. кафедрой СБ Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «29» мая 2019 г., протокол № 6.
Председатель Вейсман Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «30» 09 2019г. СБ

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Фундаментальная и компьютерная алгебра» входит обязательную часть ОПОП образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.01-Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
 универсальных – УК-1,
 общепрофессиональных – ОПК-1
 профессиональных – ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольная работа, коллоквиум и тестирование и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 15 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Объем дисциплины в очной форме

Семестр	Учебные занятия на очном отделении							СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе:								
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
		всего	из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
1	180	68	34	-	34	-	-	112	экзамен
2	180	60	30	-	30	-	-	120	экзамен
3	180	56	28		28			124	экзамен
итого	540	184	92	-	92	-	-	356	экзамен-3

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины Фундаментальная и компьютерная алгебра является:

– получение базовых знаний по алгебре и компьютерной алгебре: комплексные числа и многочлены, матричная алгебра и решение систем линейных уравнений, конечномерные линейные пространства, линейные операторы и функционалы, канонический вид линейных операторов (жорданова форма, симметрические, ортогональные и унитарные операторы), билинейные формы, метрические линейные пространства, группы преобразований и классификация движений, основы тензорной алгебры, основные структуры современной алгебры;

– привитие общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения алгебраических и геометрических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов. Получаемые знания необходимы для понимания и освоения всех курсов математики, компьютерных наук и их приложений.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Фундаментальная и компьютерная алгебра» входит в обязательную часть ОПОП образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.01-Математика и компьютерные науки.

Алгебра является одними из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы и аппарат алгебры находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эти дисциплины вместе с аналитической геометрией, математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ПООП (при наличии))	Планируемые результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации. УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и	Знает: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. Умеет: анализировать постановку данной

<p>анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. Имеет: практические навыки сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.</p>
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p>Знает: теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики. Умеет: решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами. Имеет: практический опыт работы с базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>
<p>ПК-1</p>	<p>ПК-1.1. Обладает базовыми</p>	<p>Знает: основы математического анализа и</p>

Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий. ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике. ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. Умеет: применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. Имеет: практический опыт работы с базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками программирования на современных языках.
---	---	---

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 15 зачетных единиц, 540 академических часов

4.2. Структура дисциплины

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра). Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лаб. занят.	Контроль самост. раб.		
1	Модуль 1. Комплексные числа.								
2	Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра.	1	1-2	4	4			10	Тестирование, письменная контрольная работа.
3	Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения.	1	3-4	4	4			10	
4	Итого по модулю 1:	1	1-4	8	8			20	Коллоквиум
5	Модуль 2. Решение уравнений 3, 4-й степени.								
6	Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени.	1	5-6	4	4			28	Тестирование, письменная контрольная работа.
7	Итого по модулю 2:	1	5-6	4	4			28	Коллоквиум

8	Модуль 3. Матрицы и определители.								
9	Тема 4. Матрицы и действия с ними.	1	7	2	2			2	Тестирование, письменная контрольная работа.
10	Тема 5. Определители n -го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Определители специального вида.	1	8-11	8	8			4	
11	Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы.		12-13	4	4			2	
12	Итого по модулю 3:	1	7-13	14	14			8	Коллоквиум
13	Модуль 4. Системы линейных алгебраических уравнений.								
14	Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений.	1	14-15	4	4			10	Тестирование, письменная контрольная работа.
15	Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.		16-17	4	4			10	
16	Итого по модулю 4:	1	14-17	8	8			20	Коллоквиум
17	Модуль 5. Подготовка к экзамену.								
18	Подготовка к экзамену	1	18	-	-			36	Экзамен
19	Итого за 1 семестр:	1	1-18	34	34			108	Экзамен
20	Модуль 6. Многочлены.								
21	Тема 9. Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД.	2	1-2	4	4			8	Тестирование, письменная контрольная работа.
22	Тема 10. Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни.	2	3-5	6	6			8	
23	Итого по модулю 5:	2	1-5	10	10			16	Коллоквиум
24	Модуль 7. Квадратичные формы.								
25	Тема 11. Линейные преобразования.	2	6	2	2			4	Тестирование, письменная контрольная работа.
26	Тема 12. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы.	2	7-8	4	4			8	

