

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа по дисциплине:

«Теория устойчивости»

Образовательная программа:

01.03.01 Математика

Профиль подготовки:

«Вещественный, комплексный
и функциональный анализ»

Уровень высшего образования:

бакалавриат

Форма обучения:

Очная

Статус дисциплины:

базовая

Махачкала 2018

Рабочая программа дисциплины «**Теория устойчивости**» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.01 Математика (уровень бакалавриат)** от 07.08.2014, № 949

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор, Джабраилова Л. М., кандидат физико-математических наук, доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.

(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018г., протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.

(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением

«29» июня 2018г.  Гасангаджиева А. Г.

Содержание

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
I. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП БАКАЛАВРИАТА.....	5
III. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ).....	5
4. ОБЪЕМ, СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	7
5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.....	10
6 . УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.....	11
7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	12
8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	19
9. ИНТЕРНЕТ - РЕСУРСЫ.....	19
10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	20
11. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ.....	20
12. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	21

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина "Теория устойчивости" входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) **01.03.01 Математика**

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук, кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с дифференциальными уравнениями, системами дифференциальных уравнений, устойчивостью решений дифференциальных уравнений. Применяются в гидродинамике, в теории упругости, статике и динамике.

Дисциплину "Теория устойчивости" необходимо изучить для исследования вопросов связанных с методами математической физики.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – ОПК-1,ОПК-3,ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия,самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольная работа, коллоквиум и тестирование и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий.

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
7	180	36		36	36		36+36=72	Экзамен

I. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ:

-Изучение вопросов устойчивости решений дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

-Формирование у студентов фундаментальных знаний в области теории устойчивости и ее применению к качественному исследованию систем дифференциальных уравнений.

- Изложение основных понятий теории устойчивости ,способов исследования устойчивости автономных систем.

II. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП бакалавриата

Курс «Теория устойчивости» входит в блок специальных дисциплин, в базовую часть профессионального цикла. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Математическая физика», «Функциональный анализ»

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной: « Операторы Штурма -Лиувилля» ,«Качественная теория дифференциальных уравнений. »

Курс «Теория устойчивости» входит в блок специальных дисциплин по выбору (СД). Предполагается, что учащиеся освоили университетские курсы «Математического анализа», «Алгебры и геометрии», «Дифференциальных уравнений», «Математической физики», «Функционального анализа». Курс «Теория устойчивости» наиболее тесно связан со следующими спецкурсами для бакалавров: «Самосопряженные операторы», «Обобщенные функции и их приложения», «Качественная теория дифференциальных уравнений».

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения). 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Код компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ПК-3	Способность строго доказывать утверждения, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.	<p>Знает: основные теоремы теории устойчивости, дифференциальных уравнений и матанализа. Знает как сформулировать и доказать научный результат.</p> <p>Умеет: видеть проблему, создавать математическую модель и находить ее решение.</p> <p>Владеет: методами качественного анализа решений динамических систем.</p>
ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры и аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.	<p>Знает: основные теоремы курса дифференциальных уравнений и их систем, основные методы теории дифуравнений, постановки основных классических задач. Теоремы Ляпунова об устойчивости решений дифуравнений их систем.</p> <p>Умеет: решать задачи приводящие к дифференциальным уравнениям и уметь проводить качественный анализ решений на устойчивость. применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как уравнения в частных производных, методы матфизики. решать классические задачи физики и прикладной математики с помощью дифференциальных уравнений.</p> <p>Владеет: методами исследования и методами составления математических моделей в виде дифференциальных уравнений и их систем. Владеет методами исследования на устойчивость динамических систем.</p>

ОПК-2	Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникативных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	<p>Знает: основные теоремы теории устойчивости решений дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин. исследовать устойчивость решений дифуравнений и их систем. Методы работы с научно-технической информацией, ее обработкой и хранением.</p> <p>Умеет: профессионально ставить и решать задачи, вырабатывать идеи и принимать решения, разрабатывать, анализировать и оптимизировать алгоритмы решения задач, связанных с математическим моделированием прикладных задач.</p> <p>Владеет: методами моделирования практических задач с помощью дифференциальных уравнений и интегральных уравнений, навыками применения качественного анализа решений. Методы исследования устойчивости решений уравнений и динамических систем. Методами представления научных результатов в виде статей, докладов и рефератов</p>
-------	---	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 5, академических часов 180.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел Дисциплины	Всего	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лек	прак	Сам. р	Эк з	
1	Модуль 1.	36	6	6	24		Контрольная работа

	Устойчивость линейных однородных дифференциальных систем						
2	Модуль2. Устойчивость линейных неоднородных дифференциальных систем . Критерий Гурвица. Критерий Михайлова .	36	12	12	12		Контрольная работа
3	Модуль3. Устойчивость по первому приближению	36	8	8	20		Коллоквиум
4.	Модуль4. Исследование устойчивости решения автономных систем в критических случаях.	36	10	10	16		Коллоквиум, контрольная работа.
	экзамен					36	Экзамен
	Итого	180	36	36	72	36	Экзамен

4.3. Содержание дисциплины по темам

Лекции.

