МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
«Уравнения в частных производных»

Кафедра *дифференциальных уравнений и функционального анализа* факультета *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа:
01.03.01 Математика

Профиль подготовки:
«Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Форма обучения:
Очная

Статус дисциплины:
вариативная

Махачкала 2018

Рабочая программа дисциплины **«Уравнения в частных производных»** составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки *01.03.01 Математика (уровень бакалавриат)* от 7 августа 2014г. № 943

Разработчик: *кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа*, Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018 г., протокол № 10

Зав. кафедрой ____________ Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018г., протокол № 6

Председатель ______________ Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «_29_» июня 2018г.

Начальник УМУ Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина уравнения в частных производных входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) 01.03.01 Математика. Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук, кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.

Уравнения в частных производных представляет собой один из трудных и важных разделов математики, имеющий приложения к физическим задачам. Этот раздел является продолжением курса обыкновенных дифференциальных уравнений и сознательное его освоение не мыслимо без устойчивых и глубоких знаний по обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Уравнения в частных производных применяются в гидродинамике, в теории упругости и т.д. Дисциплину «Уравнения в частных производных» необходимо изучить для исследования вопросов связанных с методами математической физики.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

- готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата (ПК-3).

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия и самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: контрольная работа и коллоквиум, зачет ипромежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 8 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия для очной формы обучения								Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен
	в том числе:								
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе зачет и экзам.	
		всего	из них						
			Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
5, 6	288	136	68	-	68	-	-	152	зачет, экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Уравнения в частных производных» является освоение различных методов решения основных уравнений математической физики (уравнений Лапласа, колебания струны, теплопроводности).

2.Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Уравнения в частных производных» входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.01 Математика.

Курс «Уравнения в частных производных» преподается на 3 курсе, после изучения вещественного анализа, алгебры и геометрии. Комплексный анализ преподается параллельно с курсом «Уравнения в частных производных». В частности, в обоих курсах изучаются свойства гармонических функций и приводится сравнительный анализ в комплексном анализе в связи с сопряженными гармоническими функциями, а в уравнениях в частных производных – с задачей Дирихле для уравнения Лапласа.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения.

Код компетенции из ФГОС ВО	**Наименование компетенции из ФГОС ВО**	**Планируемые результаты обучения+**
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии,	• Знает: основные положения уравнений в частных производных. • Владеет: основными методами решений уравнений в частных производных. • Умеет: использовать фундаментальные

	дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности;	знания в области уравнений в частных производных в будущей профессиональной деятельности.
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	• Знает: основные положения уравнений в частных производных. • Владеет: методами исследования уравнений в частных производных. • Умеет: строго доказать утверждения уравнений в частных производных. На основе анализа, увидеть и корректировать результат.

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 8, академических часов 288.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Всего по модулю	Аудиторные занятия, в том числе: лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.	Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
Пятый семестр								
Модуль I. ***Классификация уравнений в частных производных***								
1. Физические задачи, приводящие к основным уравнениям в частных производных.	5		2	2			10	
2. Классификация уравнений в частных производных	5		4	4			14	Контрольная работа
***Всего по модулю* 1**		***36***	***6***	***6***			**24**	
Модуль II. ***Уравнение теплопроводности***								
3. Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности.	5		14	14			8	Коллоквиум
***Всего по модулю*2**		***36***	***14***	***14***			***8***	
Модуль III . Уравнение колебания струны.								
4. Начально-краевые задачи для уравнения колебания струны	5		12	12			12	
Всего по модулю 3		***36***	***12***	***12***			***12***	
Промежуточная аттестация		***36***					***36***	**Зачет**
ИТОГО за 5 семестр		**144**	**32**	**32**			**80**	
Шестой семестр								
Модуль IV. ***Уравнения Лапласа и Пуассона***								
1. Постановка краевых задач.	6		2	2			6	