	Закон инерции квадратичных форм.								
27	Тема 13. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.	2	8-10	4	4			4	
28	Итого по модулю 7:	2	6-10	10	10			16	Коллоквиум
29	Модуль 8. Линейное пространство.								
30	Тема 14. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами.	2	11-12	4	4			28	Тестирование, письменная контрольная работа.
31	Итого по модулю 8:	2	11-12	4	4			28	Коллоквиум
32	Модуль 9. Линейные преобразования пространства V_n.								
33	Тема 15. Линейные преобразования пространства V_n . Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.	2	13-14	4	4			12	Тестирование, письменная контрольная работа.
34	Тема 16. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.	2	15	2	2			12	
35	Итого по модулю 9:	2	13-15	6	6			24	Коллоквиум
36	Модуль 10. Подготовка к экзамену.								
37	Подготовка к экзамену	2	16	-	-			36	Экзамен
38	Итого по модулю 10:	2	16	-	-			36	Экзамен
39	Итого за 2 семестр:	2	1-16	30	30			120	
40	Модуль 11. Евклидово пространство.								
41	Тема 17. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши.	3	1	2	2			8	Тестирование, письменная контрольная работа.
42	Тема 18. Матрица Грамма и ее свойства.	3	2	2	2			4	
43	Тема 19. Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве.	3	3-4	4	4			8	

	Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.								
44	Итого по модулю 11:	3	1-4	8	8			20	Коллоквиум
45	Модуль 12. Ортогональные и унитарные матрицы.								
46	Тема 20. Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства.	3	5-6	4	4			16	Тестирование, письменная контрольная работа.
47	Тема 21. Псевдообратные матрицы. Свойства.	3	7	2	2			8	
48	Итого по модулю 12:	3	5-7	6	6			24	Коллоквиум
49	Модуль 13. Линейные операторы.								
50	Тема 22. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.	3	8	2	2			12	Тестирование, письменная контрольная работа.
51	Тема 23. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.	3	9-10	4	4			12	
52	Итого по модулю 13:	3	8-10	6	6			24	Коллоквиум
53	Модуль 14. Группа, кольцо, поле.								
54	Тема 24. Понятие алгебраической операции. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы.	3	11-12	4	4			10	Тестирование, письменная контрольная работа.
55	Тема 25. Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.	3	13-14	4	4			10	
56	Итого по модулю 14:	3	11-14	8	8			20	Коллоквиум
57	Модуль 15. Подготовка к экзамену.								
58	Подготовка к экзамену	3	15	-	-			36	Экзамен
59	Итого по модулю 15:	3	15	-	-			36	Экзамен
60	Итого за 3 семестр:	3	1-15	28	28			124	
61	Итого:	1-3		92	92			356	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

1 семестр.

Модуль 1. Комплексные числа.

Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра.

Множество комплексных чисел. Координатная и алгебраическая формы записи. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Формула Муавра возведения в степень комплексного числа.

Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения.

Извлечение корня из комплексного числа в алгебраической и тригонометрической формах. Корни из единицы. Свойства корней из единицы. Двучленные уравнения. Примеры применения комплексных чисел

Модуль 2. Решение уравнений 3, 4-й степени.

Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени.

Решение уравнений третьей степени, формула Кардано. Решение уравнений четвертой степени, метод Феррари.

Модуль 3. Матрицы и определители.

Тема 4. Матрицы и действия с ними.

Понятие матрицы. Действия над матрицами: сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц.

Тема 5. Определители n -го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Определители специального вида.

Понятие определителя n -го порядка. Определители 2, 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Методы вычисления определителей: разложение по элементам строки или столбца. Свойства определителей. Теорема Лапласа вычисления определителя n -го порядка. Миноры матрицы двух видов. Определители специального вида: определитель треугольной матрицы, определитель блочной матрицы, определитель Вандермонда, определители суммы и произведения матриц.

Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Определение обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы. Миноры матрицы. Базисный минор матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

Модуль 4. Системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений. Однородные, неоднородные, совместные, несовместные, определенные, неопределенные

системы, Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы уравнений. Теорема Кронекера–Капелли совместности системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Системы n -линейных уравнений с n -неизвестными. Метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Модуль 5. Подготовка к экзамену.

2 семестр.

Модуль 6. Многочлены.

Тема 9. Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД.

Многочлены и действия над ними: сложение, умножение многочленов. Деление многочленов с остатком. Теорема о делении многочленов с остатком. Делители. Свойства делителей. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида вычисления наибольшего общего делителя. Теорема о представлении НОД.

Тема 10. Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни.

Взаимно простые многочлены. Свойства взаимно простых многочленов. Корни многочлена. Теорема Безу. Схема Горнера деления многочлена $f(x)$ на линейный двучлен $x-c$. Кратные корни многочлена. Основная теорема алгебра. Следствия из основной теоремы алгебры. Формулы Виета вычисления корней многочлена.

