



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет управления

Кафедра Математических и естественнонаучных дисциплин
факультета управления

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Линейная алгебра

Образовательная программа
38.03.01 – Экономика

Профиль подготовки
Экономика труда

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
заочная

Статус дисциплины: базовая

Махачкала 2018 год

Рабочая программа дисциплины Линейная алгебра составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01–Экономика (уровень бакалавриат) утвержденного приказом Министерством образования и науки РФ от 12 ноября 2015 г. N 1327

Разработчик: каф. МиЕНД Омарова Н.О., д.ф.-м.н., проф.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры МиЕНД от «14» мая 2018 г., протокол № 8
Зав. кафедрой Н.О. Омарова Н.О.

на заседании Учебно-методической комиссии факультета управления от
«18» 06 2018 г., протокол № 10
председатель Гашимова Л.Г. Гашимова Л.Г.

Согласовано с Учебно-методической комиссией экономического факультета
председатель Сулейманова Д.А. Сулейманова Д.А.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением «16» 06 2018 г. Шо

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Линейная алгебра» Б1.Б.6 входит в базовую часть блока 1 дисциплин федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по направлению 38.03.01 Экономика (квалификация – «бакалавр»).

Дисциплина реализуется на факультете управления кафедрой МиЕНД.

Дисциплина «Линейная алгебра» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с матричной алгеброй, линейными пространствами, системами линейных уравнений, линейными преобразованиями, квадратичными формами, элементами аналитической геометрии, продуктивными матрицами, моделями Леонтьева.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общекультурных – ОК-7, общепрофессиональных – ОПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме *контроля текущей успеваемости – контрольная работа, коллоквиум, тесты* и промежуточный контроль в форме *экзамена.*

Для направления 38.03.01 Экономика общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

Заочная форма обучения

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консультации			
1, 2	288	8		10	18		252	Экзамен экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины соотносятся с общими целями ОПОП ВОпо направлению: 38.03.01 Экономика, профиль подготовки: «Экономика труда».

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра» являются:

- формирование знаний по линейной алгебре, элементам аналитической геометрии, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- формирование основных навыков, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- формирование необходимого уровня алгебраической подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин;
- раскрытие возможностей обобщения этих методов при построении многомерных геометрий;
- развитие математической культуры и мышления студентов, навыков доказательств;
- развитие понятийной математической базы и формирование определенного уровня математической подготовки, необходимых для решения теоретических и прикладных задач экономики и их количественного и качественного анализа.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в базовую часть дисциплиноосновной профессиональной образовательной программы по направлению 38.03.01 Экономика.

Дисциплина «Линейная алгебра» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования.

Теоретическими дисциплинами и практиками, для которых освоение данной дисциплины является теоретической и практической базой являются «Основы финансовых вычислений», «МОР», «Интеллектуальный анализ данных», «Статистика», «Эконометрика», «Социально-экономические процессы», «Анализ рисков».

Дисциплина изучается на 1 курсе.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения
ОК-7	Способностью к самоорганизации и самообразованию	Знает:предметную область математики, содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенности Умеет: планировать цели и устанавливать приоритеты при осуществлении деятельности;·строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности Владеет: технологиями организации процесса самообразования и самоорганизации
ОПК-3	Способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	Знает: Основные методы разработки математических моделей исследуемого объекта; основные методы и алгоритмы решения разработанных математических задач Умеет: осуществлять выбор метода решения математических задач, анализировать и обосновывать полученные результаты Владеет: методами анализа выбора оптимального решения математических задач, навыками формирования выводов по результатам, навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль самост. раб.		
	Элементы линейной алгебры.								
	Модуль 1	1							
	Матрицы и определители	1		1	1		2	10	Опрос, решение задач, проверка домашнего задания
	Системы линейных алгебраических уравнений	1		1	1		2	20	Опрос, решение задач, проверка домашнего задания
	Модуль 2	1							
	Многочлены	1		1	1		2	20	Опрос, решение задач, проверка домашнего задания
	Комплексные числа								
	Модуль 3	1							
	Элементы матричного анализа	1		1	1		2	20	Опрос, решение задач, проверка домашнего задания
	Модуль 4	1							
	Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве	1			1		1	20	Опрос, решение задач, проверка домашнего задания
	Экзамен	1						36	Устно-письменная форма тестирование
	Итого			4	5		9	126	
	Модуль 5	2							
	Неотрицательные матрицы и модели Леонтьева	2		1	1		3	30	Опрос, решение задач, проверка домашнего задания
	Линейное программирование	2		1	2		3	30	Опрос, решение задач, проверка домашнего задания
	Модуль 6	2							
	Транспортная задача	2		1	1		3	30	Опрос, решение задач, проверка домашнего задания
	Разностные уравнения			1	1				Опрос, решение задач, проверка домашнего задания
	Экзамен	2						36	Устно-письменная форма тестирование
	Итого:			4	5		9	126	
	Всего			8	10		18	252	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Линейная алгебра. Часть 1.