2. Ортогональная система координат.	6		4	4				
3.Метод разделения переменных.	6		6	6				
4. Формулы Грина.	6		4	2				Контрольная работа
***Всего по модулю* 4**		***36***	***16***	***14***			***6***	
МодульV. ***Краевые задачи***								
1. Функция Грина задачи Дирихле.	6		2	4			10	Коллоквиум
2. Вопросы единственности задач Дирихле и Неймана.	6		4	4			10	
***Всего по модулю* 5**		***36***	***6***	***8***			***22***	
МодулиVI. ***Гармонические функции***								
1. Принцип максимума	6		4	4			2	
2. Теоремы о средних значениях.	6		4	4			2	
3. Аналитические и гармонические функции.	6		6	6			4	Коллоквиум
***Всего по модулю* 6**		***36***	***14***	***14***			***8***	
***Промежуточная* аттестация**								
Экзамен		**36**					**36**	
ИТОГО за 6 семестр		**144**	**36**	**36**			**72**	
ИТОГО за год		**288**	**68**	**68**			**152**	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

Пятый семестр

Модуль I. Классификация уравнений в частных производных.
Тема 1.Физические задачи, приводящие к основным уравнениям в частных производных: к уравнению теплопроводности; к уравнению колебания струны; к уравнениям Лапласа и Пуассона.
Тема2. Классификация уравнений в частных производных**.**
Понятие уравнения в частных производных. Линейные и нелинейные уравнения. Однородные и неоднородные уравнения. Порядок уравнения. Понятие эллиптичности, параболичности, гиперболичности уравнения второго порядка. Классификация линейных уравнений второго порядка от многих переменных.
Модуль II. Уравнение теплопроводности.
Тема 3. Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности.
Постановка начально-краевых задач. Начальное условие. Граничные условия первого типа. Граничные условия второго типа. Граничные условия третьего типа. Первая начально-граничная задача. Вторая начально-граничная задача. Третья начально-граничная задача. Уравнения с младшими членами. Физическая интерпретация начальных и граничных условий. Метод разделения переменных. Задача Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции. Метод разделения переменных для однородного уравнения с однородными граничными условиями для первой начально-граничной задачи. Метод разделения переменных для первой начально-граничной задачи с неоднородным уравнением и с однородными начальными и граничными условиями. Метод разделения переменных для однородного уравнения с однородными граничными условиями для второй начально-граничной задачи. Метод разделения переменных для второй начально-граничной задачи с неоднородным уравнением и с однородными начальными и граничными условиями. Общая первая начально-краевая задача. Первая начально-граничная задача со стационарными неоднородностями. Первая начально-краевая задача для уравнения со стационарными неоднородностями. Задача Коши. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Следствия из принципа максимума. О корректности первой начально-краевой задачи. Задача Коши на всей прямой в классе ограниченных функций.

Модуль III. Уравнение колебания струны.

Тема4. Начально-краевые задачи для уравнения колебания струны.

Вывод и постановка (I-й, II-й, III-й) начально-краевых задач. Физическая интерпретация начальных и граничных условий. Задача Коши. Формула Даламбера. Общее решение уравнения колебания струны.
Физическая интерпретация формулы Даламбера. Характеристики. Метод разделения переменных. Метод разделения переменных для однородного уравнения с однородными граничными условиями для первой начально-граничной задачи. Метод разделения переменных для первой начально-граничной задачи с неоднородным уравнением и с однородными начальными и граничными условиями. Общая первая начально-краевая задача. Первая начально-граничная задача со стационарными неоднородностями.

Шестой семестр

Модуль IV. Уравнение Пуассона и Лапласа

Тема 5. Постановка краевых задач. Граничные условия: первого рода, второго рода, третьего рода. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле, Неймана. Внутренняя и внешняя задача третьего рода. Физические примеры, приводящие к уравнениям Лапласа и Пуассона. Уравнение Лапласа в дивергентной форме.

Тема 6. Ортогональная система координат. Криволинейная ортогональная система координат. Аналитическая форма ортогональности. Элементы длины, площади и объема в криволинейной ортогональной системе координат. Дивергенция и градиент в ортогональной системе координат. Оператор Лапласа в криволинейной ортогональной системе координат. Оператор Лапласа в полярной системе координат. Оператор Лапласа в цилиндрической системе координат. Оператор Лапласа в сферической системе координат. Сферически и цилиндрически симметричные решения уравнения Лапласа. Особые решения. Фундаментальные решения.