Модуль 7. Квадратичные формы.

Тема 11. Линейные преобразования.

Линейные преобразования неизвестных. Обратное линейное преобразование. Произведение линейных преобразований.

Тема 12. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.

Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Примеры квадратичных форм. Ранг квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы. Критерий эквивалентности квадратичных форм.

Тема 13. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.

Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.

Модуль 8. Линейное пространство.

Тема 14. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами.

Понятие линейного пространства. Аксиомы линейного пространства. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами. Преобразование координат вектора.

Модуль 9. Линейные преобразования пространства V_n .

Тема 15. Линейные преобразования пространства V_n . Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.

Линейные преобразования пространства V_n . Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.

Тема 16. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.

Подпространство линейного пространства. Примеры подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.

Модуль 10. Подготовка к экзамену.

3 семестр.

Модуль 11. Евклидово пространство.

Тема 17. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши.

Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.

Тема 18. Матрица Грама и ее свойства.

Определение матрицы Грама и ее свойства. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.

Тема 19. Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.

Унитарное пространство. Примеры унитарных пространств. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.

Модуль 12. Ортогональные и унитарные матрицы.

Тема 20. Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства.

Ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц. Примеры ортогональных матриц. Унитарные матрицы. Свойства унитарных матриц. Примеры унитарных матриц.

Тема 21. Псевдообратные матрицы. Свойства.

Скелетное разложение матрицы. Существование и единственность псевдообратной матрицы. Свойства псевдообратных матриц.

Модуль 13. Линейные операторы.

Тема 22. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.

Линейные операторы. Действия над линейными операторами. Произведение линейных операторов. Обратный оператор. Матрица линейного оператора в данном базисе.

Тема 23. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

Понятие инвариантных подпространств. Примеры инвариантных подпространств. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.

Модуль 14. Группа, кольцо, поле.

Тема 24. Понятие алгебраической операции Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы.

Декартово произведение множеств. Понятие алгебраической операции (внутренней композиции). Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции и теоремы об их единственности. Определение операции, обратной к алгебраической. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы и общепринятые обозначения группы. Абелевы группы. Мультипликативное и аддитивное задание группы. Сходство и различие в основной терминологии. Перестановки и мультипликативная группа подстановок. Аддитивная группа вычетов. Циклические группы, разложение группы на смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа. Понятие о инъективном, сюръективном и биективном отображениях. Определение изоморфизма групп.

Тема 25. Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.

Определение кольца. Анализ аксиом кольца. Свойства кольца относительно алгебраической операции сложения, относительно алгебраической операции умножения. Аксиома дистрибутивности. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.

Модуль 15. Подготовка к экзамену.

4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине. 1 семестр.

Модуль 1. Комплексные числа.

Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра.

Занятие 1. Множество комплексных чисел. Координатная и алгебраическая формы записи. Действия над комплексными числами. Решение заданий.

Занятие 2. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Формула Муавра возведения в степень комплексного числа. Решение заданий.

Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения.

Занятие 3. Извлечение корня из комплексного числа в алгебраической и тригонометрической формах. Корни из единицы. Свойства корней из единицы. Решение заданий.

Занятие 4. Двучленные уравнения. Примеры применения комплексных чисел. Решение заданий.

Модуль 2. Решение уравнений 3, 4-й степени.

Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени.

Занятие 5. Решение уравнений третьей степени, формула Кардано. Решение заданий.

Занятие 6. Решение уравнений четвертой степени, метод Феррари. Решение заданий.

Модуль 3. Матрицы и определители.

Тема 4. Матрицы и действия с ними.

Занятие 7. Действия над матрицами: сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц. Решение заданий.

Тема 5. Определители n -го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Определители специального вида.

Занятие 8. Понятие определителя n -го порядка. Определители 2, 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Методы вычисления определителей: разложение по элементам строки или столбца. Решение заданий.

Занятие 9. Свойства определителей n -го порядка. Вычисление определителей n -го порядка используя свойства. Решение заданий.

Занятие 10. Вычисления определителя n -го порядка используя теорему Лапласа. Решение заданий.

Занятие 11. Определители специального вида: определитель треугольной матрицы, определитель блочной матрицы, определитель Вандермонда, определители суммы и произведения матриц. Решение заданий.

Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Занятие 12. Обратная матрицы. Примеры вычисления обратной матрицы. Решение заданий.

Занятие 13. Вычисление ранг матрицы. Миноры матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы. Решение заданий.

Модуль 4. Системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений.

