

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
01.03.01 Математика

Профиль подготовки
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: базовая

Махачкала, 2019

Рабочая программа дисциплины Математический анализ составлена в 2019 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 Математика (уровень бакалавриата) от 7 августа 2018 г. №943.

Разработчик: кафедра математического анализа,
Алейдаров С.М., к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа от 26 июня 2019 г.,
протокол №10.

Зав. кафедрой А.Рамазанов Рамазанов А.-Р.К.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от
« 27 » 06 2019 г., протокол № 6 .

Председатель В.Д. Бейбалаев Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением
« 30 » 08 2019 г. А.А.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *математический анализ* входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с построением поля действительных чисел, изучением и освоением таких базовых понятий, как предел функции, ее непрерывность, дифференцирование и интегрирование, изучением фундаментальных свойств числовых и функциональных рядов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
общекультурных – ОК-7;
общепрофессиональных – ОПК-1, ОПК-3;
профессиональных – ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4, ПК-11.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета и экзамена*.

Объем дисциплины 31 зачетная единица, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации	
	Всего	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экзамен
		из них						
Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации				
1	216	72		76		68	зачет, экзамен	
2	252	64		66		122	зачет, экзамен	
3	288	68		72		148	зачет, экзамен	
4	360	64		68		228	зачет, экзамен	
Итого	1116	268		282		566		

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *математический анализ* являются:

- овладение основными понятиями анализа (действительное число, функция, предел функции, непрерывность и дифференцируемость функции, производные и дифференциалы функции, мера и интеграл, ряд);
- творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач математического анализа;
- овладение основными методами дифференциального и интегрального исчисления, в

частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *математический анализ* входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению *01.03.01 Математика*. Знания по математическому анализу студентам необходимы при изучении таких последующих университетских курсов, как дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия, функциональный анализ, уравнения в частных производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации.

Изучение курса математического анализа предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения
ОК-7	Обладать способностью к самоорганизации и самообразованию	Знает базовые понятия и основные теоремы из курса математического анализа и направления развития современного математического анализа. Умеет различать и выбирать разделы курса математического анализа, необходимые для повышения собственного уровня подготовки по математическому анализу. Владеет информацией о современном состоянии научного развития тематики собственных исследований или работы с тем, чтобы правильно выбирать направления самообразования в области современного математического анализа.
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и пользоваться их в профессиональной деятельности	Знает фундаментальные понятия математического анализа (действительное число, функция, последовательность и ряд, пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, интегралы), а также основные свойства пределов, непрерывных функций, дифференцируемых функций, рядов и интегралов. Умеет: находить типичные пределы, производные и интегралы; исследовать поведение функций с помощью производных; исследовать сходимость

		<p>рядов и интегралов.</p> <p>Владеет основными методами дифференциального и интегрального исчисления.</p>
ОПК-3	<p>Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики.</p>	<p>Знает фундаментальные теоремы из курса математического анализа и направления развития современного математического анализа.</p> <p>Умеет давать оценки структурных характеристик для функций из различных классов и сравнительный анализ различных теорем из важнейших разделов математического анализа.</p> <p>Владеет классическими методами дифференциального и интегрального исчисления, в частности, навыками исследования сходимости и скорости сходимости рядов, сходимости или оценки различных интегралов.</p>
ПК-1	<p>Способен вести педагогическую деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса в образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования.</p>	<p>Знает точные определения основных понятий и четкие формулировки теорем математического анализа.</p> <p>Умеет давать геометрическую или естественнонаучную интерпретацию предела, непрерывности, производной, интеграла или ряда.</p> <p>Владеет классическими методами обобщения понятий предела, непрерывности, производной, интеграла, суммы ряда и других общих форм и закономерностей из области математического анализа.</p>
ПК-2	<p>Способен к преподаванию по программам профессионального обучения, среднего профессионального образования (СПО) и дополнительным профессиональным программам (ДПП), ориентированным на соответствующий уровень квалификации.</p>	<p>Знает фундаментальные понятия, определения и теоремы математического анализа, постановку различных классических задач математики.</p> <p>Умеет строить адекватные математические модели разнообразных естественнонаучных задач.</p> <p>Владеет основными методами дифференциального и интегрального исчисления для корректного применения при решении естественнонаучных и прикладных задач.</p>
ПК-3	<p>Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные</p>	<p>Знает точные определения базовых понятий и строгие формулировки основных теорем математического</p>

	современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	анализа. Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем математического анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеет разными методами доказательства теорем математического анализа и разнообразных следствий из них.
ПК-4	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий.	Знает формулировки основных теорем дифференциального и интегрального исчисления. Умеет доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем математического анализа путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеет достаточной информацией о современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.
ПК-11	Обладать способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики	Знает на достаточно высоком уровне основные разделы курса математического анализа. Умеет оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики данной области математики. Владеет информацией об основных направлениях развития современного математического анализа и актуальных вопросах преподавания математики.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 31 зачетную единицу, 1116 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов	Семестр	Неделя семестр	Аудиторные занятия, в том числе	Самост. оят.	Формы текущего контроля
-------------------	---------	----------------	---------------------------------	--------------	-------------------------

и тем дисциплины			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
<i>Первый семестр</i>								
Модуль 1. Поле вещественных чисел								
<i>Всего по модулю 1</i>	<i>1</i>		<i>10</i>	<i>12</i>			<i>14</i>	Контрольная работа, коллоквиум
1. Множества. Элементарные функции. Методы доказательства.			4	8			8	
2. Построение множества вещественных чисел.			6	4			6	
Модуль 2. Числовые последовательности								
<i>Всего по модулю 2</i>	<i>1</i>		<i>10</i>	<i>16</i>			<i>10</i>	Контрольная работа, коллоквиум
1. Предел последовательности			6	12			6	
2. Монотонные последовательности			4	4			4	
Модуль 3. Предел и непрерывность функции одной переменной								
<i>Всего по модулю 3</i>	<i>1</i>		<i>18</i>	<i>16</i>			<i>2</i>	Контрольная работа, коллоквиум
1. Предел функции одной переменной.			10	8			1	
2. Непрерывные функции одной переменной			8	8			1	
Модуль 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной								
<i>Всего по модулю 4</i>	<i>1</i>		<i>16</i>	<i>16</i>			<i>4</i>	Контрольная работа, коллоквиум
1. Определения производной и дифференциала.			4	4			2	
2. Правила дифференцирования.			6	8			2	
3. Основные теоремы дифференциального исчисления.			6	4				
Модуль 5. Исследование функций одной переменной								
<i>Всего по модулю 5</i>	<i>1</i>		<i>18</i>	<i>16</i>			<i>2</i>	Контрольная работа, коллоквиум
1. Производные и дифференциалы высших порядков.			6	4			1	
2. Формула Тейлора.			6	4			1	
3. Исследование функций и построение их графиков.			6	8				

Модуль 6. Промежуточная аттестация								
1. Зачет								
2. Экзамен								36
ИТОГО за 1 семестр			72	76			32	36
<i>Второй семестр</i>								
Модуль 1. Неопределенный интеграл								
Всего по модулю 1	2		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Первообразная и неопределенный интеграл.			4	4			10	
2. Основные методы интегрирования.			4	4			10	
Модуль 2. Функции, интегрируемые в конечном виде								
Всего по модулю 2	2		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Интегрирование рациональных функций.			4	4			10	
2. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.			4	4			10	
Модуль 3. Определенный интеграл Римана								
Всего по модулю 3	2		14	12			10	Контрольная работа, коллоквиум
1. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.			4	4			2	
2. Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.			4	4			2	
3. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем			6	4			6	
Модуль 4. Методы интегрирования								
Всего по модулю 5	2		16	16			4	Контрольная работа, коллоквиум
1. Формула Ньютона-Лейбница.			4	4				
2. Замена переменной и интегрирование по частям в интеграле Римана.			4	4			2	
3. Понятие о несобственных			4	4			2	

интегралах. Признаки сходимости.								
4. Приложения интеграла к геометрии и механике.			4	4				
Модуль 5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных								
Всего по модулю 5	2		10	10			16	Контрольная работа, коллоквиум
1. Сходимость в k -мерном пространстве.			2				2	
2. Кратный и повторные пределы функций многих переменных.			2	3			4	
3. Непрерывные функции многих переменных.			2	2			2	
4. Частные производные и полный дифференциал.			2	2			4	
5. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению.			2	3			4	
Модуль 6. Исследование функций многих переменных								
Всего по модулю	2		8	12			16	Контрольная работа, коллоквиум
1. Частные производные и дифференциалы высших порядков.			2	2			4	
2. Формула Тейлора.			2	2			4	
3. Исследование функций многих переменных на экстремум.			2	4			4	
4. Теоремы о неявных функциях.			2	4			4	
Модуль 7. Промежуточная аттестация								
1. Зачет								
2. Экзамен								36
ИТОГО за 2 семестр			64	66			86	36
<i>Третий семестр</i>								
Модуль 1. Числовые ряды								
Всего по модулю 1	3		8	12			16	Контрольная работа, коллоквиум
1. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.			2	4			8	
2. Признаки			6	8			8	

сходимости рядов с положительными членами.								
Модуль 2. Знакопеременные ряды								
Всего по модулю 2	3		12	12			12	Контрольная работа, коллоквиум
1. Знакопеременяющиеся ряды.			2	2			2	
2. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.			4				2	
3. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.			2	4			2	
4. Понятие о суммировании рядов.			2				2	
5. Кратные и повторные ряды.			2	2			2	
6. Бесконечные произведения. Связь с рядами.			4	4			2	
Модуль 3. Функциональные последовательности и ряды								
Всего по модулю 3	3		8	12			16	Контрольная работа, коллоквиум
1. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.			2	4			4	
2. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.			2	4			6	
3. Функциональные свойства сумм рядов.			4	4			6	
Модуль 4. Степенные ряды								
Всего по модулю 4	3		10	8			18	Контрольная работа, коллоквиум
1. Степенной ряд. Функциональные свойства.			4	4			6	
2. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме.			4	4			6	
3. Приближение непрерывных функций многочленами.			2				6	
Модуль 5. Интегралы с параметрами								
Всего по модулю 5	3		10	8			18	Контрольная работа, коллоквиум
1. Интегралы, зависящие от			6	4			10	

параметра.								
2. Эйлеровы интегралы. Приложения.			4	4			8	
Модуль 6. Ряды Фурье								
Всего по модулю 6	3		10	12			14	Контрольная работа, коллоквиум
1. Ряды Фурье по ортогональной системе функций. Общие свойства.			2	4			4	
2. Тригонометрический ряд Фурье. Сходимость в точке. Принцип локализации Римана. Интеграл Дирихле.			6	4			6	
3. Ряды Фурье для четных, нечетных и 2l-периодических функций.			2	4			4	
Модуль 7. Равномерно сходящиеся ряды Фурье								
Всего по модулю 7	3		10	8			18	Контрольная работа, коллоквиум
1. Приближение периодических функций тригонометрическими полиномами.			2				6	
2. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.			4	4			6	
3. Преобразование Фурье. Свойства.			4	4			6	
Модуль 8. Промежуточная аттестация								
1. Зачет								
2. Экзамен								36
ИТОГО за 3 семестр			68	72			112	36
<i>Четвертый семестр</i>								
Модуль 1. Двойные интегралы								
Всего по модулю 1	4		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Мера Жордана в R^2 . Свойства.			2	4			10	
2. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.			6	4			10	
Модуль 2. Замена переменных								
Всего по модулю 2	4		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Замена переменных в двойном интеграле.			4	4			10	
2. Приложения			4	4			10	

двойного интеграла.								
Модуль 3. Тройные интегралы								
Всего по модулю 3	4		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Мера Жордана в R^3 . Свойства. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.			4	4			10	
2. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.			4	4			10	
Модуль 4. Несобственные интегралы								
Всего по модулю 4	4		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Понятие о n -кратных интегралах.			4	4			10	
2. Несобственные кратные интегралы.			4	4			10	
Модуль 5. Криволинейные интегралы								
Всего по модулю 5	4		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Криволинейные интегралы первого рода.			4	4			10	
2. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина			4	4			10	
Модуль 6. Поверхностные интегралы								
Всего по модулю 6	4		6	8			22	Контрольная работа, коллоквиум
3. Поверхностные интегралы первого рода.			2	4			6	
4. Поверхностные интегралы второго рода.			2	4			6	
5. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.			2				10	
Модуль 7. Элементы теории поля								
Всего по модулю 7	4		6	6			24	Контрольная работа, коллоквиум
1. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.			4	3			12	
2. Потенциальные и соленоидальные поля.			2	3			12	

Обратная задача теории поля.								
Модуль 8. Функции ограниченной вариации								
Всего по модулю 8	4		6	4			26	Контрольная работа, коллоквиум
1. Вариация функции по Жордану.			2	2			12	
2. Свойства функций ограниченной вариации.			4	2			14	
Модуль 9. Интеграл Стильбеса								
Всего по модулю 9	4		6	10			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Интеграл Стильбеса. Вопросы существования. Свойства. Вычисление.			4	4			10	
2. Приложения к рядам Фурье.			2	6			10	
Модуль 10. Промежуточная аттестация								
1. Зачет	4							
2. Экзамен	4							36
ИТОГО за 4 семестр			64	68			192	36
ИТОГО			268	282			422	144

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Первый семестр

Модуль 1. Поле вещественных чисел

Тема 1. Множества. Элементарные функции. Методы доказательства

Множества и операции над ними. Структура и формы математических утверждений. Методы доказательства. Функция, способы ее задания. Обратная функция. Сложная функция. Графики элементарных функций. Простейшие преобразования графиков.

Тема 2. Построение множества вещественных чисел

Рациональные числа. Необходимость расширения множества рациональных чисел.

Вещественные (действительные) числа как множество бесконечных десятичных дробей.

Границы и грани числовых множеств. Лемма о точных границах. Арифметические операции над вещественными числами. Определение степени и логарифма. Лемма об

отделимости множества вещественных чисел. Дедекиндовы сечения. Непрерывность

множества вещественных чисел. Лемма о вложенных отрезках. Числовая ось. Измерение отрезков. Лемма о конечном покрытии интервалами. Лемма о предельных точках

множества. Об аксиоматическом построении множества вещественных чисел.

Эквивалентность основных принципов (основных лемм) математического анализа.

Модуль 2. Числовые последовательности

Тема 3. Числовые последовательности

Числовые последовательности и подпоследовательности. Предел числовой

последовательности. Бесконечно большие последовательности. Свойства сходящихся

последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей. Переход к

пределу в неравенствах. Переход к пределу в арифметических операциях. Примеры на

нахождение пределов. Теорема Больцано-Вейерштрасса об ограниченных

последовательностях. Критерий Коши о сходимости последовательности. Монотонные

последовательности. Число e . Частичные пределы. Верхний и нижний пределы.