Модуль 1. Устойчивость линейных однородных дифференциальных систем.

Тема 1. Введение.

Возникновение теории устойчивости. Применение теории устойчивости в физике ,технике ,экономике. Основные понятия теории устойчивости. Основные методы решения задачи устойчивости.

Модуль 2. Устойчивость линейных неоднородных дифференциальных систем.

Тема 2. Исследование устойчивости для автономных систем.

Функции Ляпунова и их свойства. Теорема Ляпунова об устойчивости и неустойчивости. Теоремы Красовского об асимптотической устойчивости и неустойчивости. Теоремы Четаева.

Модуль 3. Устойчивость по первому приближению

Тема 3. Критерии устойчивости по первому приближению.

Устойчивость систем первого приближения. Построение функции Ляпунова для систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

Тема 4. Критерии Гурвица и Михайлова.

Обобщение теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

Модуль 4. Исследование устойчивости решения автономных систем в критических случаях.

Тема 5. Исследование устойчивости решения автономных систем .

Приведение к специальному виду. Исследование систем , имеющих приложения в физике , химии , экономике.

Тема 6. Устойчивость периодических движений.

Постановка задачи, определение. Теоремы второго метода Ляпунова для неустановившихся движений. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами. Нелинейные уравнения с периодическими коэффициентами.

Практические занятия

№ модуля	Наименование практических занятий	Кол-во часов
1	Тема 1. Введение. Значение исследований на устойчивость, стабилизация процессов, математическая теория устойчивости , определение устойчивости и асимптотической устойчивости по Ляпунову. Экспоненциальная устойчивость.	12
2	Тема 2. Теоремы Ляпунова об устойчивости для однородных систем дифуравнений. Примеры. теоремы Четаева о неустойчивости.	12
3	Тема 3. Устойчивость и неустойчивость линейных дифференциальных систем частного вида. Устойчивость периодических движений. Исследование устойчивости решения автономных систем в критических случаях.	12
4.	Тема 4. Устойчивость решений автономных систем в критических случаях. Устойчивость периодических движений.	

4.5 . Самостоятельное изучение модулей дисциплины.

<i>Разделы и темы для самостоятельного изучения</i>	<i>Виды и содержание самостоятельной работы</i>
Модуль 1. Устойчивость линейных однородных дифференциальных систем	
1. Теоремы Ляпунова и их доказательство.	Рефераты на темы: 1.История возникновения теории устойчивости.
2. Применение теории устойчивости в механике.	Решение задач и упражнений.
Модуль 2. Устойчивость линейных неоднородных дифференциальных систем .	
1.Линейные неоднородные системы и методы построение решений.	Решение задач и упражнений.
2.Второй метод Ляпунова.	Рефераты на темы: 1. Функции Ляпунова и их свойства.
Модуль 3. Устойчивость по первому приближению	
1. Критерии устойчивости и их доказательство.	Решение задач и упражнений.
2.Обобщение теоремы Ляпунова.	Решение задач и упражнений.
Модуль 4.	Решение задач и упражнений.
1. Исследование устойчивости решения автономных систем в критических случаях	Доклады на тему: Устойчивость периодических решений.
2.Стабилизация управляемых движений.	Решение задач и упражнений.
3.Прикладные задачи экономики ,химии и биологии.	Реферат на тему:Постановка задач об оптимальной стабилизации.

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В основе преподавания дисциплины "Теория устойчивости" лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных

видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6 . УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная домашняя работа студентов включает:

- изучение основной и дополнительной литературы по теме лекции, закрепление лекционного материала;
- выполнение письменных домашних заданий (задач, расчетов и пр.).

Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для домашней работы студентов, направленной на закрепление лекционного материала, представлен в рабочей программе дисциплины. Выполнение письменных домашних заданий осуществляется в виде конспектирования отдельных вопросов лекционного материала, составления аналитических обзоров и решения задач по указанию преподавателя из числа заданий, содержащихся в методических материалах по проведению практических занятий по дисциплине. В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по собственной директории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины базируется на следующих возможностях: - индивидуальные консультации преподавателя (очно, в часы консультаций, по электронной почте, а также с использованием программ Skype, Viber, а также возможностей социальных сетей

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы:

- 1) Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. Физматгиз, 1959
- 2) Левенштам В.Б. Дифференциальные уравнения с большими высокочастотными слагаемыми. Изд-во Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, 2008, 366стр. - Монография
- 3) До Н.Т., Левенштам В.Б. Асимптотическое интегрирование системы дифференциальных уравнений с большим параметром в критическом случае // ЖВМ и МФ. 2011, т.51, №6. С.1043-1055.
- 4) До Н.Т., Левенштам В.Б. Асимптотическое интегрирование системы дифференциальных уравнений с высокочастотными слагаемыми в критическом случае // Диф. уравн. .2012, т.48, №8. С.1190-1192

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции и из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ПК-3	Способность строго доказывать утверждения, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.	<p>Знает: основные теоремы теории устойчивости, дифференциальных уравнений и матанализа. Знает как сформулировать и доказать научный результат.</p> <p>Умеет: видеть проблему, создавать математическую модель и находить ее решение.</p> <p>Владеет: методами качественного анализа решений динамических систем</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры и аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	<p>Знает: основные теоремы курса дифференциальных уравнений и их систем, основные методы теории дифференциальных уравнений, постановки основных классических задач. Теоремы Ляпунова об устойчивости решений дифференциальных систем.</p> <p>Умеет: решать задачи приводящие к дифференциальным уравнениям и уметь проводить качественный анализ решений на устойчивость. применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как уравнения в частных</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

<p>ОПК-2</p>	<p>Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникативных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>	<p>производных, методы матфизики. решать классические задачи физики и прикладной математики с помощью дифуравнений.</p> <p>Владеет: методами исследования и методами составления математических моделей в виде дифференциальных уравнений и их систем. Владеет методами исследования на устойчивость динамических систем.</p> <p>Знает: основные теоремы теории устойчивости решений дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин. исследовать устойчивость решений дифуравнений и их систем. Методы работы с научно-технической информацией, ее обработкой и хранением.</p> <p>Умеет: профессионально ставить и решать задачи, вырабатывать идеи и принимать решения, разрабатывать, анализировать и оптимизировать алгоритмы решения задач, связанных с математическим моделированием прикладных задач.</p> <p>Владеет: методами моделирования практических задач с помощью дифференциальных уравнений</p>	
--------------	--	---	--

		и интегральных уравнений , навыками применения качественного анализа решений. Методы исследования устойчивости решений уравнений и динамических систем. Методами представления научных результатов в виде статей ,докладов и рефератов	
--	--	---	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.2. Типовые контрольные задания

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.
2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.
4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.
6. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.
7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.
8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.
9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.
10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.
11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.
12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.
13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.
14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.

16. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.
18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.
19. Решить уравнение $y''' + y' = x$.
20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$.
21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{2x + y}$.
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.
24. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = \ln(e + ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg} y$.
25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.
26. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$.
27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.
28. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.
29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x, y_2 = (x + 1)^2$.
30. Решить уравнение $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.
31. Решить уравнение $y''' - 2y'' - 3y' = x + e^{-x}$.
32. Найти решение уравнения $2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, удовлетворяющее условию $z = 2x$ при $y = 1$.
33. Найти y_0, y_1, y_2 , если $y' = x^2 - y^2, y(0) = 0$.
34. Решить систему $x' = -x + y + z, y' = x - y + z, z' = x + y - z$.
35. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' - (y')^2$.
36. Решить задачу Коши $x' = 4x - 5y, y' = x, x(0) = 1, y(0) = 0$
37. Построить диф. уравнение семейства кривых $x^2 + c(x - 3y) + c^2 = 0$.
38. Решить задачу Коши $x' = x + 2y, y' = 4y + 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
39. Найти линии, ортогональные линиям семейства окружностей $x^2 + y^2 = 2cx$.
40. Решить систему $x' = x - y, y' = y - x$.
41. Определить тип особой точки системы $x' = 2x - y, y' = x - 3y$.
42. Решить задачу Коши $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, z(0, y) = \frac{1}{y^2}$.
43. Решить задачу Коши $y'' - 4y' - 5y = x, y(0) = 1, y'(0) = 0$.
44. Установить тип особой точки системы $x' = 2x - 3y, y' = 4x + y$.