Занятие 14. Системы линейных алгебраических уравнений. Однородные, неоднородные, совместные, несовместные, определенные, неопределенные системы, Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы уравнений.

Занятие 15. Теорема Кронекера–Капелли совместности системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Занятие 16. Метод Крамера решения системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Занятие 17. Метод Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений. Решение заданий.

Модуль 5. Подготовка к экзамену.

2 семестр.

Модуль 6. Многочлены.

Тема 9. Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД.

Занятие 18. Многочлены и действия над ними: сложение, умножение многочленов. Деление многочленов с остатком. Решение заданий.

Занятие 19. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида вычисления наибольшего общего делителя. Решение заданий.

Тема 10. Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни.

Занятие 20. Корни многочлена. Схема Горнера деления многочлена $f(x)$ на линейный двучлен $x-c$. Решение заданий.

Занятие 21. Основная теорема алгебра. Следствия из основной теоремы алгебры. Решение заданий.

Занятие 22. Формулы Виета вычисления корней многочлена. Решение заданий.

Модуль 7. Квадратичные формы.

Тема 11. Линейные преобразования.

Занятие 23. Линейные преобразования неизвестных. Обратное линейное преобразование. Произведение линейных преобразований. Решение заданий.

Тема 12. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.

Занятие 24. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы. Примеры квадратичных форм. Вычисление ранга квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи невырожденного линейного преобразования. Решение заданий.

Занятие 25. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы. Решение заданий.

Тема 13. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.

Занятие 26. Знакоопределенность квадратичной формы. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. Решение заданий.

Занятие 27. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби. Решение заданий.

Модуль 8. Линейное пространство.

Тема 14. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами.

Занятие 28. Линейное пространство. Аксиомы линейного пространства. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств. Решение заданий.

Занятие 29. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Решение заданий.

Модуль 9. Линейные преобразования пространства V_n .

Тема 15. Линейные преобразования пространства V_n . Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.

Занятие 30. Связь между базисами. Преобразование координат вектора. Решение заданий.

Занятие 31. Линейные преобразования пространства V_n . Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах. Решение заданий.

Тема 16. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.

Занятие 32. Подпространство линейного пространства. Примеры подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств. Решение заданий.

Модуль 10. Подготовка к экзамену.

3 семестр.

Модуль 11. Евклидово пространство.

Тема 17. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши.

Занятие 33. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств. Решение заданий. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве. Ортонормированный базис. Решение заданий.

Тема 18. Матрица Грама и ее свойства.

Занятие 34. Определение матрицы Грама и ее свойства. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама. Решение заданий.

Тема 19. Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.

Занятие 35. Унитарное пространство. Примеры унитарных пространств. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Решение заданий.

Занятие 36. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений. Решение заданий.

Модуль 12. Ортогональные и унитарные матрицы.

Тема 20. Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства.

Занятие 37. Ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц. Примеры ортогональных матриц. Решение заданий.

Занятие 38. Унитарные матрицы. Свойства унитарных матриц. Примеры унитарных матриц. Решение заданий.

Тема 21. Псевдообратные матрицы. Свойства.

Занятие 39. Скелетное разложение матрицы. Вычисление псевдообратной матрицы. Решение заданий.

Модуль 13. Линейные операторы.

Тема 22. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.

Занятие 40. Линейные операторы. Действия над линейными операторами. Произведение линейных операторов. Обратный оператор. Нахождение матрицы линейного оператора в данном базисе. Решение заданий.

Тема 23. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

Занятие 41. Инвариантные подпространства. Примеры инвариантных подпространств. Решение заданий.

Занятие 42. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора. Решение заданий.

Модуль 14. Группа, кольцо, поле.

Тема 24. Понятие алгебраической операции Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы.

Занятие 43. Алгебраические операции (закон композиции). Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции. Определение операции, обратной к алгебраической. Дистрибутивные алгебраические операции. Решение заданий.

Занятие 44. Группы. Свойства групп. Абелевы группы. Примеры групп. Решение заданий.

Тема 25. Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.

Занятие 45. Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Примеры колец. Решение заданий.

Занятие 46. Определение поля, свойства поля. Примеры полей. Решение заданий.

Модуль 14. Подготовка к экзамену.

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г., Линейная алгебра, М., Наука, 1984.
2. Воеводин В. В. Линейная алгебра. Санкт-Петербург-Москва-Краснодар: Лань. 2006г.
3. Мехтиев М.Г., Ибрагимов М.Г., Галяев В.С., Введение в курс геометрии и алгебры, Махачкала, издательство ДГУ, 2009.