Модуль1. Раздел 1. Матрицы и определители

1.1. Сложение матриц и умножение матрицы на число. Матричная запись систем линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы.

1.2. Умножение матриц. Невырожденные квадратные матрицы. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Решение матричных уравнений вида $AX=B$.

1.3. Определители и их свойства. Непосредственное вычисление определителей второго и третьего порядка. Формула разложения определителя по строкам и столбцам*. Применение определителей: 1) критерий невырожденности квадратной матрицы; 2) нахождение ранга матрицы; 3) критерий существования ненулевых решений однородной системы линейных алгебраических уравнений с n неизвестными, состоящей из n уравнений; 4) нахождение решения системы линейных алгебраических уравнений по формуле Крамера; 5) нахождение обратной матрицы.

Модуль 1.Раздел 2. Система линейных алгебраических уравнений.

2.1. Основные понятия. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных алгебраических уравнений методами Крамера, Гаусса, обратной матрицы. Системы линейных однородных уравнений. Пространство решений однородной системы, связь его размерности с рангом матрицы. Фундаментальная система решений однородной системы. Связь между общими решениями однородной и неоднородной систем.

2.2. Арифметические векторы и линейные операции над ними. Векторное пространство R^n . Геометрический смысл пространства R^2 и R^3 . Линейные пространства общего вида. Линейная зависимость системы векторов и ее геометрический смысл. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Преобразование координат векторов при замене базиса. Подпространства линейного пространства.

2.3. Скалярное произведение векторов в R^n . Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длины векторов и угол между векторами в R^n . Ортогональный и ортонормированный базисы в R^n . Координаты вектора в ортогональном базисе. Процесс ортогонализации. Ортогональные дополнения подпространств.

Модуль2. Раздел 3. Многочлены и комплексные числа

3.1. Основные понятия, связанные с многочленами. Схема Горнера и корни многочленов. Теорема Безу. НОД многочленов и алгоритм Евклида. Разложение правильной дроби на сумму элементарных дробей.

3.2. Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Корни n -ой степени из комплексного числа. Формулировка основной теоремы алгебры*.

*Без доказательства (здесь и далее по тексту).

Модуль3.Раздел 4. Элементы матричного анализа

4.1. Линейные преобразования пространства R^n . Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Собственные значения квадратных матриц.

4.2. Квадратичные формы их матрицы в данном базисе. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы*.

Модуль 4.Раздел 5. Элементы аналитической геометрии

5.1. Прямая и гиперплоскость в n -мерном пространстве. Угол между гиперплоскостями. Расстояние от точки до гиперплоскости. Прямая на плоскости и

в пространстве. Прямая, отрезок, луч в n -мерном пространстве. Плоскость в трехмерном пространстве.

5.2. Классификация кривых второго порядка*. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства и канонические уравнения. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

5.3. Классификация поверхностей второго порядка. Эллипсоиды, параболоиды и гиперболоиды, их канонические уравнения.

5.4. Выпуклые множества в пространстве R^n . Полупространства, выпуклые многогранные области. Системы линейных неравенств и их геометрический смысл. Угловые точки выпуклых многогранных областей. Выпуклая оболочка системы точек в R^n .

Линейная алгебра. Часть 2.

Модуль 5. Раздел 6. Неотрицательные матрицы и модели Леонтьева.

6.1. Собственные значения и собственные векторы неотрицательных матриц. Теорема Фробениуса-Перрона*. Число и вектор Фробениуса, их свойства. Продуктивность неотрицательных матриц.

6.2. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева. Продуктивные модели Леонтьева. Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.

Модуль 5. Раздел 7. Линейное программирование

7.1. Примеры экономико-математических моделей, приводящих к задачам линейного программирования. Стандартная и каноническая формы записи задач линейного программирования.