Модуль 2. Предел и непрерывность функции одной переменной

Тема 4. Предел функции одной переменной.

Постановка задачи и различные определения предела функции. Односторонние пределы. Нижний и верхний пределы функции. Предел на бесконечности и бесконечный предел функции. Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши. Переход к пределу функции в арифметических операциях и неравенствах. Предел сложной функции. Первый замечательный предел. Предел монотонной функции. Пределы показательной и логарифмической функций. Предел показательно-степенной функции. Второй замечательный предел. Другие замечательные пределы. Сравнение функций в окрестности данной точки. Эквивалентные функции. Символы Ландау. Различные виды неопределенностей.

Тема 5. Непрерывные функции одной переменной.

Определение непрерывности в точке. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их характер. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Глобальные свойства непрерывных на сегменте функций. Непрерывность и разрывы монотонных функций. Теорема о существовании непрерывной обратной функции. Непрерывность элементарных функций.

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 6. Определения производной и дифференциала.

Постановка задачи. Определение производной. Примеры. Дифференцируемость и дифференциал функции. Некоторые приложения производной и дифференциала.

Тема 7. Правила дифференцирования.

Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 8. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Дарбу). Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталья.

Модуль 5. Исследование функций одной переменной

Тема 9. Производные и дифференциалы высших порядков.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Тема 10. Формула Тейлора.

Формула Тейлора с остатком в различных формах. Разложения элементарных функций. Приложение к вычислению пределов.

Тема 11. Исследование функций и построение их графиков.

Условия монотонности функции. Необходимые условия локального экстремума функции. Достаточные условия локального экстремума функции. Асимптоты графика функции. Выпуклые функции. Критерии и признаки выпуклости. Точки перегиба графика. Схема исследования и построения графика функции.

Второй семестр

Модуль 1. Неопределенный интеграл

Тема 12. Первообразная и неопределенный интеграл.

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица интегралов.

Тема 13. Методы интегрирования.

Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Модуль 2. Функции, интегрируемые в конечном виде

Тема 14. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональностей и тригонометрических функций.

Интегралы от простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций.

Тема 15. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.

Интегралы от некоторых иррациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций.

Модуль 3. Определенный интеграл Римана

Тема 16. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Интегральные суммы Дарбу, их свойства.

Тема 17. Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.

Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций (непрерывные функции, монотонные функции, интегрируемые разрывные функции).

Тема 18. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов. Первая теорема о среднем и ее обобщение.

Модуль 4. Методы интегрирования

Тема 19. Формула Ньютона-Лейбница.

Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница.

Тема 20. Замена переменной и интегрирование по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Формула Тейлора с остатком в интегральной форме.

Тема 21. Понятие о несобственных интегралах. Признаки сходимости.

Определение несобственных интегралов. Их основные свойства. Критерии сходимости несобственных интегралов. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 22. Приложения интеграла к геометрии и механике.

Приложения определенного интеграла: длина дуги, площадь плоской фигуры, объём и площадь поверхности тела вращения, некоторые физические и механические приложения.

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Тема 23. Сходимость в k -мерном пространстве.

Определение сходимости в k -мерном пространстве. Свойства сходящихся последовательностей точек в k -мерном пространстве. Различные типы множеств в k -мерном пространстве.

Тема 24. Кратный и повторные пределы функций многих переменных.

Предел (кратный) функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций. Повторные пределы функции.

Тема 25. Непрерывность функций многих переменных.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 26. Частные производные и полный дифференциал.

Частные производные. Дифференцируемость и полный дифференциал. Геометрические приложения.

Тема 27. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению.

Частные производные от сложных функций. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал сложной функции, инвариантность его формы.

Модуль 6. Исследование функций многих переменных

Тема 28. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Свойства.

Тема 28. Формула Тейлора.

Формула Тейлора для функций многих переменных.

Тема 29. Исследование функций многих переменных на экстремум.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Некоторые сведения о симметричных квадратичных формах. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Понятие об условном экстремуме.

Тема 30. Теоремы о неявных функциях.

Постановка задачи. Понятие неявной функции. Теорема о существовании непрерывной неявной функции. Теорема о существовании дифференцируемой неявной функции.

Теорема о существовании дифференцируемого неявного отображения для конечномерных пространств. Вычисление производных и дифференциалов неявных

функций, определяемых данным уравнением или данной системой уравнений. Замена переменных. Понятие независимости системы функций.

Третий семестр

Модуль 1. Числовые ряды

Тема 31. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.

Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов.

Критерий Коши.

Тема 32. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши. Безусловная сходимость рядов с неотрицательными членами.

Модуль 2. Знакопеременные ряды

Тема 33. Знакопеременяющиеся ряды.

Знакопеременяющийся ряд. Признак Лейбница. Оценка остатка.

Тема 34. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.

Абсолютно сходящиеся ряды, их безусловная сходимость. Действия над абсолютно сходящимися рядами. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.

Тема 35. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Признак Дирихле о рядах с парными произведениями. Синус-ряды и косинус-ряды.

Признак Абеля. Признаки абсолютной сходимости рядов Коши и Даламбера.

Тема 36. Понятие о суммировании рядов.

Суммирование рядов по методу Абеля-Пуассона. Метод Чезаро.

Тема 37. Кратные и повторные ряды.

Двойные ряды. Различные виды сходимости. Повторные ряды.

Тема 38. Бесконечные произведения. Связь с рядами.

Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости. Остаток. Критерий сходимости. Связь бесконечных произведений с рядами.

Модуль 3. Функциональные последовательности и ряды

Тема 39. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональной последовательности.

Примеры. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.

Тема 40. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.

Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля-Харди, Дирихле-Харди.

Тема 41. Функциональные свойства сумм рядов.

Функциональные свойства суммы ряда: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

Модуль 4. Степенные ряды

Тема 42. Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости. Функциональные свойства.

Степенной ряд. Лемма Абеля. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости.

Тема 43. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме.

Ряд Тейлора для суммы степенного ряда. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, в форме Коши, в форме Лагранжа. Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Тема 44. Приближение непрерывных функций многочленами.

Ряды алгебраических многочленов. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной на отрезке функции алгебраическими многочленами.

Модуль 5. Интегралы с параметрами

Тема 45. Интегралы, зависящие от параметра.

Определения собственных и несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Сходимость, равномерная сходимость, признаки сходимости. Функциональные свойства собственного интеграла, зависящего от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от

параметра. Сходимость, равномерная сходимость. Критерий Коши. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Функциональные свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Тема 46. Эйлеровы интегралы. Приложения.

Эйлеровы интегралы. Формула Стирлинга. Свойства гамма-функции и бета- функции Эйлера.

Модуль 6. Ряды Фурье

Тема 47. Ряды Фурье по ортогональной системе функций. Общие свойства.

Ортогональные системы функций. Примеры ортогональных систем. Источники получения ортогональных систем функций. Ряд Фурье, минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля. Понятие о полноте и замкнутости.

Тема 48. Тригонометрический ряд Фурье. Сходимость в точке. Принцип локализации Римана. Интеграл Дирихле.

Тригонометрический ряд Фурье. Лемма Римана. Ядро Дирихле и интеграл Дирихле.

Принцип локализации рядов Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Признак Дини.

Следствия. Примеры.

Тема 49. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2l$ -периодических функций.

Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье функции периода $2l$.

Модуль 7. Равномерно сходящиеся ряды Фурье

Тема 50. Приближение периодических функций тригонометрическими полиномами.

Ряды тригонометрических полиномов. Теорема Вейерштрасса о приближении периодических функций тригонометрическими полиномами. Полнота и замкнутость тригонометрической системы. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

Тема 51. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

Функциональные свойства рядов Фурье. Интегрируемость. Дифференцируемость.

Тема 52. Преобразование Фурье. Свойства.

Интеграл Фурье, преобразование Фурье, свойства преобразования. Примеры.

Четвертый семестр

Модуль 1. Двойные интегралы

Тема 53. Мера Жордана в R^2 . Свойства.

Мера Жордана в R^2 . Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств.

Тема 54. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла.

Суммы Дарбу. Теорема Дарбу. Два класса интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.

Модуль 2. Замена переменных

Тема 55. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.

Криволинейные координаты. Площадь фигуры в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

Приложение двойного интеграла.

Модуль 3. Тройные интегралы

Тема 56. Мера Жордана в R^3 . Свойства. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.

Мера Жордана в R^3 . Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла. Суммы Дарбу. Теорема Дарбу. Свойства.

Объем тела в криволинейных интегралах.

Тема 57. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Модуль 4. Несобственные интегралы

Тема 58. Понятие о n -кратных интегралах. Несобственные кратные интегралы.

Понятие о многомерных интегралах (мера Жордана в R^n), определение n -кратного интеграла, вопросы существования, сведение к повторному интегралу.

Тема 59. Несобственные кратные интегралы.

Понятие о несобственных кратных интегралах.

Модуль 5. Криволинейные интегралы

Тема 60. Криволинейные интегралы первого рода.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства.

Тема 61. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.

Задача вычисления работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Модуль 6. Поверхностные интегралы

Тема 62. Поверхностные интегралы первого рода.

Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление.

Тема 63. Поверхностные интегралы второго рода.

Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.

Тема 64. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.

Формула Гаусса-Остроградского. Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Формула Стокса. Выражение площади поверхности через криволинейный интеграл. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Аналог формулы Ньютона-Лейбница. Общая формула Стокса.

Модуль 7. Элементы теории поля

Тема 65. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.

Скалярные и векторные поля. Основные понятия, примеры. Градиент, ротор, дивергенция. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.

Тема 66. Потенциальные и соленоидальные поля. Обратная задача теории поля.

Потенциальные и соленоидальные поля. Разложение векторного поля на сумму потенциального и соленоидального полей. Обратная задача теории поля.

Модуль 8. Функции ограниченной вариации

Тема 67. Вариация функции по Жордану.

Определение функции ограниченной вариации. Классы функций ограниченной вариации.

Тема 68. Свойства функций ограниченной вариации.

Основные свойства. Критерий функции конечной вариации.

Спрямолинейные кривые.

Модуль 9. Интеграл Стильеса

Тема 69. Интеграл Стильеса. Вопросы существования. Свойства. Вычисление. Приложения к рядам Фурье.

Определение и общие условия существования интеграла Стильеса. Классы функций, для которых интеграл Стильеса существует. Свойства интеграла Стильеса. Формула интегрирования по частям. Теорема о среднем. Вычисление интеграла Стильеса. Переход к пределу под знаком интеграла Стильеса.

Тема 70. Приложения к рядам Фурье.

Исследование сходимости и равномерной сходимости рядов Фурье. Признаки Жордана.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Первый семестр

Модуль 1. Поле вещественных чисел

Тема 1. Множества. Элементарные функции. Методы доказательства
Графики элементарных функций. Простейшие преобразования графиков.

Тема 2. Построение множества вещественных чисел

Границы и грани числовых множеств. Лемма о точных границах. Арифметические операции над вещественными числами. Определение степени и логарифма.

Модуль 2. Числовые последовательности

Тема 3. Числовые последовательности

Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.

Свойства бесконечно малых последовательностей. Переход к пределу в неравенствах. Переход к пределу в арифметических операциях. Критерий Коши о сходимости последовательности. Монотонные последовательности. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы.

Модуль 2. Предел и непрерывность функции одной переменной

Тема 4. Предел функции одной переменной.

Односторонние пределы. Нижний и верхний пределы функции. Предел на бесконечности и бесконечный предел функции. Переход к пределу функции в арифметических операциях и неравенствах. Предел сложной функции. Замечательные пределы. Сравнение функций в окрестности данной точки. Эквивалентные функции. Различные виды неопределенностей.

Тема 5. Непрерывные функции одной переменной.

Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их характер. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Глобальные свойства непрерывных на сегменте функций. Непрерывность элементарных функций.

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 6. Определения производной и дифференциала.

Определение производной. Примеры. Дифференцируемость и дифференциал функции. Некоторые приложения производной и дифференциала.

Тема 7. Правила дифференцирования.

Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 8. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Дарбу). Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталю.

Модуль 5. Исследование функций одной переменной

Тема 9. Производные и дифференциалы высших порядков.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Тема 10. Формула Тейлора.

Формула Тейлора с остатком в различных формах. Разложения элементарных функций. Приложение к вычислению пределов.

Тема 11. Исследование функций и построение их графиков.

Условия монотонности функции. Необходимые условия локального экстремума функции. Достаточные условия локального экстремума функции. Асимптоты графика функции. Выпуклые функции. Точки перегиба графика. Схема исследования и построения графика функции.

Второй семестр

Модуль 1. Неопределенный интеграл

Тема 12. Первообразная и неопределенный интеграл.

Основные свойства неопределенных интегралов. Таблица интегралов.

Тема 13. Методы интегрирования.

Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Модуль 2. Функции, интегрируемые в конечном виде

Тема 14. Интегрирование рациональных функций.

Интегралы от простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных

функций.

Тема 15. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.

Интегралы от некоторых иррациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций.

Модуль 3. Определенный интеграл Римана

Тема 16. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.

Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Интегральные суммы Дарбу, их свойства.

Тема 17. Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.

Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций (непрерывные функции, монотонные функции, интегрируемые разрывные функции).

Тема 18. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов. Первая теорема о среднем и ее обобщение.

Модуль 4. Методы интегрирования

Тема 19. Формула Ньютона-Лейбница.

Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница.

Тема 20. Замена переменной и интегрирование по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Формула Тейлора с остатком в интегральной форме.

Тема 21. Понятие о несобственных интегралах. Признаки сходимости.

Определение несобственных интегралов. Их основные свойства. Критерии сходимости несобственных интегралов. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 22. Приложения интеграла к геометрии и механике.

Приложения определенного интеграла: длина дуги, площадь плоской фигуры, объём и площадь поверхности тела вращения, некоторые физические и механические приложения.

Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Тема 23. Сходимость в k -мерном пространстве.

Свойства сходящихся последовательностей точек в k -мерном пространстве. Различные типы множеств в k -мерном пространстве.

Тема 24. Кратный и повторные пределы функций многих переменных.

Предел (кратный) функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций. Повторные пределы функции.

Тема 25. Непрерывность функций многих переменных.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 26. Частные производные и полный дифференциал.

Частные производные. Дифференцируемость и полный дифференциал. Геометрические приложения.

Тема 27. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению.

Частные производные от сложных функций. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал сложной функции, инвариантность его формы.

Модуль 6. Исследование функций многих переменных

Тема 28. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Свойства.

Тема 28. Формула Тейлора.

Формула Тейлора для функций многих переменных.

Тема 29. Исследование функций многих переменных на экстремум.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Некоторые сведения о симметричных квадратичных формах. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных. Понятие об условном экстремуме.