Задания для самостоятельной работы

Самостоятельная работа 1

1. Вычислить $\frac{(1+i)^2 + (7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$.
2. Решить систему уравнений $\begin{cases} (4+2i)z_1 - (6-i)z_2 = -19 + 23i \\ (5+2i)z_1 + (4-3i)z_2 = 8 + 4i \end{cases}$.
3. Вычислить $(-3+3i)^{150}$, $\sqrt[12]{1}$.
4. Решить уравнение $x^2 + (-2-i)x - (1-7i) = 0$.
5. Выразить через $\sin x$ и $\cos x$: $\sin 6x$.

Самостоятельная работа 2

1. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$.
2. Вычислить по теореме Лапласа $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.
3. Вычислить обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.
4. Вычислить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 & -1 & -6 \\ 0 & -4 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & -5 & 2 & -10 \end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 3

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 6, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 6. \end{cases}$$
2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

Самостоятельная работа 4

1. Разделить $f(x) = x^6 + 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 5x - 1$ на $g(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 3$
2. Найти НОД $f(x) = 2x^4 + x^3 + 2x^2 + x$ и $g(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x$
3. По схеме Горнера найти $f(-3)$ если $f(x) = x^6 - 4x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 4x + 3$
4. Разложить по степеням $x + 2$ $f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 2x - 1$
5. Построить многочлен наименьшей степени с комплексными коэффициентами имеющий двойной корень 2 и простой i .

Самостоятельная работа 5

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = 2y_1 + y_2 \\ x_2 = y_1 - y_3 \\ x_3 = y_1 + 2y_2 + 3y_3 \end{cases}$.
2. Написать матрицу квадратичной формы $x_1^2 + 2x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3$. Привести к каноническому виду.
3. Написать квадратичную форму с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Привести к каноническому виду.
4. Привести к каноническому виду $x_1x_2 - x_1x_3 - 4x_2x_3$.
5. При каком λ квадратичная форма $x_1^2 + 5x_2^2 + \lambda x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3$.

Самостоятельная работа 6

1. Является ли линейным пространством множество квадратных матриц с операцией сложения матриц и умножения матрицы на число.
2. Проверить являются ли вектора линейно независимыми $a_1 = (-4; -2; 3)$, $a_2 = (-2; 3; -4)$, $a_3 = (3; 3; -5)$.
3. Образуется ли базис система векторов $x_1 = (-1; -2; 0)$, $x_2 = (2; -3; 4)$, $x_3 = (1; 3; -2)$ и если образует разложить по этому базису вектор $y_1 = (3; 4; 5)$
4. Привести пример линейного пространства и его подпространства.

Самостоятельная работа 7

1. Провести процесс ортогонализации для системы векторов $a_1 = (3; 0; -3)$, $a_2 = (-1; 3; -4)$, $a_3 = (-3; -3; 4)$.
2. Проверить образует ли система векторов базис и если да, то выполнить процесс ортогонализации и нормировки: $y_1 = (1; 2; 0)$, $y_2 = (-1; -3; -1)$, $y_3 = (1; 0; 0)$.
3. Дополнить систему векторов до ортогонального базиса $x_1 = (-1; -2; 0; -2)$, $x_2 = (2; -3; 4; 0)$.
4. Написать матрицу Грамма.

Самостоятельная работа 8

1. Проверить является ли данная матрица ортогональной $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.
2. Разложить матрицу $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ в скелетное разложение.
3. Найти псевдообратную матрицу A^+ для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & -4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$.
4. Вычислить псевдообратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 9

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 - y_3 \\ x_2 = y_2 + y_3 \\ x_3 = 2y_3 \end{cases}$.
2. Является ли линейным преобразованием преобразование переводящее вектор (x_1, x_2, x_3) в вектор $(x_1 + 2x_2, x_2 - x_3, x_1 - 3x_2 + 2x_3)$ и написать его матрицу.
3. Записать характеристический определитель для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.
4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 10

1. Проверить образует ли закон композиции операция умножения чисел на множестве действительных чисел
2. Образует ли группу (Q, \cdot) , где Q – множество рациональных чисел.
3. Образует ли кольцо $(Z, +, \cdot)$, где Z – множество целых чисел.
4. Образует ли кольцо с единицей $(M_n, +, \cdot)$, где M_n – множество квадратных матриц. Является ли оно коммутативным кольцом.