Тема 7. Метод разделения переменных. Решение внутренней задачи Дирихле для круга методом разделения переменных. Решение внешней задачи Дирихле для круга методом разделения переменных. Решение задачи Дирихле для кольца. Решение задачи Дирихле для прямоугольника.

Тема 8.Формулы Грина. Формула Остроградского. Формула интегрирования по частям. Первая формула Грина. Вторая формула Грина. Третья формула Грина.

Модуль V. Краевые задачи

Тема 9. Функция Грина задачи Дирихле. Определение функции Грина и ее свойства. Выражение решения задачи Дирихле посредством функции Грина. Функции Грина для простейших областей: для круга, для шара полуплоскости и др.

Тема 10. Вопросы единственности задач Дирихле и Неймана. О единственности решения задачи Дирихле. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана.

Модуль VI. Гармонические функции

Тема 11. Принцип максимума. Принцип максимума и следствия из нее.
Тема 12. Теоремы о средних значениях. Теорема о среднем значении для: окружности, круга, сферы, шара.
Тема 13. Аналитические и гармонические функции. О связи между гармоническими и аналитическими функциями. Взаимно-сопряженные гармонические функции.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине.

Пятый семестр

МодульI.
Тема 1.Физические задачи, приводящие к основным уравнениям в частных производных: к уравнению теплопроводности; к уравнению колебания струны; к уравнениям Лапласа и Пуассона.
Тема2. Классификация уравнений в частных производных**.** Понятие уравнения в частных производных. Линейные и нелинейные уравнения. Однородные и неоднородные уравнения. Порядок уравнения.Понятие эллиптичности, параболичности, гиперболичности уравнения второго порядка. Классификация линейных уравнений второго порядка от многих переменных.
Модуль II.
Тема 3.Постановка начально-краевых задач. Начальное условие. Граничные условия первого типа. Граничные условия второго типа. Граничные условия третьего типа. Первая начально-граничная задача. Вторая начально-граничная задача. Третья начально-граничная задача. Уравнения с младшими членами. Физическая интерпретация начальных и граничных условий.

Тема4.Метод разделения переменных. Задача Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции. Метод разделения переменных для однородного уравнения с однородными граничными условиями для первой начально-граничной задачи. Метод разделения переменных для первой начально-граничной задачи с неоднородным уравнением и с однородными начальными и граничными условиями.Метод разделения переменных для однородного уравнения с однородными граничными условиями для второй начально-граничной задачи. Метод разделения переменных для второй начально-граничной задачи с неоднородным уравнением и с однородными начальными и граничными условиями.

Тема 5. Общая первая начально-краевая задача. Первая начально-граничная задача со стационарными неоднородностями. Первая начально-граничная задача для уравнения с младшими членами.

Тема 6. Задача Коши. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Следствия из принципа максимума. О корректности первой начально-краевой задачи. Задача Коши на всей прямой в классе ограниченных функций.

Модули III

Тема 7. Уравнение колебания струны. Вывод и постановка (I-й, II-й, III-й) начально-краевых задач. Физическая интерпретация начальных и граничных условий.

Тема 8. Задача Коши.Формула Даламбера. Общее решение уравнения колебания струны.

Постановка задачи Коши на всей прямой. Вывод формулы Даламбера. Физическая интерпретация формулы Даламбера. Характеристики.

Тема 9.Метод разделения переменных. Метод разделения переменных для однородного уравнения с однородными граничными условиями для первой начально-граничной задачи. Метод разделения переменных для первой начально-граничной задачи с неоднородным уравнением и с однородными начальными и граничными условиями.Общая первая начально-краевая задача. Первая начально-граничная задача со стационарными неоднородностями.

Шестой семестр

Модуль IV

Тема 10. Постановка краевых задач. Граничные условия: первого рода, второго рода, третьего рода. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле, Неймана. Внутренняя и внешняя задача третьего рода. Физические примеры, приводящие к уравнениям Лапласа и Пуассона. Уравнение Лапласа в дивергентной форме.