7.2. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования в случае двух переменных. Графический метод решения. Решение задачи линейного программирования методом перебора вершин.

7.3. Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Алгоритм симплекс-метода. Нахождение исходного допустимого базиса. Метод искусственного базиса.

7.4. Понятие о взаимно-двойственных задачах линейного программирования. Основные теоремы двойственности. Двойственность в экономико-математических моделях.

Модуль 6. Раздел 8. Разностные уравнения

8.1. Транспортная задача.

8.2. Основные понятия, связанные с разностными уравнениями. Решения линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

8.3. Модели экономической динамики с дискретным временем. Модель Самуэльсона-Хикса. Паутинная модель рынка. Задача об определении текущей стоимости купонной облигации.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине.

Тема 1

Матрицы и действия над ними.

Определители и их свойства.

Непосредственное вычисление определителей второго и третьего порядка.

Формула разложения определителя по строкам и столбцам.

Обратная матрица.

Тема 2

Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

Арифметические векторы и линейные операции над ними. Векторное пространство R^n .

Линейная зависимость системы векторов и ее геометрический смысл. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе.

Скалярное произведение векторов в R^n . Евклидово пространство. Длины векторов и угол между векторами в R^n . Ортогональный и ортонормированный базисы в R^n . Координаты вектора в ортогональном базисе. Процесс ортогонализации. Ортогональные дополнения подпространств.

Тема 3

Основные понятия, связанные с многочленами.

Комплексные числа и действия над ними.

Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Модуль и аргумент комплексного числа.

Тема 4

Линейные преобразования пространства R^n . Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Собственные значения квадратных матриц.

Квадратичные формы их матрицы в данном базисе. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогонального преобразования.

Тема 5

Прямая и гиперплоскость в n -мерном пространстве. Угол между гиперплоскостями. Расстояние от точки до гиперплоскости. Прямая на плоскости и в пространстве. Плоскость в трехмерном пространстве.

Классификация кривых второго порядка.. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Классификация поверхностей второго порядка.

Выпуклые множества в пространстве R^n . Полупространства, выпуклые многогранные области.

Тема 6

Собственные значения и собственные векторы неотрицательных матриц. Продуктивность неотрицательных матриц.

Модель многоотраслевой экономики Леонтьева. Продуктивные модели Леонтьева.

Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.

Тема 8

Стандартная и каноническая формы записи задач линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования в случае двух переменных. Графический метод решения.

Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Нахождение исходного допустимого базиса. Метод искусственного базиса.

Понятие о взаимно-двойственных задачах линейного программирования. Основные теоремы двойственности. Двойственность в экономико-математических моделях.

Тема 9

Транспортная задача.

Основные понятия, связанные с разностными уравнениями. Решения линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

Модели экономической динамики с дискретным временем. Модель Самуэльсона-Хикса.

Паутинная модель рынка. Задача об определении текущей стоимости купонной облигации.

5. Образовательные технологии

С целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки предусматривается широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий:

- во время лекционных занятий используется презентация с применением слайдов с графическим и табличным материалом, что повышает наглядность и информативность используемого теоретического материала;
- практические занятия предусматривают использование групповой формы обучения, которая позволяет студентам эффективно взаимодействовать в микрогруппах при обсуждении теоретического материала;
- использование тестов для контроля знаний во время текущих аттестаций и промежуточной аттестации;
- подготовка докладов по самостоятельной работе студентов и выступление с докладом перед аудиторией, что способствует формированию навыков устного выступления по изучаемой теме и активизирует познавательную активность студентов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Изучение курса «Линейная алгебра» предусматривает работу с основной специальной литературой, дополнительной обзорного характера, а также выполнение домашних заданий.

Самостоятельная работа студентов должна способствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Задания для самостоятельной работы, их содержание и форма контроля приведены в форме таблицы.

Наименование тем	Содержание самостоятельной работы	Форма контроля
Системы линейных алгебраических уравнений	Работа с учебной литературой. Решение задач.	Опрос, проверка конспекта, коллоквиум.
Линейные пространства	Работа с учебной литературой. Решение задач.	Опрос, проверка конспекта, коллоквиум.
Линейные операторы	Работа с учебной литературой. Решение задач.	Опрос, проверка конспекта, коллоквиум.
Плоскость в пространстве	Работа с учебной литературой. Решение задач.	Опрос, проверка конспекта, коллоквиум.
Аффинные пространства	Работа с учебной литературой. Решение задач.	Опрос, проверка конспекта, коллоквиум.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций (в соответствии с ПООП (при наличии))	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОК-7	Способностью к самоорганизации и самообразованию	Знает: предметную область математики, содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенности Умеет: планировать цели и устанавливать приоритеты при осуществлении деятельности; строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности Владеет: технологиями организации процесса самообразования и самоорганизации	Устный опрос, письменный опрос, решение задач
ОПК-3	Способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	Знает: Основные методы разработки математических моделей исследуемого объекта; основные методы и алгоритмы решения разработанных математических задач Умеет: осуществлять выбор метода решения математических задач, анализировать и обосновывать полученные результаты Владеет: методами анализа выбора оптимального решения математических задач, навыками формирования выводов по результатам, навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач	Устный опрос, письменный опрос, решение задач

7.2. Типовые контрольные задания

Текущий контроль успеваемости в форме опросов, тестов, решения задач и промежуточный контроль в форме экзамена в первом и во втором семестрах.

Образец тестового задания

1. Вопрос

Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Найти сумму элементов матрицы AB

- 1) 53 2) 50 3) 45 4) 35

2. Вопрос

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$

- 1) 6 2) 4 3) 8 4) 9

3. Вопрос

Найти сумму элементов обратной матрицы A^{-1} , для заданной матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

- 1) 0 2) 10 3) 5 4) 8

4. Вопрос

Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

- 1) 2 2) 4 3) 1 4) 3

5. Вопрос

Найти базисное решение системы, считая x_3 - свободной переменной

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 4 \end{cases}$$

1 (1;1;0)

2 (2;1;0)

3 (3;0;1)

4 (8;0;5)

6. Вопрос

Найти длину вектора $\vec{a}(-1;-1;2)$

1. $\sqrt{6}$

2. 0

3. 2

4. 6

7. Вопрос

При каком λ векторы $\vec{a}(2\lambda;-4)$, $\vec{b}(1;2)$ линейно зависимы

1) -1

2) -3

3)6

4)10

8.Вопрос

Даны точки $A(1;2)$, $B(3;4)$, $C(4;1)$. Найти скалярное произведение векторов

$$\vec{x} = \overrightarrow{AB}, \vec{y} = \overrightarrow{BC}$$

1)-4

2)-1

3)12

4)-8

9.Вопрос

Дан треугольник с вершинами $A(1;3)$, $B(2;1)$, $C(4;4)$. Найти косинус угла при вершине A

1) $\cos \varphi = \frac{1}{5\sqrt{2}}$

2) $\cos \varphi = \frac{17}{5\sqrt{13}}$

3) $\cos \varphi = \frac{3}{5\sqrt{2}}$

4) $\cos \varphi = \frac{3}{4}$

10.Вопрос

Укажите множество всех значений λ , при которых система векторов

$$\vec{x} = (1; 2; 3), \vec{y} = (-1; \lambda; 1), \vec{z} = (1; 0; 1) \text{ будет линейно независима}$$

1) $\lambda \neq 2$

2) $\lambda = 4$

3) $\lambda < 0$

4) $\lambda \geq 4$

11.Вопрос

Найти матрицу линейного преобразования $f: R^2 \rightarrow R^2$, заданного формулами

$$\begin{cases} y_1 = 2x_1 - x_2, \\ y_2 = x_1 + 3x_2. \end{cases}$$

1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

12.Вопрос

Записать матрицу квадратичной формы $b(x_1, x_2) = 4x_1^2 - 2x_1x_2 + 5x_2^2$

$$1) \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 3/2 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Примерные варианты контрольной работы по модулю
Примерный вариант контрольной работы №1

1. Найти обратную матрицу для матрицы А.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений двумя методами: методом Крамера и матричным методом (методом обратной матрицы).

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ 2x_1 - x_2 = 3 \end{cases}$$

3. Найти общее и базисное решения системы линейных уравнений.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

4. Вычислить определитель, разложив по элементам первой строки.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

5. Матрицы и действия над ними.

Примерный вариант контрольной работы №2

1. Даны векторы $a_1=(2;0;8)$, $a_2=(-10;3;0)$, $a_3=(-3;5;-1)$. Показать, что векторы a_1 , a_2 , a_3 образуют базис в R^3 и разложить вектор $v = (3, -4, 2)$ по этому базису.

2. Дана матрица А, требуется найти собственные значения и собственные векторы

$$\text{матрицы } A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 21 \\ 21 & 2 & 16 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Выразить координаты образа $y = (y_1, y_2, y_3)$ элемента $x = (1; 2; 4)$ через координаты

$$\text{прообраза, зная матрицу линейного оператора } f: R^3 \rightarrow R^3: A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \\ 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Установить знакоопределенность квадратичной формы
 $f = x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_2^2 + 3x_1x_3 + 4x_3^2 - 6x_2x_3$.
5. Проверить взаимное расположение векторов (ортогональность, коллинеарность) и найти угол между векторами: $a_1 = (2; 0; 8)$, $a_2 = (-10; 3; 0)$.

Примерный вариант контрольной работы №3

1. Даны вершины треугольника $A(-2; 0)$, $B(2; 4)$, $C(4; 0)$. Составить уравнения высоты AE , медианы AE и найти их длины.
2. Построить линии, определяемые уравнениями:
 - а) $x^2 - 4y^2 + 6x + 5 = 0$;
 - б) $y = 2 + \sqrt{6 - 2x}$;
 - в) $y^2 + 4y + 4x^2 - 16x + 16 = 0$.
3. При каком значении параметра t прямые, заданные уравнениями $3tx - 8y + 1 = 0$ и $(1+t)x - 2ty = 0$, параллельны?
4. Составьте уравнение плоскости, зная, что точка $A(1, -1, 3)$ служит основанием перпендикуляра, проведенного из начала координат к этой плоскости.
5. Написать уравнение плоскости, проходящее через две точки $M_1(1, 2, 3)$ и $M_2(2, 1, 1)$ перпендикулярно к плоскости $3x + 4y + z - 6 = 0$.
6. Исследовать, есть ли общая точка у трех плоскостей $(p_1): x + y + z - 1 = 0$; $(p_2): x - 2y - 3z - 5 = 0$; $(p_3): 2x - y - 2z - 8 = 0$.

Примерный перечень экзаменационных вопросов

Модуль 1

Векторы.

Линейные операции над векторами.

Взаимное расположение векторов.

Матрицы, виды матриц, действия над матрицами.

Определители второго и третьего порядков, их свойства.

Алгебраические дополнения и миноры.

Определители n -го порядка.

Вычисление определителя разложением по строке (столбцу).

Ранг матрицы. Понятие обратной матрицы.

Системы линейных уравнений (СЛАУ).

Решение СЛАУ методом Крамера, матричным методом и методом Жордана-Гаусса.

Модуль 2

Основные понятия, связанные с многочленами.

Схема Горнера и корни многочленов.

Теорема Безу.

НОД многочленов и алгоритм Евклида.

Разложение правильной дроби на сумму элементарных дробей.

Комплексные числа и действия над ними.

Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Модуль и аргумент комплексного числа.

Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.

Корни n -ой степени из комплексного числа.

Формулировка основной теоремы алгебры*.

Модуль 3

Определение линейного пространства.

Подпространство.

Линейная зависимость векторов.

Размерность и базис линейного пространства.

Разложение произвольного вектора пространства R^n по его базису.
Понятие о базисе и ранге системы векторов.
Евклидово пространство.
Линейные операторы.
Матрица линейного оператора в заданном базисе.
Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.
Понятия о квадратичных формах.
Линейное преобразование квадратичной формы.
Знакоопределенность квадратичной формы.

Модуль 4

Уравнение линий на плоскости.
Различные формы уравнения прямой на плоскости.
Угол между прямыми.
Расстояние от точки до прямой.
Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения.
Уравнения плоскости и прямой в пространстве.

Модуль 5

Собственные значения и собственные векторы неотрицательных матриц.
Теорема Фробениуса-Перрона*.
Число и вектор Фробениуса.
Продуктивность неотрицательных матриц.
Модель многоотраслевой экономики Леонтьева.
Продуктивные модели Леонтьева.
Различные критерии продуктивности модели Леонтьева.
Примеры экономико-математических моделей, приводящих к задачам линейного программирования.
Стандартная и каноническая формы записи задач линейного программирования.
Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования в случае двух переменных.
Графический метод решения.
Решение задачи линейного программирования методом перебора вершин.
Симплекс-метод решения задач линейного программирования.
Алгоритм симплекс-метода.
Нахождение исходного допустимого базиса.
Метод искусственного базиса.
Понятие о взаимно-двойственных задачах линейного программирования.
Основные теоремы двойственности.
Двойственность в экономико-математических моделях.

Модуль 6

Транспортная задача.
Основные понятия, связанные с разностными уравнениями.
Решения линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
Модели экономической динамики с дискретным временем.
Модель Самуэльсона-Хикса.
Паутинная модель рынка.
Задача об определении текущей стоимости купонной облигации.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего

контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - до 100 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ – до 100 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - до 100 баллов,
- письменная контрольная работа - до 100 баллов,
- тестирование – до 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Велиев Э. Б. Высшая математика : учеб.пособие для экон. вузов. Ч.1 / Велиев, ЭзединБабаевич, А. М. Магомедов ; Дагест. гос. ун-т. - Изд. 7-е, перераб. и доп. - Махачкала : Деловой мир, 2014. - 224 с.

2. Гулиян Б.Ш. Математика. Базовый курс [Электронный ресурс] : учебник / Б.Ш. Гулиян, Р.Я. Хамидуллин. — Электрон.текстовые данные. — М. : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. — 712 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17023.html> (1.09.18).

3. Кузнецов Б.Т. Математика [Электронный ресурс] : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / Б.Т. Кузнецов. — 2-е изд. — Электрон.текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 719 с. — 5-238-00754-X. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71018.html> (1.09.18).

4. Математика для экономистов и менеджеров : учеб.для студентов вузов / под ред. Н. Ш. Кремера; Финанс. ун-т при Правительстве РФ. - М. : КНОРУС, 2015. - 479,[1] с. - (Бакалавриат).

5. Макаров, С.И. Математика для экономистов : учеб.пособие для студентов, обуч. по специальностям "Финансы и кредит", "Бух. учёт, анализ и аудит", "Мировая экономика" / С. И. Макаров. - 2-е изд., стер. - М. : КНОРУС, 2008. - 263,[1] с. - Рекомендовано УМО.

6.Шевалдина О.Я. Математика в экономике [Электронный ресурс] : учебное пособие / О.Я. Шевалдина. — Электрон.текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 188 с. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/66165.html> (1.09.18).

б) дополнительная литература:

1. Велиев Э. Б. Практикум по курсу "Математика в экономике" : [учеб.пособие: в 2 ч.]. Ч.1 : Линейная алгебра / Велиев, ЭзединБабаевич ; М-во образования и науки РФ, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : [Деловой мир], 2015. - 265 с.

2. Красс М. С. Математика для экономистов : учеб.пособие для студентов вузов, обуч. по специальностям 060400 "Финансы и кредит", 060500 "Бух. учёт, анализ и аудит", 060600 "Мир. экон.", 351200 "Налоги и налогообложения" / Красс, Максим Семёнович, Б. П. Чупрынов. - СПб. [и др.] : Питер, 2010. - 464 с. - (Учебное пособие). - Рекомендовано УМО.

3.Кундышева, Е. С. Математика : учеб.пособие для экономистов / Кундышева, Елена Сергеевна. - 2-е изд. - М. : Дашков и К, 2006. - 534 с.

4. Малугин В. А. Математика для экономистов: Линейная алгебра : курс лекций / Малугин, Виталий Александрович. - М. : Эксмо, 2006. - 216 с. - (Высшее экономическое образование). - Допущено УМО.

5. Малугин В. А. Математика для экономистов: математический анализ : задачи и упражнения: [учеб.пособие] / Малугин, Виталий Александрович. - М. : Эксмо, 2006. - 283,[4] с. - (Высшее экономическое образование). - Допущено УМО.

6. Макаров С. И. Математика для экономистов : учеб.пособие для студентов вузов / Макаров, Сергей Иванович. - 2-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011.- 263с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1) eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: электронная библиотека / Науч. электрон. б-ка. — Москва, 1999 — . Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp> (дата обращения: 01.04.2017). — Яз. рус., англ.

2) Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. — Махачкала, г. — Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. — URL: <http://moodle.dgu.ru/> (дата обращения: 22.03.2018).