45. Решить задачу Коши $y'' + 4y = \cos x, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
46. Решить систему $x' = x - y - z, y' = x + y, z' = 3x + z, \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = 1 \pm i$.
47. Найти расстояние между нулями решений уравнения $y'' + 6xy = 0$ на $[6;15]$.
48. Решить систему $x' = y - 5\cos t, y' = 2x + y$.
49. Оценить количество нулей любого решения уравнения $y' + 5xy = 0$ на $[5;125]$.
50. Являются ли $\varphi_1 = t^2 + 2xy, \varphi_2 = y^2 - t^2x^2$ первыми интегралами системы уравнений $x' = -y, y' = \frac{y^2 - t}{x}$.
51. Найти решение уравнения $y'' + 2xy = 0$ в виде степенного ряда.
52. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы
53. $x' = -x + \alpha y + \beta z, y' = -\alpha x - y + \alpha z, z' = -\beta x - \alpha y - z$.
54. Решить уравнение $y''' - y'' = x + 2$.
55. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = 2x + by$.
56. Решить уравнение $y''' + y' = \cos x$.
57. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы $x' = -x + 2xy^2, y' = -y - 2x^2y$.

Примерный тест по дисциплине

I. Семейство линий $y = Cx^3$ является общим решением дифференциального уравнение:

1) $xy' = 3y$; 2) $y^2 + y'^2 = 1$; 3) $x^2y' - xy = yy'$; 4) $y' = 3y^{2/3}$; 5) $y = e^{xy/y}$.

II. Выражение $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$ - общий интеграл дифференциального уравнения:

1) $xydx + (x+1)dy = 0$; 2) $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$; 3) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$;

4) $xy' + y = y^2$; 5) $y' = 10^{x+y}$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $(x+2y-1)dx + xdy = 0$; 2) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$; 3) $(x+y)dx + (y-1)dy = 0$;

4) $(x^2 + y)dx - xydy = 0$; 5) $(1-x)dx + (x+y)dy = 0$.

IV. Функция $\mu(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$ - интегрирующий множитель дифференциального уравнения:

1) $(x^2 - y)dx + x(y+1)dy = 0$; 2) $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$; 3)

$(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$; 4) $xy^2(xy' + y) = 1$; 5) $(x^2 + 3\ln y)ydx = xdy$.

V. Дифференциальное уравнение $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$ имеет единственное решение при начальных условиях:

- 1) $x_0 = -1, y_0 < 0, y_0'$ - любое; 2) $x_0 = -1, y_0 > 0, y_0'$ - любое; 3) $x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1$; 4) $x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0$; 5) $x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0$.

VI. Функция $y = 0,25x^2$ является особым решением дифференциального уравнения:

- 1) $y = 2xy' - 4y'^2$; 2) $y = xy' - y'^2$; 3) $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$; 4) $xy' - y = \ln y'$; 5) $x = y^2 + y'$.

VII. Уравнение $y'' - 2y' = 2e^x$ имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям $y(1) = -1, y'(1) = 0$:

- 1) $y = (7 - 3x)e^{x-2}$; 2) $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$; 3) $y = e^{2x} - 3e^x - 1$; 4) $y = e^{-x} - e + x - 1$; 5) $y = -2x^2 + 4x + 1$.

VIII. Выражение $y = x^2e^x$ - частное решение (возможно более низкого порядка) дифференциального уравнения:

- 1) $y'' - 4y' + 5y = 0$; 2) $y^{IV} + 2y' + y = 0$; 3) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$.

IX. Система функций линейно зависима:

- 1) $x + 2, x - 2$; 2) $6x + 9, 8x + 12$; 3) $\sin x, \cos x$; 4) $1, x, x^2$; 5) e^x, e^{2x}, e^{3x} .

X. Уравнением Эйлера является:

- 1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$; 4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x - 2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XI. Функция $y = x^3$ является решением уравнение:

- 1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$; 4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x - 2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XII. Функция $f(x, y)$ не удовлетворяет условию Липшица по y на прямой $y = -x$:

- 1) $f(x, y) = x^2 - y^2$; 2) $f(x, y) = x + y$; 3) $f(x, y) = x^2 + y^2$; 4) $f(x, y) = 1 + \sqrt{x + y}$; 5) $f(x, y) = 1 + x + y$.

XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения $y'' + 2xy = 0$ на $[20; 45]$ удовлетворяет оценкам:

- 1) $0,5 < d < 1$; 2) $0,33 < d < 0,5$; 3) $0,2 < d < 0,3$; 4) $0,1 < d < 0,2$; 5) $0,31 < d < 0,33$.

XIV. Нулевое решение системы устойчиво:

- 1) $x' = x, y' = 2y$; 2) $x' = 2x, y' = y$; 3) $x' = -x, y' = y$; 4) $x' = -x, y' = -2y$; 5) $x' = x, y' = -y$;

XV. Особая точка $(0, 0)$ системы является седлом:

- 1) $x' = 3x, y' = 2x + y$; 2) $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$; 3) $x' = x, y' = 2x - y$; 4) $x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$; 5) $x' = 3x + y, y' = y - x$.

XVI. Выражение $z = f(x^2 + y^2)$ есть общее решение уравнения:

$$1) y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0; \quad 2) y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0; \quad 3) 2y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0; \quad 4) y \frac{\partial z}{\partial x} - 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0;$$
$$5) \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

Экзаменационные вопросы

1. Укажите достаточные условия для существования в целом решения дифференциального уравнения.
2. Сформулируйте определения устойчивости, равномерной устойчивости и неустойчивости по Ляпунову решения нормальной системы.
3. Что такое присоединенный полином в критерии Гурвица?
4. Сформулировать критерий Гурвица.
5. Что такое годограф Михайлова?
6. Что такое матричное уравнение Ляпунова ?
7. Что такое функция Ляпунова ?
8. Сформулировать теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.
9. Сформулировать теорему Четаева о неустойчивости.
10. Сформулировать теорему о критериях устойчивости по первому приближению.
11. Основные понятия теории устойчивости.
12. Неравенство Важевского.
13. Общие свойства решений линейных нормальных систем
14. Устойчивость линейных дифференциальных систем.
15. Критерий Гурвица.
16. Критерий Михайлова.
17. Характеристические показатели функций..
18. Достаточное условие асимптотической устойчивости линейной системы.
19. Неравенство Ляпунова.
20. Приводимые системы. Теорема Еругина.
21. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.
22. Теорема Четаева о неустойчивости.
23. Критерий устойчивости по первому приближению.
24. Нормальные системы линейных ОДУ с высокочастотными коэффициентами. .

25. Устойчивость нормальных систем линейных ОДУ с высокочастотными слагаемыми.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1. Основная литература.

- 1) Степанов, В.В. Курс дифференциальных уравнений / В. В. Степанов. - Изд. 7-е, стереотип. - М. : Гос. изд-во физ.-мат., 1958. - 467 с. - Допущено в качестве учебника для гос. ун-тов. - 0-0.
- 2) Демидович, Борис Павлович. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Демидович, Борис Павлович, В. П. Моденов. - Изд. 3-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 275,[13] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0677-7 : 253-11.
- 3) Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения : учебник / Л. Э. Эльсгольц. - 6-е изд. - М. :КомКнига, 2006. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Допущено МО. - ISBN 5-484-00409-8 : 134-86.
- 4) Пантелеев А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, К.А. Рыбаков. — Электрон. текстовые данные. — М. : Логос, 2010. — 383 с. — 5-98704-465-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/9280.html>

8.2. Дополнительная литература.

- 5) Тихонов, Александр Николаевич. Дифференциальные уравнения : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Тихонов, Александр Николаевич ; А.Б.Васильева, А.Г.Свешников; под ред. А.Н.Тихонова и др.; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - 4-е изд., стер. - М. :Физматлит, 2005, 2002. - 253 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики. вып.6) (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 249-250. - Предм. указ.: с. 251-253. - ISBN 5-9221-0134-X : 126-28.
- 6) Немыцкий, Виктор Владимирович. Качественная теория дифференциальных уравнений / Немыцкий, Виктор Владимирович, В. В. Степанов. - 3-е изд., испр. - М. :Едиториал УРСС, 2004. - 550 с. - ISBN 5-354-00924-3 : 215-27.
- 7) Дергачев В.М. Дифференциальные и разностные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.М. Дергачев, С.Н. Лелявин. — Электрон. текстовые данные. — М. :Русайнс, 2016. — 96 с. — 978-5-4365-0764-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/61608.html>
- 8) Четаев Н.Г. Устойчивость движения. Гостехиздат, 1955.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам

3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по избранным главам математического анализа распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по избранным главам математического анализа рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой оборудованных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины избранные главы математического анализа. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.