Тема 11. Ортогональная система координат. Криволинейная ортогональная система координат. Аналитическая форма ортогональности. Элементы длины, площади и объема в криволинейной ортогональной системе координат. Дивергенция и градиент в ортогональной системе координат. Оператор Лапласа в криволинейной ортогональной системе координат. Оператор Лапласа в полярной системе координат. Оператор Лапласа в цилиндрической системе координат. Оператор Лапласа в сферической системе координат. Сферически и цилиндрически симметричные решения уравнения Лапласа. Особые решения. Фундаментальные решения.

Модуль V

Тема 12. Метод разделения переменных. Решение внутренней задачи Дирихле для круга методом разделения переменных. Решение внешней задачи Дирихле для круга методом разделения переменных. Решение задачи Дирихле для кольца. Решение задачи Дирихле для прямоугольника.

Тема 13.Формулы Грина. Формула Остроградского. Формула интегрирования по частям. Первая формула Грина. Вторая формула Грина. Третья формула Грина.

Тема 14. Функция Грина задачи Дирихле. Определение функции Грина и ее свойства.Выражение решения задачи Дирихле посредством функции Грина. Функции Грина для простейших областей: для круга, для шара полуплоскости и др.

Тема 15. Вопросы единственности задач Дирихле и Неймана. О единственности решения задачи Дирихле. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана.

Модуль VI

Тема 16. Принцип максимума. Принцип максимума и следствия из нее.
Тема 17. Теоремы о средних значениях. Теорема о среднем значении для: окружности, круга, сферы, шара.
Тема 18. Аналитические и гармонические функции. О связи между гармоническими и аналитическими функциями. Взаимно-сопряженные гармонические функции.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособие для самостоятельной работы

[1] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., Наука, 1986.

Задание 1. Перечень вопросов для самостоятельной работы

№	Вопросы	Литература
1	Канонические формы УЧП	[1], с. 20-22
2	Уравнение колебания струны.	[1], с. 23-27
3	Уравнение продольных колебаний стержней	[1], с. 27-28
4	Энергия колебания струны	[1], с. 28-30
5	Линейная задача распространения тепла	[1], с. 180-184
6	Уравнение диффузии	[1], с. 184-188
7	Краевые задачи для областей, с подвижными границами	[1], с. 468-475
8	Тепловые потенциалы	[1], с. 476-480
9	Задачи, приводящие к уравнению Лапласа	[1], с. 276-2281
10	Задачи, приводящие к уравнению Гельмгольца	[1], с. 489-492

Задание 2. ***Примерные вопросы к экзамену***

1. Функция Грина для шара
2. Об устойчивости решений для уравнения колебаний струны.
3. Внешняя задача Неймана.
4. Формула Пуассона.
5. Физическая интерпретация формулы Даламбера
6. Формула Даламбера.
7. Общее решение уравнения $u_{tt} = c^2 u_{xx}$
8. Вывод уравнения колебания струны.
9. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности
10. О единственности решения задачи Коши на всей прямой в классе ограниченных функций.
11. Следствия из принципа максимума для уравнения теплопроводности.
12. Теорема о единственности для первой краевой задачи для уравнения теплопроводности.
13. Принцип максимума для уравнения теплопроводности
14. Уравнения диффузного типа с младшими членами.
15. Задача Штурма-Лиувилля
16. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности.
17. Метод разделения переменных для неоднородного уравнения диффузии.
18. Метод разделения переменных для уравнения диффузии с однородными граничными условиями.
19. Вывод уравнения теплопроводности.
20. Граничные условия в задачах диффузного типа.
21. Теплообмен через боковую поверхность. Неоднородное уравнение диффузии.
22. Физическая задача, приводящая к уравнению диффузии.
23. Уравнения с частными производными и их основные типы.
24. I –я формула Грина для бесконечных областей.
25. Начально-краевая задача для уравнения теплопроводности со стационарными неоднородностями.
26. Решение задачи Коши для неоднородного уравнения колебания струны.
27. Внутренняя задача Неймана.
28. Внешняя задача Дирихле для трехмерных и двумерных областей.
29. Принцип максимума (минимума) для гармонических функций
30. Внутренняя задача Дирихле (о единственности решения).
31. Некоторые свойства гармонических функций
32. Формула Остроградского. I-я и II-я формулы Грина.
33. III-я формула Грина.

34. Внутренняя и внешняя задача Дирихле для круга.
35. Сферическая и цилиндрическая системы координат. Особые решения уравнения Лапласа.
36. Дивергенция и оператор Лапласа в криволинейной ортогональной системе координат
37. Элементы длины и объема в криволинейной ортогональной системе координат.
38. Криволинейные ортогональные системы координат.
39. Эллиптические уравнения. Стационарное тепловое поле. Постановка краевых задач. Потенциальное течение жидкости.
40. Обоснование метода разделения переменных на примере уравнения колебания струны.
41. Краевые задачи со стационарными неоднородностями для уравнения
42. Общая неоднородная начально-краевая задача для уравнения колебания струны.
43. Метод разделения переменных для неоднородного уравнения колебания струны с однородными начальными и граничными условиями.
44. Метод разделения переменных для уравнения колебания струны с неоднородными граничными условиями. Метод разделения переменных для уравнения колебания струны с однородными граничными условиями.
45. Метод разделения переменных для уравнения колебания струны с однородными граничными условиями.
46. Функция Грина задачи Дирихле. Свойства

Задание 2. **Рефераты и курсовые работы по темам для самостоятельной работы**

1. Обоснование метода разделения переменных на примере уравнения колебания струны.
2. Краевые задачи со стационарными неоднородностями для уравнения теплопроводности.
3. Общая неоднородная начально-краевая задача для уравнения теплопроводности.
4. Метод разделения переменных для неоднородного уравнения теплопроводности с однородными начальными и граничными условиями.
5. Метод разделения переменных для уравнения колебания струны с неоднородными граничными условиями.
6. Метод разделения переменных для уравнения колебания струны с однородными граничными условиями.
7. Функция Грина задачи Дирихле. Свойства.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	**Наименование компетенции из ФГОС ВО**	**Планируемые результаты обучения**	**Процедура оценивания**
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности;	• Знает: основные положения уравнений в частных производных. • Владеет: основными методами решений уравнений в частных производных. • Умеет: использовать фундаментальные знания в области уравнений в частных производных в будущей профессиональной деятельности.	Контрольная работа, коллоквиум
ПК-4	способностью публично	• Знает: основные положения	Коллоквиум

	представлять собственные и известные научные результаты	уравнений в частных производных. • Владеет: методами исследования уравнений в частных производных. • Умеет: строго доказать утверждения уравнений в частных производных. На основе анализа, увидеть и корректировать результат.	