Разделы (модули) и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Первый семестр	
Модуль 1. Комплексные числа.	
Тема 1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра.	Доклад на тему: «Мнимая единица i и ее свойства». Решение задач и упражнений.
Тема 2. Корни из комплексных чисел. Двучленные уравнения.	Решение задач и упражнений.
Модуль 2. Решение уравнений 3, 4-й степени.	
Тема 3. Решение уравнений 3, 4-й степени.	Решение задач и упражнений.
Модуль 3. Матрицы и определители.	
Тема 4. Матрицы и действия с ними.	Доклад на тему: «Матрицы – что это такое». Решение задач и упражнений.
Тема 5. Определители n -го порядка. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Определители специального вида.	Доклад на тему: «Лаплас – великий французский математик». Решение задач и упражнений.
Тема 6. Обратная матрица. Ранг матрицы.	Решение задач и упражнений.
Модуль 4. Системы линейных алгебраических уравнений.	
Тема 7. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем уравнений.	Решение задач и упражнений.
Тема 8. Метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса решения СЛАУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.	Доклад на тему: «Гаусс – король математики». Решение задач и упражнений.
Второй семестр	
Модуль 6. Многочлены.	
Тема 9. Многочлены и действия над ними. НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Теорема о представлении НОД.	Доклад на тему: «Алгоритм Евклида нахождения НОД двух чисел». Решение задач и упражнений.
Тема 10. Взаимно простые многочлены. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная	Решение задач и упражнений.

теорема алгебры. Формулы Виета. Кратные корни.	
Модуль 7. Квадратичные формы.	
Тема 11. Линейные преобразования.	Решение задач и упражнений.
Тема 12. Квадратичные формы. Основная теорема о квадратичных формах. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.	Доклад на тему: «Билинейные формы». Решение задач и упражнений.
Тема 13. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду. Метод Якоби.	Решение задач и упражнений.
Модуль 8. Линейное пространство.	
Тема 14. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Связь между базисами.	Решение задач и упражнений.
Модуль 9. Линейные преобразования пространства V_n.	
Тема 15. Линейные преобразования пространства V_n . Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.	Решение задач и упражнений.
Тема 16. Подпространство линейного пространства. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств	Решение задач и упражнений.
Третий семестр	
Модуль 11. Евклидово пространство.	
Тема 17. Евклидово пространство. Ортогонализация системы векторов. Ортонормированный базис. Неравенство Коши.	Доклад на тему: «Великий математик Коши». Решение задач и упражнений.
Тема 18. Матрица Грамма и ее свойства.	Решение задач и упражнений.
Тема 19. Унитарное пространство. Неравенство Коши в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.	Решение задач и упражнений.
Модуль 12. Ортогональные и унитарные матрицы.	
Тема 20. Ортогональные матрицы и унитарные матрицы. Свойства.	Решение задач и упражнений.
Тема 21. Псевдообратные матрицы. Свойства.	Решение задач и упражнений.
Модуль 13. Линейные операторы.	
Тема 22. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.	Решение задач и упражнений.
Тема 23. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы	Решение задач и упражнений.

линейного оператора.	
Модуль 14. Группа, кольцо, поле.	
Тема 24. Понятие алгебраической операции. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции. Дистрибутивные алгебраические операции. Определение группы. Абелевы группы.	Решение задач и упражнений.
Тема 25. Определение кольца. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля. Примеры полей.	Решение задач и упражнений.

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ПООП (при наличии))	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знает: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Умеет: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения.	Письменный опрос, коллоквиум.
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационны	Владеет: практические навыки сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	Круглый стол.

	ми источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов.		
<p>ОПК-1</p> <p>Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.</p> <p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p>Знает: теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики.</p>	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
		<p>Умеет: решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.</p>	Письменный опрос, коллоквиум.
		<p>Владеет: практический опыт работы с базовыми методами современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.</p>	Круглый стол.
<p>ПК-1</p> <p>Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований,</p>	<p>ПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области</p>	<p>Знает: основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и</p>	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.

необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий.	естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии.	
	ПК-1.2. Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	Умеет: применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования.	Письменный опрос, коллоквиум.
	ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике.	Владеет: практический опыт работы с базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками программирования на современных языках.	Круглый стол

7.2. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Комплексные числа»

1. Комплексные числа, операции над ними.
2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Матрицы и определители»

1. Матрицы и операции над ними.
2. Транспонированная матрица.
3. Понятие определителя n -го порядка.
4. Теорема Лапласа вычисления определителя n -го порядка.
5. Свойства определителей n -го порядка.
6. Определители специального вида.