Тема 30. Теоремы о неявных функциях.

Понятие неявной функции. Теорема о существовании непрерывной неявной функции.

Теорема о существовании дифференцируемой неявной функции. Теорема о существовании дифференцируемого неявного отображения для конечномерных пространств. Вычисление производных и дифференциалов неявных функций, определяемых данным уравнением или данной системой уравнений. Замена переменных. Понятие независимости системы функций.

Третий семестр

Модуль 1. Числовые ряды

Тема 31. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.

Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов.

Критерий Коши.

Тема 32. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши. Безусловная сходимость рядов с неотрицательными членами.

Модуль 2. Знакопеременные ряды

Тема 33. Знакопеременяющиеся ряды.

Знакопеременяющийся ряд. Признак Лейбница. Оценка остатка.

Тема 34. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.

Абсолютно сходящиеся ряды, их безусловная сходимость. Действия над абсолютно сходящимися рядами. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.

Тема 35. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.

Признак Дирихле о рядах с парными произведениями. Синус-ряды и косинус-ряды.

Признак Абеля. Признаки абсолютной сходимости рядов Коши и Даламбера.

Тема 36. Понятие о суммировании рядов.

Суммирование рядов по методу Абеля-Пуассона. Метод Чезаро.

Тема 37. Кратные и повторные ряды.

Двойные ряды. Различные виды сходимости. Повторные ряды.

Тема 38. Бесконечные произведения. Связь с рядами.

Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости. Остаток. Критерий сходимости. Связь бесконечных произведений с рядами.

Модуль 3. Функциональные последовательности и ряды

Тема 39. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональной последовательности.

Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.

Тема 40. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.

Критерий равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Абеля-Харди, Дирихле-Харди.

Тема 41. Функциональные свойства сумм рядов.

Функциональные свойства суммы ряда: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

Модуль 4. Степенные ряды

Тема 42. Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости. Функциональные свойства.

Степенной ряд. Лемма Абеля. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости.

Тема 43. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме.

Ряд Тейлора для суммы степенного ряда. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, в форме Коши, в форме Лагранжа. Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Тема 44. Приближение непрерывных функций многочленами.

Ряды алгебраических многочленов. Приближение непрерывной на отрезке функции алгебраическими многочленами.

Модуль 5. Интегралы с параметрами

Тема 45. Интегралы, зависящие от параметра.

Определения собственных и несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Сходимость, равномерная сходимость, признаки сходимости. Функциональные свойства собственного интеграла, зависящего от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Сходимость, равномерная сходимость. Критерий Коши. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Функциональные свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра.

Тема 46. Эйлеровы интегралы. Приложения.

Эйлеровы интегралы. Формула Стирлинга. Свойства гамма-функции и бета- функции Эйлера.

Модуль 6. Ряды Фурье

Тема 47. Ряды Фурье по ортогональной системе функций. Общие свойства.

Ортогональные системы функций. Примеры ортогональных систем. Ряд Фурье, минимальное свойство частичных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя, равенство Парсевала.

Тема 48. Тригонометрический ряд Фурье. Сходимость в точке. Принцип локализации Римана. Интеграл Дирихле.

Тригонометрический ряд Фурье. Ядро Дирихле и интеграл Дирихле. Принцип локализации рядов Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Признак Дини. Следствия.

Тема 49. Ряды Фурье для четных, нечетных и $2L$ -периодических функций.

Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье функции периода $2L$.

Модуль 7. Равномерно сходящиеся ряды Фурье

Тема 50. Приближение периодических функций тригонометрическими полиномами.

Ряды тригонометрических полиномов. Полнота и замкнутость тригонометрической системы. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

Тема 51. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

Функциональные свойства рядов Фурье. Интегрируемость. Дифференцируемость.

Тема 52. Преобразование Фурье. Свойства.

Интеграл Фурье, преобразование Фурье, свойства преобразования. Примеры.

Четвертый семестр

Модуль 1. Двойные интегралы

Тема 53. Мера Жордана в R^2 . Свойства.

Свойства измеримых по Жордану множеств.

Тема 54. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Суммы Дарбу. Теорема Дарбу. Два класса интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.

Модуль 2. Замена переменных

Тема 55. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.

Криволинейные координаты. Площадь фигуры в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

Приложения двойного интеграла.

Модуль 3. Тройные интегралы

Тема 56. Мера Жордана в R^3 . Свойства. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.

Свойства измеримых по Жордану множеств. Определение тройного интеграла. Суммы Дарбу. Теорема Дарбу. Свойства.

Объем тела в криволинейных интегралах.

Тема 57. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Модуль 4. Несобственные интегралы

Тема 58. Понятие о n -кратных интегралах. Несобственные кратные интегралы.

Понятие о многомерных интегралах, сведение к повторному интегралу.

Тема 59. Несобственные кратные интегралы.

Понятие о несобственных кратных интегралах.

Модуль 5. Криволинейные интегралы

Тема 60. Криволинейные интегралы первого рода.

Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства.

Тема 61. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.

Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула

Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла.

Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Модуль 6. Поверхностные интегралы

Тема 62. Поверхностные интегралы первого рода.

Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление.

Тема 63. Поверхностные интегралы второго рода.

Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.

Тема 64. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.

Формула Гаусса-Остроградского. Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Формула Стокса. Выражение площади поверхности через криволинейный интеграл. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Аналог формулы Ньютона-Лейбница. Общая формула Стокса.

Модуль 7. Элементы теории поля

Тема 65. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.

Скалярные и векторные поля. Градиент, ротор, дивергенция. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.

Тема 66. Потенциальные и соленоидальные поля. Обратная задача теории поля.

Потенциальные и соленоидальные поля. Разложение векторного поля на сумму потенциального и соленоидального полей.

Модуль 8. Функции ограниченной вариации

Тема 67. Вариация функции по Жордану.

Классы функций ограниченной вариации.

Тема 68. Свойства функций ограниченной вариации.

Основные свойства. Спрямолинейные кривые.

Модуль 9. Интеграл Стильбеса

Тема 69. Интеграл Стильбеса. Вопросы существования. Свойства. Вычисление. Приложения к рядам Фурье.

Определение интеграла Стильбеса. Классы функций, для которых интеграл Стильбеса существует. Свойства интеграла Стильбеса. Формула интегрирования по частям. Теорема о среднем. Вычисление интеграла Стильбеса. Переход к пределу под знаком интеграла Стильбеса.

Тема 70. Приложения к рядам Фурье.

Исследование сходимости и равномерной сходимости рядов Фурье. Признаки Жордана.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины математический анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором

предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К., Магомедова В.Г. Построение множества действительных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2011.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
3. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч.1 (Методическое пособие для студентов). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2002.
4. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
5. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала, 2006.

Задания для самостоятельной работы

I

1. По методу математической индукции доказать неравенство $3^n \geq 3n$ для натуральных чисел n .
1. Найти супремум и инфимум множества $E = \left\{ \frac{2n+1}{n+1}, n = 1, 2, \dots \right\}$.
2. Построить графики функций $y = \frac{1}{\ln(x^2 - x)}$, $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$, $y = \frac{\cos x}{2 + x^2}$.

II

1. Найти предел функции $f(x) = (\cos x)^{\lg x}$ в точке $a = 0$.
2. Исследовать характер точек разрыва функций $f(x) = \frac{1}{\ln x}$, $f(x) = \sin \frac{1}{x}$.
3. Исследовать на дифференцируемость в точке $x = 0$ функцию $f(x)$, если $f(x) = x \cdot \sin \frac{1}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0) = 0$.
4. Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции $y = \ln \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$.