7.2. Типовые контрольные задания

Контрольные вопросы по курсу

1. Что такое уравнение с частными производными?
2. Что называется порядком уравнения, его главной частью?
3. Найдите все функции, удовлетворяющие уравнению:a) $u_x(x, y) = 0$; b) $u_{xy}(x, y) = 0$; c) $u_{xx} = 0$; d) $u_{xx} = 1$.
4. Какое уравнение называется квазилинейным?
5. По каким признакам можно квалифицировать УЧП?
6. Как понимаются малые колебания струны?
7. Сколько существует решений у уравнения$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$?
8. В чем заключается суть уравнения теплового баланса?
9. Когда и как получается из уравнения теплопроводности уравнение Лапласа?
10. Каких типов бывают граничные условия?
11. Как ставится смешанная краевая задача для уравнения теплопроводности в одномерном случае? Каков ее физический смысл?
12. Если $u_1(t)$ и $u_2(t)$ удовлетворяют уравнению $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$, то удовлетворяет ли ему их сумма? Если да, докажите.
13. Что такое квадратичная форма и как ее приводят к нормальному виду? В чем заключается закон инерции квадратичных форм?
14. Что такое уравнение смешанного типа? Приведите примеры.
15. Что можно сказать о гладкости решения уравнения эллиптического типа?
16. Какие свойства решений уравнения эллиптического типа наглядно прослеживаются на примере уравнения $y''(x) = 0$?
17. В чем заключается существенность условия непрерывности решения вплоть до границы в формулировке задачи Дирихле?
18. Что такое фундаментальное решение?
19. Какие процессы описываются уравнениями эллиптического, гиперболического, параболического типов?
20. Что можно сказать о поверхности $u(x, y) = xy$?
21. Приведите конкретные примеры гармонических функций и проиллюстрируйте на них принцип максимума?
22. В чем заключается суть метода Фурье?
23. Почему при решении задачи Дирихле для круга перешли к полярным координатам?
24. Как понимается корректность постановки задачи Дирихле?
25. Что такая функция Грина и какое отношение она имеет к вопросам о разрешимости задачи?
26. Что из себя представляет функция Грина в случае ОДУ второго порядка?
27. Всегда ли существует функция Грина?
28. Какие функции представимы в виде интеграла Пуассона?
29. Что такое среднее арифметическое по окружности, по кругу?
30. Какая функция называется аналитической?
31. Каким должен быть поток тепла через границу, чтобы задача Неймана (для уравнения Лапласа) имела смысл?
32. Всегда ли можно свести внешнюю задачу Дирихле к внутренней?
33. Что можно сказать о гармоничности потенциалов?
34. Как ставится задача Коши для УЧП?
35. Что описывает задача Коши для волнового уравнения?
36. Приведите схему решения смешанной краевой задачи для неоднородного уравнения колебаний струны с неоднородными начальными и граничными условиями.
37. Как доказывается единственность решения задачи Коши в случае уравнения колебаний струны?
38. Как ставится первая краевая задача для уравнения теплопроводности?
39. Что можно сказать о гладкости решений уравнений параболического типа?
40. Что такое фундаментальное решение?
41. Что такое преобразование Фурье?

42. Что можно сказать о замкнутости и ограниченности операторов дифференцирования?

Тестовые задания

I. Нелинейным уравнением является:

1.$y'(x) + y(x) = \sin x$;
2. $u_{xx} + u_x u_y = 0$;
3.$u_{tt} = \sqrt{a}\, u_{xx}$;
4. $u_{xx} + u_{yy} + u_{xy} = 0$;
5. $u_t = a^3 u_{xx}$.

II. Нестандартно поставлена задача:

1. $u_t = u_{xx}$, $u(x,0) = f(x)$;
2. $u_{tt} = u_{xx}$,$u(x,0) = f_1(x)$, $u_t(x,0) = f_2(x)$;
3.$u_t = u_{xx}$,$u(x,0) = f_1(x)$, $u_t(x,0) = f_2(t)$;
4.$y'(x) + y(x) = \sin x$, $y(0) = y'(0) = 0$;
5. $u_{xx} + u_{yy} = 0$, $(x,y) \in G$, $u_{\partial G} = f(x,y)$.

III. Смешанная краевая задача для уравнения колебаний струны решается:

1. методом функции Грина;
2. методом характеристик;
3. методом Фурье;
4. методом сведения к интегральному уравнению;
5. разностными методами.

IV. Некорректно поставлена задача:

1. задача Коши для уравнения теплопроводности;
2. задача Коши для уравнения Лапласа;
3. задача Коши для волнового уравнения;
4. смешанная краевая задача для уравнения колебаний струны;
5. граничная задача для уравнения Лапласа.

V. Для упрощения уравнения$u_{xx} + 4u_{xy} + 5u_{yy} + u_x + 2u_y = 0$ надо ввести новые переменные по формулам:

1. $\xi = x$, $\eta = 3y^2$;
2. $\xi = x - y$, $\eta = x + y$;
3. $\xi = 2x - y$, $\eta = x$;
4. $\xi = x + 2y$, $\eta = x - y$;
5. $\xi = 2x + y$, $\eta = x - y$.

VI. Гармонической является функция:

1. $u(x,y) = x^2 + y^2$;
2. $u(x,y) = x^2 - y^2$;
3. $u(x,y) = \sin y$;
4. $u(x,y) = \sin y + \cos x$;
5. $u(x,y) = x^2 + 2y^2$.