3) Электронный каталог НБ ДГУ [Электронный ресурс]: база данных содержит сведения о всех видах лит, поступающих в фонд НБ ДГУ/Дагестанский гос. ун-т. — Махачкала, 2010 — Режим доступа: <http://elib.dgu.ru>, свободный (дата обращения: 21.03.2018).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для успешного освоения учебного материала курса «Линейная алгебра» требуются систематическая работа по изучению лекций и рекомендуемой литературы, решению домашних задач и домашних контрольных работ, а также активное участие в работе семинаров.

Показателем освоения материала служит успешное решение задач предлагаемых домашних контрольных работ и выполнение аудиторных самостоятельных и контрольных работ.

В качестве оценочных средств программой дисциплины предусматривается:

- текущий контроль (аудиторные контрольные работы, домашние задания).
- промежуточный контроль (экзамен).

Формы текущего, промежуточного и итогового контроля.

Текущий контроль:

- Самостоятельные работы
- Индивидуальные задания
- Опрос студентов

Промежуточный контроль:

- Контрольная работа по курсу

Итоговый контроль:

- экзамен

Итоговая оценка за экзамен выставляется в форме «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично» в баллах по 100-балльной шкале:

- «неудовлетворительно» - менее 51 балла;
- «удовлетворительно» - от 51 до 66 баллов;
- «хорошо» - от 66 до 85 баллов;
- «отлично» - от 86 до 100.

Основным методом изучения тем, вынесенных в лекционный курс, является информационно-объяснительный метод с элементами проблемных ситуаций и заданий студентам. На практических занятиях основным является поисковый метод, связанный с решением различных типов задач.

Средствами обучения является базовый учебник, дополнительные пособия для организации самостоятельной работы студентов, демонстрационные материалы, компьютерные обучающие программы, сборники задач.

Приемами организации учебно-познавательной деятельности студентов являются приемы, направленные на осмысление и углубление предлагаемого содержания и приемы, направленные на развитие аналитико-поисковой и исследовательской деятельности.

Важно четко представлять структуру курса, уметь выделить в каждом разделе основные, базовые понятия, обозначенные минимумом содержания, определенного государственным образовательным стандартом.

Критерии оценок

В основе оценки знаний по предмету лежат следующие основные требования:

- освоение всех разделов теоретического курса Программы;
- умение применять полученные знания к решению конкретных задач.

Ответ заслуживает *отличной оценки*, если экзаменуемый показывает знания, в полной степени, отвечающие предъявляемым к ответу требованиям: это требование основных понятий и приемов решения задач. Отличная оценка характеризует свободную ориентацию экзаменуемого в предмете. Ответы на вопросы, в том числе и дополнительные, должны обнаруживать уверенное владение терминологией, основными умениями и навыками.

Хорошая оценка характеризует тот ответ, который не в полной степени удовлетворяет вышеперечисленным критериям, однако, экзаменуемый обнаруживает прочные знания в объеме курса. Ответ должен быть достаточно аргументирован, вопросы глубоко и осмысленно изложены.

Оценка *«удовлетворительно»* выставляется за то, что ответ экзаменуемого соотносится с основными требованиями, т.е. имеются в виду твердые знания в объеме учебной программы и умение владеть терминологией. Удовлетворительная оценка выставляется за знание в целом, однако, отдельные детали могут быть упущены.

Неудовлетворительная оценка выставляется, если ответ не удовлетворяет хотя бы одному из требований или отсутствуют знания основных понятий и методов решения задач.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Перечень лицензионного программного обеспечения.

Реквизиты подтверждающего документа

MS EXCEL. Office Standart 2007 Russian Open License Pack NoLevel Academic Edition.
Контракт № 26-ОА от 7 декабря 2009г

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Лекционный зал на 50-60 человек, стандартная учебная аудитория для группы на 20-25 чел, мультимедиа проектор, ноутбук, доска, наглядные пособия, специализированная мебель: столы, стулья.

ул. Батырая 4. Аудитории 411, 416, 407

Научная библиотека им. А.А. Абилова ФГБОУ ВО ДГУ

Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы

411 - проектор, компьютер, меловая и маркерная доска, выход в интернет, 30 посадочных мест;

416 - проектор, компьютер, меловая доска, выход в интернет, 68 посадочных мест, 68 посадочных мест;

407- интерактивная доска, компьютер, выход в интернет, меловая доска, 68 посадочных мест.

Научная библиотека им. А.А. Абилова ФГБОУ ВО ДГУ- печатные материалы, компьютеры, выход в интернет, ЭБС.