III

1. Найти неопределенные интегралы $\int \frac{x+3}{x^2+2x-15} dx$, $\int \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{x^2+x+1}+1} dx$, $\int \frac{\cos 2x}{1+\cos^2 x} dx$.
2. Вычислить интегралы $\int_1^e x \ln x dx$, $\int_0^\pi \sin x \cdot e^{\cos x} dx$.
3. Вычислить площадь, ограниченную графиками функций $y = \sin x$ и $y = \frac{4}{\pi^2} x^2$.

IV

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}, 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}, 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}, 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}, 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}, 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}$$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}, 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}, 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}),$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}, 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}, 6) \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n, 7) \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{n}{n+1}\right)^n.$$

3. Найти области сходимости рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1} x^n, 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{3n}}{3^{2n}} (x-1)^n, 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!}{2^n n!} \frac{1}{(x+1)^n}$$

4. Разложить в ряд Фурье: а) $f(x) = 1 - x, x \in (2;4)$; б) $f(x) = \begin{cases} 1, x \geq 0, \\ -1, x < 0 \end{cases}$

V

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_C (x+y) ds$, если C:

$$x = t, y = \frac{3t^2}{\sqrt{2}}, z = t^3, 0 \leq t \leq 1.$$

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода $\int_C \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$, где C – четверть астроиды

$$x = R \cos^3 t, y = R \sin^3 t \text{ от точки } (R,0) \text{ до точки } (0,R).$$

3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x-y) dx dy$, $D: y^2 = \frac{b^2}{2} x, y = \frac{b}{a} x (a > 0, b > 0)$.

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы $\iint_D f\left(\frac{x}{y}\right) dx dy$,

$$D: y = x, y = -x, y = 1.$$

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл $\int_C (1-x^2) y dx + x(1+y^2) dy$, где C –

$$\text{окружность } x^2 + y^2 = R^2.$$

VI

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$, $C: x = a(\cos t + t \sin t)$,

$$y = a(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi.$$

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода $\int_C \frac{y^2 dx - x^2 dy}{x^2 + y^2}$, где C – полуокружность

$$x = a \cos t, y = a \sin t, 0 \leq t \leq \pi.$$

3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (1-xy) dx dy$, $D: y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4$.

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$, $D: -1 \leq x \leq 1$,

$0 \leq y \leq 1$.

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл $\int_C (xy + x + y) dx + (xy + x - y) dy$,

где C – эллипс

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Раздел 1. Поле вещественных чисел	
1. Множества. Элементарные функции. Методы доказательства.	Рефераты на темы: 1. Метод доказательства от противного и метод исключений. 2. Метод математической индукции
2. Построение множества вещественных чисел.	Доклады на темы: 1. Лемма Вейерштрасса о точных границах. 2. Дедекиндовы сечения. 3. Необходимость расширения множества рациональных чисел.
Раздел 2. Числовые последовательности	
1. Предел последовательности.	Доклад на тему: Теорема Штольца.
2. Монотонные последовательности	Решение задач и упражнений. Доклад на тему: Теорема Эйлера.
Раздел 3. Предел и непрерывность функции одной переменной	
1. Предел функции одной переменной.	Реферат на тему: Парадоксы Зенона. Решение задач и упражнений.
2. Непрерывные функции одной переменной	Доклады на темы: 1. Различные определения непрерывности. 2. Обратные тригонометрические функции. Решение задач и упражнений.
Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	
1. Определения производной и дифференциала.	Доклад на тему: Второй парадокс Зенона и дифференцируемость.
2. Правила дифференцирования.	Решение задач и упражнений.
3. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Доклад на тему: Теорема Дирихле о промежуточных значениях производной.
Раздел 5. Исследование функций одной переменной	
4. Производные и дифференциалы высших порядков.	Решение задач и упражнений.
5. Формула Тейлора.	Доклад на тему: Приложения производных высших порядков к исследованию функций.
6. Исследование функций и построение их графиков.	Реферат на тему: Неравенство Йенсена и его приложения.
Раздел 6. Неопределенный интеграл	
1. Первообразная и неопределенный интеграл.	Решение задач и упражнений.
2. Основные методы интегрирования.	Решение задач и упражнений.
Раздел 7. Функции, интегрируемые в конечном виде	
1. Интегрирование рациональных	Реферат на тему: Разложение рациональной

функций	функции на простейшие дроби. Доклад на тему: Метод Остроградского.
2. Интегрирование иррациональностей и тригонометрических функций.	Решение задач и упражнений.
Раздел 8. Определенный интеграл Римана	
1. Определение интеграла Римана. Суммы и интегралы Дарбу.	Решение задач и упражнений.
2. Условия существования интеграла Римана. Классы интегрируемых функций.	Доклады на темы: 1. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. 2. Интегрируемость разрывной функции Римана.
3. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем	Решение задач и упражнений.
Раздел 9. Методы интегрирования	
1. Формула Ньютона-Лейбница.	Доклад на тему: Восстановление функции по ее производной.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в интеграле Римана.	Решение задач и упражнений.
3. Понятие о несобственных интегралах. Признаки сходимости.	Решение задач.
4. Приложения интеграла к геометрии и механике.	Доклады на темы: 1. Вычисление объемов тел с вложенными сечениями. 2. Спрямолинейные кривые. 3. Кривая Пеано.
Раздел 10. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	
1. Сходимость в k -мерном пространстве.	Доклад на тему: Метрические пространства и сходимость в них.
2. Кратный и повторные пределы функций многих переменных.	Решение задач.
3. Непрерывные функции многих переменных.	Решение задач.
4. Частные производные и полный дифференциал.	Доклад на тему: Теорема о конечных приращениях для функций многих переменных.
5. Частные производные и дифференциал сложной функции. Производная по направлению.	Решение задач и упражнений.
Раздел 11. Исследование функций многих переменных	
1. Частные производные и дифференциалы высших порядков.	Решение задач и упражнений.
2. Формула Тейлора.	Решение задач и упражнений.
3. Исследование функций многих переменных на экстремум.	Доклад на тему: Метод Лагранжа.
4. Теоремы о неявных функциях.	Реферат на тему: Функция и способы ее задания.
Раздел 12. Числовые ряды	
1. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.	Решение задач.
2. Признаки сходимости рядов с положительными членами.	Доклады на темы: 1. Признак Раабе. 2. Признак Гаусса.
Раздел 13. Знакопеременные ряды	

1. Знакопередающиеся ряды.	Решение задач.
2. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.	Доклады на темы: 1. Абсолютная и безусловная сходимости рядов. 2. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
3. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.	Доклад на тему: Синус- и косинус-ряды.
4. Понятие о суммировании рядов.	Решение задач.
5. Кратные и повторные ряды.	Решение задач.
6. Бесконечные произведения. Связь с рядами.	Решение задач.
Раздел 14. Функциональные последовательности и ряды	
1. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.	Решение задач и упражнений.
2. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов.	Решение задач и упражнений.
3. Функциональные свойства сумм рядов.	Рефераты на темы: 1. Дифференцирование рядов. 2. Интегрирование рядов.
Раздел 15. Степенные ряды	
1. Степенной ряд. Функциональные свойства.	Решение задач и упражнений.
2. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости к сумме.	Решение задач и упражнений.
3. Приближение непрерывных функций многочленами.	Доклад на тему: Суммы Фейера.
Раздел 16. Интегралы с параметрами	
1. Интегралы, зависящие от параметра.	Решение задач и упражнений.
2. Эйлеровы интегралы. Приложения.	Реферат на тему: Приложения эйлеровых интегралов.
Раздел 17. Ряды Фурье.	
1. Ряды Фурье по ортогональной системе функций. Общие свойства.	Решение задач и упражнений.
2. Тригонометрический ряд Фурье. Сходимость в точке. Принцип локализации Римана. Интеграл Дирихле.	Доклад на тему: Сравнение признаков Дини и Дирихле сходимости рядов Фурье.
3. Ряды Фурье для четных, нечетных и 2π -периодических функций.	Решение задач и упражнений.
Раздел 18. Равномерно сходящиеся ряды Фурье	
1. Приближение периодических функций тригонометрическими полиномами.	Решение задач и упражнений.
2. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.	Решение задач и упражнений.
3. Преобразование Фурье. Свойства.	Рефераты на темы: 1. Комплексное преобразование Фурье. 2. Преобразование Лапласа.
Раздел 19. Двойные интегралы	
1. Мера Жордана в R^2 . Свойства.	Реферат на тему: Общая мера Жордана.
2. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
Раздел 20. Замена переменных	

1. Замена переменных в двойном интеграле.	Решение задач и упражнений.
2. Приложения двойного интеграла.	Решение задач и упражнений.
Раздел 21. Тройные интегралы	
1. Мера Жордана в R^3 . Свойства. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
2. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.	Доклад на тему: Криволинейные координаты.
3. Понятие о n-кратных интегралах. Несобственные кратные интегралы.	Решение задач и упражнений.
Раздел 22. Криволинейные интегралы	
1. Криволинейные интегралы первого рода.	Решение задач и упражнений.
2. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина	Решение задач и упражнений.
Раздел 23. Поверхностные интегралы	
1. Поверхностные интегралы первого рода.	Решение задач и упражнений.
2. Поверхностные интегралы второго рода.	Решение задач и упражнений.
3. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.	Решение задач и упражнений.
Раздел 24. Элементы теории поля.	
1. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.	Решение задач и упражнений.
2. Потенциальные и соленоидальные поля. Обратная задача теории поля.	Решение задач и упражнений.
Раздел 25. Функции ограниченной вариации	
1. Вариация функции по Жордану.	Решение задач и упражнений.
2. Свойства функций ограниченной вариации.	Решение задач и упражнений.
Раздел 26. Интеграл Стильбеса	
1. Интеграл Стильбеса. Вопросы существования. Свойства. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
2. Приложения к рядам Фурье.	Решение задач и упражнений.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОК-7	Обладать способностью к самоорганизации и самообразованию	Знает базовые понятия и основные теоремы из курса математического	Изучение тем последовательно по модулям с

		<p>анализа и направления развития современного математического анализа. Умеет различать и выбирать разделы курса математического анализа, необходимые для повышения собственного уровня подготовки по математическому анализу.</p> <p>Владеет информацией о современном состоянии научного развития тематики собственных исследований или работы с тем, чтобы правильно выбирать направления самообразования в области современного математического анализа.</p>	<p>последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ</p>
ОПК-1	<p>Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности</p>	<p>Знает фундаментальные понятия математического анализа (действительное число, функция, последовательность и ряд, пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, интегралы), а также основные свойства пределов, непрерывных функций, дифференцируемых функций, рядов и интегралов.</p> <p>Умеет: находить типичные пределы, производные и интегралы; исследовать поведение функций с помощью производных; исследовать сходимость рядов и интегралов.</p> <p>Владеет основными методами дифференциального и интегрального исчисления.</p>	<p>Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ</p>
ОПК-3	<p>Обладать способностью к</p>	<p>Знает фундаментальные теоремы из курса</p>	<p>Изучение тем последовательно</p>

	самостоятельной научно-исследовательской работе.	математического анализа и направления развития современного математического анализа. Умеет давать оценки структурных характеристик для функций из различных классов и сравнительный анализ различных теорем из важнейших разделов математического анализа. Владеет классическими методами дифференциального и интегрального исчисления, в частности, навыками исследования сходимости и скорости сходимости рядов, сходимости или оценки различных интегралов.	по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ
ПК-1	Обладать способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знает точные определения основных понятий и четкие формулировки теорем математического анализа. Умеет давать геометрическую или естественнонаучную интерпретацию предела, непрерывности, производной, интеграла или ряда. Владеет классическими методами обобщения понятий предела, непрерывности, производной, интеграла, суммы ряда и других общих форм и закономерностей из области математического анализа.	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ
ПК-2	Обладать способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	Знает фундаментальные понятия, определения и теоремы математического анализа, постановку различных классических задач математики. Умеет строить	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ

		<p>адекватные математические модели разнообразных естественнонаучных задач.</p> <p>Владеет основными методами дифференциального и интегрального исчисления для корректного применения при решении естественнонаучных и прикладных задач.</p>	
ПК-3	<p>Обладать способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Знает точные определения базовых понятий и строгие формулировки основных теорем математического анализа.</p> <p>Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем математического анализа, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи.</p> <p>Владеет разными методами доказательства теорем математического анализа и разнообразных следствий из них.</p>	<p>Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ</p>
ПК-4	<p>Обладать способностью публично представлять собственные и известные научные результаты</p>	<p>Знает формулировки основных теорем дифференциального и интегрального исчисления.</p> <p>Умеет доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем математического анализа путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеет достаточной информацией о</p>	<p>Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ</p>

		современном уровне развития анализа в разделах публично представляемых научных результатов.	
ПК-11	Обладать способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики	Знает на достаточно высоком уровне основные разделы курса математического анализа. Умеет оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики данной области математики. Владеет информацией об основных направлениях развития современного математического анализа и актуальных вопросах преподавания математики.	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ

7.2. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Предел числовой последовательности»

1. Верно ли «Неограниченность числовой последовательности – достаточное условие для ее расходимости»?
2. Верно ли «Монотонность числовой последовательности – необходимое условие для ее сходимости»?
3. Сформулируйте основные свойства сходящихся последовательностей и докажите одно из них.
4. Является ли фундаментальной последовательность $x_n = \frac{1}{3n-7}$?
5. Верно ли «Бесконечно большая последовательность не ограничена сверху»?

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Определенный интеграл Римана»

1. Определение интеграла Римана.
2. Суммы Дарбу, их свойства.
3. Условия существования определенного интеграла.
4. Некоторые классы интегрируемых функций.
5. Свойства интегрируемых функций и интегралов Римана.
6. Основная теорема интегрального исчисления.
7. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Числовые ряды»

1. Числовой ряд. Частичная сумма и остаток.
2. Необходимое условие сходимости ряда.
3. Свойства сходящихся рядов.
4. Общий критерий сходимости числовых рядов.
5. Признаки сравнения рядов с неотрицательными элементами.
6. Интегральный признак сходимости рядов.
7. Признак Даламбера сходимости числовых рядов.
8. Признак Коши сходимости числовых рядов.
9. Условная и безусловная сходимости рядов.
10. Абсолютная и неабсолютная сходимости рядов.
11. Арифметические действия над абсолютно сходящимися рядами.
12. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
13. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
14. Преобразование Абеля.
15. Признак Абеля сходимости рядов.
16. Признак Дирихле сходимости рядов.
17. Бесконечные произведения. Их сходимость.
18. Критерий сходимости произведения.
19. Сравнение сходимости произведений и рядов.