VII. Бесконечно гладким является решение:

1. смешанной краевой задачи для уравнения колебаний мембраны;
2. смешанной краевой задачи для волнового уравнения;
3. смешанной краевой задачи для уравнения теплопроводности;
4. задачи Дирихледля уравнения Лапласа;
5. задачи Коши для уравнения колебаний струны.

VIII. Свойством максимума обладает решение уравнения:

1. гиперболического типа;
2. эллиптического типа;
3. колебаний струны;
4. колебаний мембраны;
5. $y'' + y^2 = 0$.

IX. С уравнением $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ связаны процессы:

1. распространения тепла в стержне;
2. колебания струны;
3. колебания мембраны;
4. диффузия в жидкостях;
5. установившиеся.

X. Общим решением уравнения $u_{xy}(x,y) = 0$ является:

1. $u(x,y) = f(x - y)$;
2. $u(x,y) = f_1(x) f_2(y)$;

3. $u(x,y) = f_1(x)+f_2(y)$;
4. $u(x,y) = f^2(x)$
5. $u(x,y) = \sin x$;

XI. Непосредственно нельзя решить уравнение:
1. $u_{xy}(x,y) = 0$;
2. $u_{xy}(x,y) + u_y(x,y) = 0$;
3. $u_{xx}(x,y) + u_{yy}(x,y) = 0$;
4. $u_{xx}(x,y) = 0$;
5. $u_{xx}(x,y) + u_x(x,y) = 0$.

XII. В граничных условиях для уравнения колебаний струны свободный конец задается условием:
1. $u_{|x=0} = 0$;
2. $u_{|x=0} = \mu(t)$;
3. $u_{|t=0} = 0$;
4. $u_x(0,t) = 0$;
5. $u_x(0,t) = \nu(t)$.

XIII. Для геометрической иллюстрации гармонической функции подходят поверхности формы:
1. шляпы;
2. плоскости;
3. полусферы;
4. волнистого шифера;
5. горная поверхность в окрестности вершины горы.

Тест №2

I. Какое из уравнений является уравнением параболического типа:
1. $u_t = a^2\left(u_{xx} + u_{yy}\right) + u_x + u_y$;
2. $u_{tt} = a^2\left(u_{xx} + u_{yy}\right)$;
3. $u_{xy} = 0$;
4. $u_{xx} - u_{yy} = 0$;
5. $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$.

II. Задача Коши поставлена некорректно для уравнения:
1. эллиптического типа;
2. параболического типа;
3. гиперболического типа;
4. $u_{xx} - u_{yy} = 0$;
5. $u_t = u_{xx}$.

III. Квазилинейным является уравнение:
1. $u_{xx} + x^2 u_{yy} + (u_{zz})^2 = 0$;
2. $u_{xx} + u_{yy} + u u_x = 0$;
3. $u_{xx} + \left(u_{yy}\right)^2 = 0$;
4. $(u_x)^2 + (u_{xx})^2 + u_{xx} + u_{yy} = 0$;
5. $(u_{xx})^3 + u_{xx} + u_{yy} = 0$.

IV. Квадратичной формой является форма вида:
1. $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1^2 + x_1$;
2. $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1^2 + x_2^2 + x_2$;
3. $x_1^2 + x_2^2 + x_4^2 + x_5^2$;
4. $x_1x_3 + x_2$;
5. $x_1x_3 + x_2^2 + x_2$.

V. Какое из следующих уравнений написано в каноническом виде:
1. $u_x + u_{yy} + u_{xy} = 0$;
2. $u_{xx} + u_{yy} + u u_x + u_y = 0$;
3. $u_{xx} + u_{yy} + u_{xy} = 0$;
4. $u_x + u_y + u_x u_{yy} + u_{yy} = 0$;
5. $u_{xx} - u_{yy} + u_{xy} = 0$.

VI. Уравнением смешанного типа является уравнение :
1. $u_t = a^2 u_{xx}$;
2. $u_{xy} = 0$;
3. $u_{xx} + u_{yy} = 0$;

4. $xu_{xx} + u_{yy} = 0$;
5. $u_{xx} - u_{yy} = 0$.