7. Обратная матрица.
8. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Системы линейных алгебраических уравнений»

1. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
2. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
4. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
6. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Многочлены»

1. Многочлены и действия над ними.
2. Деление многочленов с остатком.
3. Делители и их свойства.
4. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида нахождения НОД многочленов.
5. Взаимно простые многочлены.
6. Корни многочленов.
7. Теорема Безу. Схема Горнера.
8. Кратные корни многочленов.
9. Основная теорема алгебры и следствия из нее.
10. Формулы Виета.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Квадратичные формы»

1. Линейные преобразования неизвестных.
2. Обратное линейное преобразование.
3. Произведение линейных преобразований.
4. Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
5. Ранг квадратичной формы.
6. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах.
7. Нормальный вид квадратичной формы.
8. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы.
9. Критерий эквивалентности квадратичных форм.
10. Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, знаконеопределенные квадратичные формы.
11. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
12. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.

**Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу
«Линейное пространство»**

1. Понятие линейного пространства. Аксиомы линейного пространства.
2. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств.
3. Базис и размерность линейного пространства.
4. Связь между базисами.
5. Преобразование координат вектора.
6. Линейные преобразования пространства V_n .
7. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.
8. Подпространство линейного пространства.
9. Сумма и пересечение подпространств.
10. Прямая сумма подпространств.

**Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу
«Евклидово пространство»**

1. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидова пространства.
2. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве.
3. Ортонормированный базис.
4. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.
5. Определение матрицы Грама и ее свойства.
6. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.
7. Унитарное пространство.
8. Неравенство Коши в унитарном пространстве.
9. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.

**Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу
«Ортогональные и унитарные матрицы»**

1. Ортогональные матрицы.
2. Свойства ортогональных матриц.
3. Унитарные матрицы.
4. Свойства унитарных матриц.
5. Скелетное разложение матрицы.
6. Существование и единственность псевдообратной матрицы.
7. Свойства псевдообратных матриц.

**Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу
«Линейные операторы»**

1. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
2. Произведение линейных операторов.
3. Обратный оператор.
4. Матрица линейного оператора в данном базисе.

5. Понятие инвариантных подпространств.
6. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
7. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Группа, кольцо, поле»

1. Понятие алгебраической операции (внутренней композиции).
2. Коммутативные и ассоциативные алгебраические операции.
3. Нейтральный и симметричный элементы относительно алгебраической операции и теоремы об их единственности.
4. Определение группы и общепринятые обозначения группы.
5. Абелевы группы. Мультипликативное и аддитивное задание группы. Сходство и различие в основной терминологии.
6. Перестановки и мультипликативная группа подстановок.
7. Аддитивная группа вычетов.
8. Циклические группы, разложение группы на смежные классы по подгруппе, теорема Лагранжа.
9. Понятие о инъективном, сюръективном и биективном отображениях.
10. Определение изоморфизма групп.
11. Определение кольца. Анализ аксиом кольца. Свойства кольца относительно алгебраической операции сложения, относительно алгебраической операции умножения. Аксиома дистрибутивности.
12. Коммутативное кольцо и кольцо с единицей. Свойства кольца. Понятие о делителях нуля.
13. Изоморфизм колец. Кольцо вычетов. Определение поля, свойства поля.

**Примерные задания для текущего контроля знаний
Вариант контрольной работы
1 вариант**

1. Вычислить $\frac{(1+i)^2 + (7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$.
2. Решить систему уравнений $\begin{cases} (4+2i)z_1 - (6-i)z_2 = -19 + 23i \\ (5+2i)z_1 + (4-3i)z_2 = 8 + 4i \end{cases}$.
3. Вычислить $(-3+3i)^{150}$, $\sqrt[12]{1}$.
4. Решить уравнение $x^2 + (-2-i)x - (1-7i) = 0$.
5. Выразить через $\sin x$ и $\cos x$: $\sin 6x$.

4. Вычислить псевдообратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

Варианты тестов

Тест 1. Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени

-5)	<p>Вычислить $\frac{(1+i)^2 - (4+i) \cdot (2+3i)}{(1-i) \cdot (2+i)}$;</p> <p>1) $3-1.7i$ 2) $0.5+0.75i$ 3) i 4) $1-i$ 5) $-0.3-4.1i$</p>
-2)	<p>Вычислить $\frac{(3+i) - (4-2i) \cdot (1-3i)}{1+i}$;</p> <p>1) $\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i$ 2) $\frac{19}{2} + \frac{9}{2}i$ 3) $-\frac{19}{2} + \frac{9}{2}i$ 4) $\frac{7}{2} + \frac{9}{2}i$ 5) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$</p>