Примерные вопросы к коллоквиуму по разделу «Кратные интегралы»

1. Мера Жордана, ее свойства.
2. Определение двойного интеграла, его свойства.
3. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
4. Замена переменных в двойном интеграле.
5. Определение и свойства криволинейного интеграла первого рода.
6. Определение и свойства криволинейного интеграла второго рода.
7. Формула Грина.
8. Тройной интеграл. Свойства. Вычисление.
9. Замена переменных в тройном интеграле.
10. Поверхностный интеграл первого рода. Определение. Свойства. Вычисление.
11. Поверхностный интеграл второго рода. Определение. Свойства. Вычисление.
12. Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса.

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

-2)	<p>Пусть E -произвольное числовое множество. Тогда верно утверждение:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Для ограниченности E необходима конечность E. 2) Для конечности E необходима ограниченность E. 3) Для конечности E достаточна ограниченность E. 4) Необходимым и достаточным условием ограниченности E является конечность E.
-2)	<p>Пусть $E = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \right\}$. Тогда верно утверждение:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\sup E = 1, \inf E$ не существует. 2) $\inf E = 0, \min E$ не существует. 3) $\inf E = 0, \sup E$ не существует. 4) $\max E = 1, \inf E$ не существует.
-3)	<p>Выберите неверное утверждение:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) В любой окрестности любого действительного числа найдется рациональное

	1) x^{3x} ; 2) 3^{3x} ; 3) x^{3^x} ; 4) 3^{x^3} .
-3)	График функции $y = x + \frac{1}{x}$ имеет 1) лишь вертикальную асимптоту; 2) горизонтальную асимптоту; 3) наклонную и вертикальную асимптоты; 4) лишь наклонную асимптоту.
-2)	Выберите верное утверждение: Если функция $f(x)$ равномерно непрерывна на данном промежутке, то всегда на этом промежутке 1) $f(x)$ ограничена; 2) непрерывна; 3) $f(x)$ достигает своих точных границ.
-2)	Функция $f(x) = \frac{\sin \pi x}{x^2 - x}$ 1) непрерывна; 2) имеет устранимые разрывы в точках $x = 0$ и $x = 1$; 3) имеет бесконечные разрывы в точках $x = 0$ и $x = 1$.
-1)	Функция $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$. 1) имеет на интервале $(0,1)$ хотя бы один нуль; 2) на интервале $(0,1)$ не принимает значение $-0,5$; 3) на отрезке $[0,1]$ не достигает своего супремума.
-3)	Функция $ x - 1 $ в точке $x = 1$ 1) имеет производную; 2) дифференцируема; 3) имеет односторонние производные.
-3)	Производная функции $\cos^2 3x$ равна 1) $-6 \sin 3x$; 2) $6 \cos 3x$; 3) $-3 \sin 6x$; 4) $-2 \cos 3x \sin 3x$.
-2)	Найти промежутки убывания функции $y = x^2 e^{-x}$ 1) $[0,2]$; 2) $(-\infty; 0]$ и $[2; +\infty)$; 3) $(-\infty; +\infty)$.
-1)	Найти точки перегиба графика функции $y = x^2 \ln x$. 1) $e^{-1,5}$; 2) e^{-1} ; 3) e .
-2)	Найти точки экстремумов функции $y = xe^{-x}$. 1) 0 ; 2) 1 ; 3) -1 .
-2)	Повторные пределы функции $f(x, y) = \frac{2x - y}{x + 2y}$ в точке $O(0,0)$ равны 1) 1 и -1 ; 2) 2 и $-0,5$; 3) 2 и 2 .
-3)	Двойной предел функции $f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$ в точке $O(0,0)$ 1) равен 1 ; 2) не существует; 3) 0 ; 4) равен ∞ .
-2)	Найти $u'_x(0,0)$, если $u = e^{xy} \sin x$.

	1) 0; 2) 1; 3) -1.
-1)	Найти $du(0,0)$, если $u = x \cos y - 2^{xy}$ 1) dx ; 2) $dx - 2dy$; 3) $-dx + 2dy$.
-2)	Найти $\int x \ln x dx$. 1) $x^2 \ln x + C$; 2) $\frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$; 3) $2x^2 \ln x - x^2 + C$.
-3)	Найти $\int x^2 \cos x^3 dx$. 1) $\frac{1}{3} x^3 \sin x^3 + C$; 2) $\frac{1}{3} x^3 \cos x^3 dx$; 3) $\frac{1}{3} \sin x^3 + C$.
-1)	Вычислить $\int_0^1 x e^x dx$. 1) 1; 2) e ; 3) 2.
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 + 1$ и $y = x + 1$. 1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{24}$.
-2)	Вычислить несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^4} dx$. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) расходится.
-3)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ равна 1) 1. 2) 0. 3) 1,5. 4) расходится.
-1)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ равна 1) 1. 2) 2,5. 3) ряд расходится. 4) 0,5.
-2)	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$ сходится 1) при всех $p > 0$. 2) при всех $p > 1$. 3) при всех $p \geq \frac{1}{2}$. 4) при $p = 0$.
-2)	Дифференциал второго порядка функции $f(x, y) = x^2 \sin(2y)$ в точке $M(1; \pi)$ равен

	1) $dx^2 + 2dy^2$; 2) $8dxdy$; 3) $4dxdy$.
-2)	Найти частную производную z'_y неявной функции $z = z(x, y)$, определяемой уравнением $xz - z^2 + y^3 = 0$. 1) $\frac{y^3}{x - z}$; 2) $\frac{3y^2}{2z - x}$; 3) $\frac{3y^2}{z - x}$.

Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Множества и операции над ними.
2. Графики основных элементарных функций.
3. Пределы наиболее часто встречающихся числовых последовательностей.
4. Расширенная таблица эквивалентных функций.
5. Непрерывность основных элементарных функций.
6. Таблица производных элементарных функций.
7. Гиперболические функции, их производные и графики.
8. Высшие производные для суммы и произведения.
9. Примеры разложения по формуле Тейлора.
10. Таблица неопределенных интегралов (расширенная).
11. Некоторые сведения о разложении полиномов на неприводимые множители и рациональных функций на простейшие дроби.
12. Метод Остроградского интегрирования рациональных функций.
13. Метод неопределенных коэффициентов интегрирования некоторых трансцендентных функций.
14. Непосредственное вычисление бесконечных сумм и произведений.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций. Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 10 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (зачет, экзамен) - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. В 3 т. Т. 1 - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037> ().

2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. Т. 2 - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие

/ Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>()

3. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. 3](#) - Москва: Физматлит, 2002

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва : Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>().

4. [Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие](#) - Москва: ЧеРо, 1997

Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722> () .

б) дополнительная литература:

1. [Никольский С. М. Курс математического анализа: учебник](#) - Москва: Физматлит, 2001
Никольский, С.М. Курс математического анализа : учебник / С.М. Никольский. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2001. - 592 с. - ISBN 978-5-9221-0160-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69500> () .

2. [Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2 т. Т. 2.](#)

[Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных.](#)

[Гармонический анализ](#) - Москва: Физматлит, 2010

Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818> () .

3. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: учебник, Ч. I](#) - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686> ()

4. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. В 2-х частях: учебник, Ч. II](#) - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225> () .

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным

ресурсам

3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства

Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: [http://moodle.dgu.ru/\(\)](http://moodle.dgu.ru/).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

На лабораторных занятиях каждый студент получает задание для самостоятельного выполнения, как правило, перечень задач и упражнений по данной теме. После выполнения лабораторной работы рекомендуется организовать защиту этой лабораторной работы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.