VII. Какая из следующих задач поставлена некорректно:

1. $u_t = u_{xx}$, $u(0,t) = f(t)$;
2. $u_{tt} = u_{xx}$, $u(x,0) = f(x)$;
3. $u_{xx} + u_{yy} = 0$, $u(0,y) = f(y)$;
4. $u_{xy} = 0$, $u(0,y) = f(y)$, $u_y(0,y) = g(y)$;
5. $u_{xx} - u_{yy} = 0$, $u(0,y) = f(y)$, $u_x(0,y) = g(y)$.

VIII. Гармонической является функция :

1. $u = xy$;
2. $u = x^2 + y^2$;
3. $u = x^2 - 2xy$;
4. $u = x^3 - y^2$;
5. $u = x^3 - y^3$.

IX. Методом Фурье решается задача:

1. Коши для уравнения колебаний струны ;
2. Дирихле для уравнения Лапласа;
3. Коши для уравнения колебаний мембраны ;
4. Коши для уравнения Лапласа;
5. для уравнения колебаний струны без начальных условий.

XI. О функции Грина говорят:

1. для задачи Коши;
2. для краевой задачи;
3. для неравенства;
4. для интегрального уравнения;
5. для квазилинейного уравнения

XII. Требование не обращения Якобиана в нуль при упрощении уравнений нужно для:

1. определения типа уравнения;
2. вернуться к прежним переменным;
3. для определения новых переменных;
4. определения квазилинейности уравнения;
5. определения однородности уравнения.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература

1. **Тихонов, Андрей Николаевич.**
   Уравнения математической физики : [учеб. пособие для вузов] / Тихонов, Андрей Николаевич, А. А. Самарский. - 5-е изд., стер. - М. : Наука, 1977, 1972. - 735 с. : граф. ; 22 см. - 1-80.
2. Сборник задач по уравнениям математической физики / [В.С.Владимиров, А.А.Вашарин, Х.Х.Каримова и др.]; под ред. В.С.Владимирова. - 4-е изд., стер. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003, 1982. - 287 с. - ISBN 5-9221-0309-1 : 146-19.
3. **Владимиров, Василий Сергеевич.**
   Уравнения математической физики : [учеб. для вузов] / Владимиров, Василий Сергеевич ; В.В.Жаринов. - 2-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2003. - 398,[1] с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 399. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-9221-0310-5 : 132-00.
4. **Алексеев А.Д.** Уравнения с частными производными в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Д. Алексеев, С.Н. Кудряшов, Т.Н. Радченко. — Электрон.

текстовые данные. — Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2009. — 80 с. — 978-5-9275-0609-5. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/47167.html

б) дополнительная литература

1. **Михлин, С.Г.**
   Линейные уравнения в частных производных : учеб. пособие для ст-тов механико-математических и физических спец. вузов / С. Г. Михлин. - М. : Высшая школа, 1977. - 431 с. - 0-0.
2. **Владимиров, Василий Сергеевич.**
   Обобщенные функции в мететатической физике. / Владимиров, Василий Сергеевич. - 2-е испр, доп. - М : Наука, 1979. - 318 с. : ил. ; 22 см. - (Соврем. физ.-техн. проблемы.). - с.310-314.
3. **Бицадзе Андрей Васильевич**. Сборник задач по уравнениям математической физики : Учебное пособие / Бицадзе Андрей Васильевич. - Изд.2-е. - М. : Наука, 1985, 1977. - 310с. - 1-10.
4. Кудряшов С.Н. Основные методы решения практических задач в курсе «Уравнения математической физики» [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.Н. Кудряшов, Т.Н. Радченко. — Электрон. текстовые данные. — Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2011. — 308 с. — 978-5-9275-0879-2. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/47050.html

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	**Студентам:** - запустить установленный у Вас математический пакет, выбрать списке примеров, решенных в среде этого пакета, подходящий решить свою задачу по аналогии; **Преподавателям:** - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. **Всем заинтересованным пользователям:** **1.** – можно ознакомиться с примерами применени математических пакетов в образовательном процессе. **2.** – найти демо-версии популярных математических пакетов электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru , http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.**Ru**)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по уравнениям в частных производных распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам, зачету и сдаче экзамена.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по уравнениям в частных производных рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины комплексный анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.