Тест 2. Матрицы и определители

-4)	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Вычислить $A+2B-3C$;</p> <p>1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -2 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -6 & 1 & -2 \\ -1 & 12 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -6 & -1 & -2 \\ -1 & 12 & 1 \end{pmatrix}$</p>
-1)	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. Вычислить $2A-B+3C$;</p> <p>1) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 8 & 22 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$</p>

Тест 3. Системы линейных алгебраических уравнений

-1)	<p>Решить методом Крамера систему $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$</p> <p>1) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$. 2) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 0$. 3) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1$. 4) $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 1$. 5) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$.</p>
-4)	<p>Решить методом Крамера систему $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$</p> <p>1) $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 4$. 2) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{7}{2}, x_3 = \frac{5}{2}$. 3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}, x_3 = 0$. 4) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{15}{2}, x_3 = 7$. 5) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{15}{2}, x_3 = \frac{7}{2}$.</p>

Тест 4. Многочлены

-3)	Разделить $f(x) = x^6 + 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 5x - 1$ на $g(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 3$ 1) $f(x) = g(x) \cdot (x^2 - x) + x^2 + x + 1$ 2) $f(x) = g(x) \cdot (x^2 - 3x - 3) + x^3 + 11x + 3$ 3) $f(x) = g(x) \cdot (x^2 - 3x - 3) + 5x^3 - 6x^2 + 11x + 8$ 4) $f(x) = g(x) \cdot (x^4 - 4) + 5x^5 + x^3 - 2$ 5) $f(x) = g(x) \cdot (x - 1) + 3$
-1)	Разделить $f(x) = 3x^5 - 4x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ на $g(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 4$ 1) $f(x) = g(x) \cdot (3x^2 + 2x - 10) - 20x^2 + 63x - 43$ 2) $f(x) = g(x) \cdot (3x + 1)$ 3) $f(x) = g(x) \cdot (3x^2 + 2x - 4) + 7$ 4) $f(x) = g(x) \cdot (2x - 1) + x^3 + x$ 5) $f(x) = g(x) \cdot (x^3 + x - 3) + 2x^2 + 4x - 3$

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,
- участие на практических занятиях - 40 баллов,
- выполнение домашних работ - 30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 180 с. — 978-5-7782-2409-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>
2. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Ильин, Владимир Александрович ; Э.Г.Позняк. - 6-е изд., стер. - М. :Физматлит, 2005. - 278 с. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики/ под ред. А.Н.Тихонова и др. вып. 4) (Серия "Классический университетский учебник"). - Предм. указ.: с. 274-278. - Рекомендовано

МО РФ. - ISBN 5-9221-0481-0 : 149-93.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

3. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : учеб. для ун-тов / Кострикин, Алексей Иванович. - М. : Наука, 1977. - 496 с. : ил. - 1-10.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Курош, Александр Геннадиевич. Курс высшей алгебры : учеб. для вузов / Курош, Александр Геннадиевич. - 15-е изд., стер. - СПб. и др. : Лань, 2008, 2006, 1975 (Наука), 1968 (Наука). - 431 с. - (Лучшие классические учебники) (Математика). - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-8114-0521-9 : 202-00.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

1. Никонова Н.В. Краткий курс алгебры и геометрии. Примеры, задачи, тесты [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Никонова, Н.Н. Газизова, Г.А. Никонова. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 100 с. — 978-5-7882-1711-6. — Режим доступа:
<http://www.iprbookshop.ru/61981.html>
2. Кострикин, Алексей Иванович. Введение в алгебру : Учеб. для ун-тов по специальностям "Математика", "Прикладная математика". Ч. 3 : Основные структуры алгебры / Кострикин, Алексей Иванович. - М. : Наука / Интерпериодика: Физ.-мат. лит., 2000. - 271 с. - ISBN 5-9221-0019-X : 0-0.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Сборник задач по алгебре / И. В. Аржанцев и др. ; под ред. А. И. Кострикина. - М. : МЦНМО, 2009. - 404 с. - ISBN 978-5-94057-413-2.
Местонахождение: Российская государственная библиотека (РГБ) URL:
http://нэб.рф/catalog/000199_000009_004393869/
4. Фаддеев, Дмитрий Константинович. Сборник задач по высшей алгебре : [учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / Фаддеев, Дмитрий Константинович, И. С. Соминский. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1977. - 288 с. : ил. - 0-60.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

<http://www.elib.dgu.ru/>

<http://www.iprbookshop.ru/>

<http://intuit.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное.

Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине «Фундаментальная и компьютерная алгебра» рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Аудитория для лекционных и практических занятий с 30 посадочными местами
- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов.