

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Кафедра: дифференциальных уравнений и функционального анализа
Факультете: математики и компьютерных наук

Образовательная программа
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профили подготовки
«Математический анализ и приложения»

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Форма обучения:
очная

Статус дисциплины: базовая

Махачкала 2018

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата)
от 07 августа 2014 г. № 949

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа,
Рагимханов В.Р., к. ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018г.,
протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением

«_29_» июня 2018г.  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы

Дисциплина «Функциональный анализ» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению **02.03.01 Математика и компьютерные науки**.

Дисциплина реализуется на *факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с банаховыми и гильбертовыми пространствами, операторами, действующими в них; изучение и освоение таких базовых понятий как полнота и сепарабельность метрических и линейно нормированных пространств, компактность множеств, ряды Фурье в гильбертовых пространствах; изучение фундаментальных свойств линейных операторов; построение и основные свойства меры и интеграла Лебега; свойства классических функциональных пространств.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
общефессиональных компетенций (ОПК): ОПК-1;
профессиональных (ПК): ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме экзамена.*

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	Всего	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен	
		из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
5	180	32		32			116	Экзамен

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины *функциональный анализ* являются:

- овладение основными понятиями функционального анализа (полнота, сепарабельность, компактность, линейно нормированные и гильбертовы пространства, линейные операторы);
- овладение тремя основными принципами линейного функционального анализа (теорема о продолжении линейного функционала, теорема о равномерной ограниченности, теорема о открытом отображении);
- овладение основными методами функционального анализа и умения применять их при решении различных задач из других разделов математики и естествознания;
- дальнейшее повышение математической культуры студентов.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *функциональный анализ* входит в базовую часть образовательной программы по направлению *02.03.01 Математика и компьютерные науки*.

Знания по функциональному анализу студентам необходимы при изучении таких последующих университетских курсов, как дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных, теория вероятностей, численные методы, методы оптимизации.

Функциональный анализ рассчитан на студентов третьего курса. Предполагается, что за первые два года студент уже должен Знать:

- 1) линейную алгебру;
- 2) основы математического анализа;
- 3) элементы теории метрических пространств, которые обычно сообщаются в курсе математического анализа;
- 4) топологию;
- 5) обыкновенные дифференциальные уравнения.

Для ФАН настоящая потребность в комплексном анализе появляется в середине курса, при изучении спектров. Особая связь между ФАН и УЧП, если пользоваться ФАН при изложении УЧП.

Тем не менее, изложение некоторых вопросов функционального анализа должно предшествовать независимое и замкнутое изложение соответствующих связей из других дисциплин (скажем из топологии и алгебры) так как это нужно для функционального анализа.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения)
-------------	-------------------------------------	---

		компетенций)
ОПК-1	Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Знает: место функционального анализа внутри математики и возможностей функционально аналитического подхода при решении различных задач теории дифференциальных и интегральных уравнений Умеет: формулировать задачи дифференциальных и интегральных уравнений на языке функционального анализа Владеет: основными методами функционального анализа
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Знает: основные принципы функционального анализа, основные конструкции и методы функционального анализа, основные свойства конкретных банаховых и гильбертовых пространств, операторов и функционалов, действующих в них Умеет: применять основные принципы и методы функционального анализа при доказательстве различных утверждений Владеет: доказательствами основных теорем функционального анализа; методами функционального анализа для доказательства утверждений

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 5, академических часов 180.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства.								
Всего по модулю 1	5		6	6			24	Контрольная работа, коллоквиум
1. Метрические пространства			2	2			12	
2. Линейно нормированные			4	4			12	

и гильбертовы пространства								
Модуль 2. Линейные операторы								
Всего по модулю 2	5		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Ограниченные линейные операторы			4	4			12	
2. Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах			4	4			8	
Модуль 3. Три основных принципа линейного функционального анализа								
Всего по модулю 3	5		8	8			20	Контрольная работа, коллоквиум
1. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала			2	2			6	
2. Теорема о равномерной ограниченности			2	2			6	
3. Теорема об открытом отображении и замкнутом графике			4	4			8	
Модуль 4. Компактные операторы								
Всего по модулю 4	5		10	10			16	Контрольная работа, коллоквиум
1. Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы			2	2			2	
2. Компактные операторы.			4	4			8	
3. Альтернатива Фредгольма			4	4			6	
Модуль 5. Промежуточная аттестация								
Подготовка к экзамену							36	экзамен
ИТОГО	180		32	32			80	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства

Тема 1: «Метрические пространства»

Лекция № 1:

- 1) Метрические пространства.
- 2) Примеры метрических пространств.
- 3) Сходимость в метрическом пространстве.
- 4) Фундаментальные последовательности и полные метрические пространства.
- 5) Теорема о пополнении метрических пространствах.
- 6) Теорема о вложенных шарах.
- 7) Неподвижные точки отображений.
- 8) Сжимающие отображения.
- 9) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.

Тема 2: «Линейно нормированные и гильбертовы пространства»

Лекция № 2:

- 1) Полунорма и норма в линейном пространстве.
- 2) Линейно нормированные и банаховы пространства.
- 3) Примеры линейно нормированных и банаховых пространств.
- 4) Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
- 5) Неравенство Коши-Буняковского.

Лекция № 3:

- 1) Ортогональность в гильбертовом пространстве. Ортогональное дополнение.
- 2) Теорема об ортогональном разложении.
- 3) Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте
- 4) Ортогональные системы. Неравенства Бесселя и теорема Пифагора.
- 5) Условие замкнутости и теорема Стеклова о полноте
- 6) Изоморфизм и изометрия.
- 7) Теорема Рисса-Фишера об изометричном изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.

Модуль 2. Линейные операторы

Тема 1: «Ограниченные линейные операторы»

Лекция № 4:

- 1) Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора.
- 2) Пространство ограниченных линейных операторов. Сходимость операторов.
- 3) Примеры ограниченных линейных операторов.

Лекция №5:

- 1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
- 2) Различные классы операторов в гильбертовых пространствах.
- 3) Примеры ограниченных и неограниченных операторов.

Тема 2: «Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах»

Лекция №6:

- 1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
- 2) Сопряженный оператор для оператора в ЛНП. Теорема о норме сопряженного оператора.
- 3) Примеры вычисления сопряженных операторов.

Лекция №7:

- 1) Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
- 2) Сопряженный оператор для оператора в ГП. Примеры вычисления сопряженных операторов.
- 3) Самосопряженные операторы и их простейшие свойства.

Модуль 3. Три основных принципа линейного функционального анализа

Тема 1: «Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала»

Лекция № 8:

- 1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (В) - пространствах
- 2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.

Тема 2: «Теорема о равномерной ограниченности»

Лекция № 9:

- 1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
- 2) Сильная и слабая сходимости операторов.
- 3) Принцип равномерной ограниченности для линейных ограниченных операторов.
- 4) Приложения теоремы о равномерной ограниченности.
- 5) Слабая* сходимости функционалов.

Тема 3: «Теорема об открытом отображении и замкнутом графике»

Лекция №10:

- 1) Теорема об обратном операторе.
- 2) Приложения теоремы об обратном операторе.
- 3) Спектр ограниченного оператора.

Лекция № 11:

- 1) Теорема о замкнутом графике.
- 2) Приложения теоремы о замкнутом графике.
- 3) Примеры замкнутых операторов.

Модуль 4. Компактные операторы

Тема 1: «Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы»

Лекция №12:

- 1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
- 2) Некоторые приложения теоремы Бэра.

Тема 2: «Компактные операторы»

Лекция №13:

- 1) Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
- 2) Вполне ограниченные множества.
- 3) Критерий компактности Хаусдорфа и его следствия.

Лекция № 14:

- 1) Компактные операторы и их свойства.
- 2) Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора
- 3) Следствия теоремы Рисса-Шаудера.

Тема 3: «Альтернатива Фредгольма»

Лекция №15:

- 1) Линейные уравнения в банаховых пространствах.
- 2) Нормально разрешимые уравнения.
- 3) Нетеровы операторы.

Лекция № 16:

- 1) Теоремы Фредгольма.
- 2) Примеры уравнений с вполне непрерывными операторами.

4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства

Тема 1: «Метрические пространства»

Практическое занятие № 1:

- 10) Метрические пространства.
- 11) Примеры метрических пространств.
- 12) Сходимость в метрическом пространстве.
- 13) Фундаментальные последовательности и полные метрические пространства.
- 14) Теорема о пополнении метрических пространств.
- 15) Теорема о вложенных шарах.
- 16) Неподвижные точки отображений.
- 17) Сжимающие отображения.
- 18) Теорема Банаха о сжимающих отображениях.

Тема 2: «Линейно нормированные и гильбертовы пространства»

Практическое занятие № 2:

- 1) Полунорма и норма в линейном пространстве.
- 2) Линейно нормированные и банаховы пространства.
- 3) Примеры линейно нормированных и банаховых пространств.
- 4) Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
- 5) Неравенство Коши-Буняковского.

Практическое занятие № 3:

- 1) Ортогональность в гильбертовом пространстве. Ортогональное дополнение.
- 2) Теорема об ортогональном разложении.
- 3) Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте
- 4) Ортогональные системы. Неравенства Бесселя и теорема Пифагора.
- 5) Условие замкнутости и теорема Стеклова о полноте
- 6) Изоморфизм и изометрия.
- 7) Теорема Рисса-Фишера об изометричном изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.

Модуль 2. Линейные операторы

Тема 1: «Ограниченные линейные операторы»

Практическое занятие № 4:

- 1) Ограниченные линейные операторы. Норма линейного оператора.
- 2) Пространство ограниченных линейных операторов. Сходимость операторов.

3) Примеры ограниченных линейных операторов.

Практическое занятие №5:

- 1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
- 2) Различные классы операторов в гильбертовых пространствах.
- 3) Примеры ограниченных и неограниченных операторов.

Тема 2: «Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах»

Практическое занятие №6:

- 1) Линейные ограниченные функционалы. Сопряженное пространство.
- 2) Сопряженный оператор для оператора в ЛНП. Теорема о норме сопряженного оператора.
- 3) Примеры вычисления сопряженных операторов.

Практическое занятие №7:

- 1) Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
- 2) Сопряженный оператор для оператора в ГП. Примеры вычисления сопряженных операторов.
- 3) Самосопряженные операторы и их простейшие свойства.

Модуль 3. Три основных принципа линейного функционального анализа

Тема 1: «Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала»

Практическое занятие № 8:

- 1) Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (В) - пространствах
- 2) Теорема Хана-Банаха о продолжении.

Тема 2: «Теорема о равномерной ограниченности»

Практическое занятие № 9:

- 1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
- 2) Сильная и слабая сходимости операторов.
- 3) Принцип равномерной ограниченности для линейных ограниченных операторов.
- 4) Приложения теоремы о равномерной ограниченности.
- 5) Слабая* сходимости функционалов.

Тема 3: «Теорема об открытом отображении и замкнутом графике»

Практическое занятие №10:

- 1) Теорема об обратном операторе.
- 2) Приложения теоремы об обратном операторе.
- 3) Спектр ограниченного оператора.

Практическое занятие № 11:

- 1) Теорема о замкнутом графике.
- 2) Приложения теоремы о замкнутом графике.
- 3) Примеры замкнутых операторов.

Модуль 4. Компактные операторы

Тема 1: «Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы»

Практическое занятие №12:

- 1) Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве
- 2) Некоторые приложения теоремы Бэра.

Тема 2: «Компактные операторы»

Практическое занятие №13:

- 1) Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
- 2) Вполне ограниченные множества.
- 3) Критерий компактности Хаусдорфа и его следствия.

Практическое занятие № 14:

- 1) Компактные операторы и их свойства.
- 2) Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора
- 3) Следствия теоремы Рисса-Шаудера.

Тема 3: «Альтернатива Фредгольма»

Практическое занятие №15:

- 1) Линейные уравнения в банаховых пространствах.
- 2) Нормально разрешимые уравнения.
- 3) Нетеровы операторы.

Практическое занятие № 16:

- 1) Теоремы Фредгольма.
- 2) Примеры уравнений с вполне непрерывными операторами.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины функциональный анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

- 1) Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник для вузов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд., испр. - М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 624 с. : ил. - ISBN 5-02-013993-9 : 1-50.

- 2) Фёдоров В.М. Курс функционального анализа : учебник / Фёдоров В. М. - СПб. [и др.] : Лань, 2005. - 351 с. ; 20 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 351. - ISBN 5-8114-0589-8 : 187-66.
- 3) Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа : учеб. пособие / Люстерник Л.А., В. И. Соболев. - Изд. 2-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань : Изд. высшая школа, 1982. - 270,[1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0976-1: 288-75.
- 4) Кириллов А. А. Теоремы и задачи функционального анализа : [учебное пособие для вузов] / Кириллов А.А., А. Д. Гвишиани. - М. : Наука, 1979. - 384 с. : ил. - Библиогр.: с. 369-372. - Предм. указ.: с. 373-377. - 1-10.
- 4) Рамазанов А.К. Функциональный анализ : учеб. пособие для вузов. Ч.1 / Рамазанов А.К., Р. К. Рагимханов ; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : Изд-во ДГУ, 2013. - 318,[1] с. - 222-00.
- 5) Треногин В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для вузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с. - ISBN 5-9221-0271-0 : 151-01.

Задания для самостоятельной работы

1. Докажите полноту пространства $L_b(R^n, R^n)$.
2. Привести пример последовательности линейных ограниченных операторов $L(H)$, H - гильбертово пространство сходящееся в $L_s(H)$, но не в $L_b(H)$.
3. Найти A^* для $A \in L(R^n, A^n)$.
4. Найти сопряженный оператор для линейного интегрального оператора Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве $C_{[a,b]}$.
5. Доказать, что линейный оператор Фредгольма с непрерывным ядром вполне непрерывен в пространстве $C_{[a,b]}$.
6. Приведите примеры рефлексивных и нерефлексивных пространств.

7. Рассмотрим интегральные уравнения Вольтера второго рода

$$X(t) = \lambda \int_a^t k(t,s)x(s)ds = y(t),$$

где $K(t,s)$ и $y(t)$ непрерывные функции при $a \leq s \leq t \leq b$.

8. Показать, что однородное уравнение Вольтера второго рода не имеет собственных значений.
9. Доказать, что в предгильбертовом пространстве элементы x и y ортогональны тогда и только тогда, когда $\|x\|^2 + \|y\|^2 = \|x + y\|^2$

3. Пусть E - вещественное ЛНП и для любых $x, y \in E$ выполняется равенство параллелограмма:

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2).$$

Доказать, что формула

$$(x, y) = \frac{1}{4} \left\{ \|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 \right\}$$

задает в E скалярное произведение, согласующееся с нормой в E , т.е. такое, что $(x, x) = \|x\|^2$.

10. Сформулируйте альтернативу Фредгольма для линейного интегрального уравнения Фредгольма с непрерывным ядром в пространстве $C_{[a,b]}$.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Раздел 1. Линейно нормированные и гильбертовы пространства	
1. Метрические пространства	Доклад на тему: Метризационные теоремы.
2. Линейно нормированные и гильбертовы пространства	Доклад на тему: Геометрические и аналитические формулировки теоремы Хана-Банаха.
Раздел 2. Линейные операторы	
1. Ограниченные линейные операторы	Реферат на тему: Примеры гильбертовых и предгильбертовых пространств. Решение задач и упражнений.
2. Сопряженные операторы в гильбертовых и банаховых пространствах	Доклад на тему: Теорема о проекции на выпуклое замкнутое множество в гильбертовом пространстве и некоторые его приложения.
Раздел 3. Три основных принципа линейного функционального анализа	
1. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала	Доклад на тему: Локально выпуклые пространства.
2. Теорема о равномерной ограниченности	Решение задач и упражнений.
3. Теорема об открытом отображении и замкнутом графике	Доклад на тему: Замкнутые самосопряженные операторы
Раздел 4. Компактные операторы	
1. Конечномерные линейно нормированные пространства и конечномерные операторы	Решение задач и упражнений.
2. Компактные операторы.	Доклад на тему: Критерии компактности в некоторых классических пространствах функционального анализа.
3. Альтернатива Фредгольма	Доклад на тему: Краевые задачи математической физики, сводимые к изучению интегральных операторов Фредгольма..

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
-------------	------------------------	----------------------

ОПК-1	<u>Знает:</u> место функционального анализа внутри математики и возможностей функционально аналитического подхода при решении различных задач теории дифференциальных и интегральных уравнений <u>Умеет:</u> формулировать задачи дифференциальных и интегральных уравнений на языке функционального анализа <u>Владеет:</u> основными методами функционального анализа	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-3	<u>Знать:</u> основные методы и принципы функционального анализа, основные конструкции и методы функционального анализа, основные свойства конкретных банаховых и гильбертовых пространств, операторов и функционалов, действующих в них <u>Умеет:</u> применять основные принципы и методы функционального анализа при доказательстве различных утверждений <u>Владеет:</u> доказательствами основных теорем функционального анализа; методами функционального анализа для доказательства утверждений	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

7.2. Типовые контрольные задания

7.2.1. Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений.
2. Применение принципа сжимающих отображений к решению систем линейных алгебраических уравнений.
3. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений.
4. Применение принципа сжимающих отображений к нахождению пределов последовательностей, заданных рекуррентно.
5. Линейные нормированные пространства, их связь с метрическими.
6. Примеры банаховых пространств.
7. Неравенства Гельдера и Минковского.
8. Пространства L^p , их полнота.
9. Норма в предгильбертовом пространстве. Примеры.
10. Тождество параллелограмма.
11. Непрерывные линейные операторы. Норма оператора.
12. Пространство линейных операторов, его полнота.
13. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор.
14. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе.
15. Линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в некоторых функциональных пространствах.

7.2.2. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

Какие из следующих утверждений справедливы для операции Δ симметрической разности

- a. $A \Delta B \subset (A \Delta C) \cup (C \cup B)$
- b. $A \Delta B \subset (A \Delta C) \not\subset (C \cup B)$
- c. $A \Delta B \supset (A \Delta C) \not\subset (C \cup B)$
- d. $A \Delta B \subset (A \cap C) \not\subset (C \cup B)$

2. Пусть $A, B \in 2^X$ и $(A_n)_{n=1}^\infty \subset 2^X$ - данная последовательность, χ_E - характеристическая функция множества $E \subset X$. Верно ли следующее предложение?

- a. $(A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n) \Leftrightarrow (\chi_A(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \chi_{A_n}(x))$
- b. $\chi_{A \Delta B}(x) \neq |\chi_A(x) - \chi_B(x)|$
- c. $\chi_{\lim A_n}(x) \neq \liminf_{n \rightarrow \infty} \chi_{A_n}(x)$
- d. $\chi_{\overline{\lim A_n}}(x) \neq \limsup_{n \rightarrow \infty} \chi_{A_n}(x)$

3. Пусть $f: X \rightarrow Y$ произвольное отображение и $A_t \in 2^X$, $B_t \in Y$ где $t \in T$ и T - произвольное множество индексов, которое из следующих предложений относятся к образам и прообразам множеств?

- a. $f(\bigcup_t A_t) = \bigcup_t f(A_t)$
- b. $f(\bigcap_t A_t) = \bigcup_t f(A_t)$
- c. $f(A_1) \setminus f(A_2) \not\subset f(A_1 \setminus A_2)$
- d. $f^{-1}(\bigcup_t B_t) \neq \bigcup_t f^{-1}(B_t)$

4. Пусть $f: X \rightarrow Y$ произвольное отображение X в Y ,

$g, h: Y \rightarrow X$ - данные отображения, а $f(x) = y, (*)$ - данное уравнение. Какое из следующих уравнений верно?

- a. Если уравнение $(*)$ имеет решение и $g_0 f = I_X$, то это решение единственно;
- b. Если $g_0 f = I_Y$, то уравнение $(*)$ имеет, по крайней мере одно решение
- c. Если f имеет обратное отображение, то уравнение $(*)$ имеет решение, но не единственное.
- d. $f(X) \in Y$

5. Пусть X - множество прямых l плоскости и пусть $l_1 \equiv l_2 \pmod{R_a}$ означает, что $l_1 \parallel l_2$, $l_1 \equiv l_2 \pmod{R_b}$, означает, что $l_1 \perp l_2$.

Какие из следующих высказываний верны?

- a. $X \mid R_a$ - можно отождествить с множеством всех (неориентированных) прямых проходящий через фиксированную точку плоскости
- b. R_a - отношение эквивалентности в X

с. R_b - не является отношением эквивалентности в X

d. R_a и R_b - отношение эквивалентности в X

6. Пусть X - произвольное множество, R - отношение эквивалентности в X

Найдите из следующих предложений верное:

a. Всякое разбиение X соответствует некоторому отношению эквивалентности R в X .

b. Элементы $X \mid R$ образует разбиение

с. Элементы $X \mid R$ не образует разбиение

d. Не всякое разбиение X определяет некоторое отношение эквивалентности R в X .

7. Какое из следующих предложений верно?

a. $(N, \leq)$ (множество натуральных чисел с естественным порядком)

b. $(G, <)$ (множество всех окрестностей фиксированной точки $x \in R^n$, упорядоченное по обратному включению) – направленное множество.

с. Пусть $x \in R^n$ произвольная точка и Λ - множество интервалов I , содержащий точку x с отношением порядка $L: \langle I_1 < I_2 \rangle$ означает $I_1 \supset I_2$ ($\Lambda, <$) не является направленным множеством

d. Множество N нельзя упорядочить

8. В метрическом пространстве (E, ρ) , где $\rho(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = y \\ 1 & \text{при } x \neq y \end{cases}$, какое из

следующих предложений верно?

a. Любое подмножество в E одновременно и открыто и замкнуто

b. Одноточечное множество не открыто.

с. Все множества открыты

d. одноточечное множество не открыто и не замкнуто

9. какие из следующих предложений верные?

a. $\forall p \in [1, +\infty]: (K^n, \rho_p)$ - метрическое пространство

b. $\forall p \in [1, +\infty]:$ сходимость в (K^n, ρ_p) - эквивалентна равномерной по координатной сходимости.

с. $p \neq 2$

d. $p = \pi$

10. Какому условию должна удовлетворяться определенная на R непрерывная функция $u = f(u)$, чтобы на вещественной прямой можно было задать метрику с помощью равенства $\rho(x, y) = |f(x) - f(y)|$?

a. f – монотонная и $f(R) = R$

b. $f = \text{const}$

с f – непрерывна на R

d. f – разрывна

11. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_p: K^n \times K^n \rightarrow R$, где $n \in N$, $K = R$ или C и

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[\sum_{k=1}^n |x_k - y_k|^p \right]^{\frac{1}{p}} & \text{если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, & \text{если } p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

- a. $\forall p \in [1, +\infty): (K^n, \rho_p)$ метрическое пространство
- b. $\forall p \in [1, +\infty)$ метрическое пространство
- c. $p \neq 2$
- d. $p = \pi$

12. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_p : K^n \times K^n \rightarrow R$, где $n \in N$, $K = R$ или C и

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[\sum_{k=1}^n |x_k - y_k|^p \right]^{\frac{1}{p}} & \text{если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, & \text{если } p = \infty. \end{cases}$$

Какое из следующих приложений верно?

- a. $\forall p \in [1, +\infty)$ сходимость в (K^n, ρ_p) эквивалентна равномерной по координатной сходимости
- b. Любое ограниченное множество в (K^n, ρ_p) вполне ограничено, а любое ограниченное замкнутое множество компактно.
- c. $p \neq 2$
- d. $p = \pi$

13. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[\sum_{n=1}^{\infty} |x_n - y_n|^p \right]^{\frac{1}{p}} & \text{если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, & \text{если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

- a. $\forall p \in [1, +\infty): (l_p, \rho_p)$ метрическое пространство
- b. Из сходимости в (l_p, ρ_p) при $p \in [1, +\infty)$ следует покоординатная сходимость
- c. (l_3, ρ_3) не метрическое пространство
- d. (l_1, ρ_1) не метрическое пространство

14. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[\sum_{n=1}^n |x_k - y_k|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих предложений справедливы?

- a. $\forall p \in [1, +\infty)$: (l_p, ρ_p) метрическое пространство
- b. Сходимость в (l_∞, ρ_∞) совпадает с равномерной покоординатной сходимостью при $p \in [1, +\infty)$ следует покоординатная сходимостью
- c. (l_3, ρ_3) не метрическое пространство
- d. (l_1, ρ_1) не метрическое пространство

15. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и функция $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$ определена соотношениями:

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[\sum_{n=1}^n |x_k - y_k|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

- a. (l_p, ρ_p) полное метрическое пространство при $p \in [1, +\infty)$
- b. (l_∞, ρ_∞) не является сепарабельным метрическим пространством
- c. (l_∞, ρ_∞) является сепарабельным метрическим пространством
- d. (l_p, ρ_p) неполное метрическое пространство

16. Какие из следующих утверждений несправедливы?

- a. Любое ограниченное множество в (l_∞, ρ_∞) вполне ограничено
- b. Пространства (l_p, ρ_p) при $p \in [1, +\infty)$ некомпактны
- c. Пространства (l_p, ρ_p) при $p \in [1, +\infty)$ компактны
- d. Любое ограниченное множество в (l_p, ρ_p) при $p \in [1, +\infty)$ вполне ограничено

17. Пусть $p \in [1, +\infty]$ и $\rho_p : l_p \times l_p \rightarrow R$, где

$$\rho_p(x, y) = \begin{cases} \left[\sum_{n=1}^n |x_k - y_k|^p \right]^{\frac{1}{p}} \text{ если } p \in [1, +\infty), \\ \sup_{k \in N} |x_k - y_k|, \text{ если } p = \infty. \end{cases}$$

Какие из следующих утверждений справедливы?

- a. $l_p \subset l_q$ при $p < q$, $p, q \in [1, +\infty)$
- b. $l_\infty \supset l_1$
- c. $l_p \supset l_q$ при $p < q$, $p, q \in [1, +\infty)$
- d. $l_p \not\subset l_q$ и $l_q \not\subset l_p$ при $p < q$, $p, q \in [1, +\infty)$

18. Пусть $s = \{f \mid f : N \rightarrow R\}$ и функция $\rho : s \times s \rightarrow R$ определена равенством

$$\rho(f, g) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{|f(n) - g(n)|}{1 + |f(n) - g(n)|}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

- a. (s, ρ) -компактное пространство
- b. Сходимость в (s, ρ) равномерная по координатам
- c. (s, ρ) - полное пространство
- d. (s, ρ) -сепарабельное пространство

19. Пусть $s = \{f \mid f : N \rightarrow R\}$ и функция $\rho : s \times s \rightarrow R$ определена равенством

$$\rho(f, g) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \frac{|f(n) - g(n)|}{1 + |f(n) - g(n)|}.$$

Какие из следующих утверждений верны?

- a. На (s, ρ) можно задать норму так, что $\rho(x, y) = \|x - y\|$
- b. Любое множество в (s, ρ) предкомпактно
- c. (s, ρ) -линейное метрическое пространство
- d. Сходимость в s по координатам

20. Какие из следующих утверждений справедливы?

- a. В любом метрическом пространстве замыкание шара $\overline{B(x, r)}$ лежит в замкнутом шаре $\overline{B(x, r)}$.
- b. В любом метрическом пространстве E для любого $r > 0$ выполняется неравенство $0 \leq \text{diam} B(x, r) \leq 2r$.
- c. $\text{diam} B(x, r) \geq 3r$
- d. $\text{diam} B(x, r) = 0$.

7.2.3. Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Скалярное произведение в линейном пространстве над полем (действительных или комплексных) скаляров.
2. Принцип равномерной ограниченности (=теорема Банаха-Штейнхауса).
3. Неравенство Коши-Буняковского. Предгильбертово пространство. Непрерывность скалярного произведения и нормы в предгильбертовом пространстве.
4. Критерий поточечной сходимости ограниченных линейных операторов к линейному ограниченному оператору.
5. Определение гильбертова пространства. Понятие ортогонального дополнения множества и его замкнутость.
6. Критерий поточечной сходимости последовательности и линейных ограниченных функционалов к линейному ограниченному функционалу.
7. Лемма Беппо-Леви.
8. Достаточное условие ограниченной обратимости линейного оператора, отображающего ЛНП на ЛНП.
9. Задача. Напишите общий вид линейного ограниченного функционала в пространстве $L_p (p \in (1, +\infty))$. Привести конкретный пример функционала и найти норму.
10. Теорема о наилучшем приближении в гильбертовом пространстве

11. Теорема об ограниченной обратимости оператора $I + A$.
12. Ортогональное разложение гильбертова пространства.
13. Теорема об условиях ограниченной обратимости оператора $B = A + \Delta$, где $A, \Delta A \in L_b(E, F)$.
14. Критерий всюду плотности множества в гильбертовом пространстве.
15. Теорема Банаха о гомеоморфизме.
16. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала, определенного в гильбертовом пространстве.
17. Утверждения об открытости множества регулярных значений линейного ограниченного оператора и замкнутости его спектра.
18. Понятие ортогональной системы и ортонормированной системы в гильбертовом пространстве. Понятие ряда Фурье и вопрос о его сходимости.
19. Эквивалентные формулировки понятия замкнутого линейного оператора и замкнутости его спектра.
20. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Свойство частных сумм ряда Фурье.
21. Теорема Банаха – Хана о продолжении линейного ограниченного функционала в ЛНП.

7.2.4. Примерные вопросы к экзамену по дисциплине

1. Кольцо множеств, полукольцо множеств, алгебра и сигма-алгебра множеств. Измеримое пространство.
2. Монотонный класс множеств и теорема о монотонном классе.
3. Конечно-аддитивная и счетно-аддитивная функция множеств, продолжение меры на кольцо.
4. Мера Стильеса.
5. Внешняя мера, измеримые множества.
6. Теорема Каратеодори об измеримых множествах.
7. Продолжение меры по Лебегу и Жордану.
8. Измеримые функции и их свойства.
9. Различные типы сходимости функций и связь между ними.
10. Теоремы Лузина и Егорова.
11. Интеграл Лебега по счетно-аддитивной функции множества.
12. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега и теорема Радона-Никодима (без доказательства).
13. Теорема о монотонной сходимости.
14. Лемма Фату.
15. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла.
16. Произведение мер и теорема Фубини (без доказательства).
17. Мера Лебега в $\mathbb{R}^n$.
18. Критерий Лебега интегрируемости по Риману.
19. ЛНП и (B) -пространства: определения и примеры.
20. Пространства ограниченных операторов $L(E, F)$ и его полнота.
21. Изоморфизм (B) -пространств.
22. Принцип продолжения линейных ограниченных операторов по непрерывности в (B) -пространствах.

23. Теорема Хана-Банаха о продолжении.
24. Сопряженные и рефлексивные пространства.
25. Теорема об общем виде функционала $f \in (C_{([a,b])})^*$.
26. Биортогональные системы: определение и примеры.
27. Отображения двойственности и рефлексивные пространства.
28. Неравенства Гельдера и Минковского для рядов и интегралов.
29. Лебеговы пространства $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$) и их свойства.
30. Сопряженное пространство $L_p^*(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$).
31. Сопряженные линейные операторы.
32. Строго ЛНП и наилучшие приближения в ЛНП.
33. Наилучшие приближения в $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$).
34. Всюду плотные множества в $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$), аппроксимация гладкими функциями.
35. Предгильбертовы (=евклидовы) и гильбертовы пространства: определения и примеры.
36. Теорема о наилучшем приближении и ее следствия.
37. Теорема Ф. Рисса о представлении линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
38. Ортогональные системы и теорема Стеклова о полноте.
39. Изоморфизм гильбертовых пространств.
40. Преобразование Фурье в $L_1(\mathbb{R}^n)$, формулы преобразования Фурье.
41. Преобразование Фурье в $L_2(\mathbb{R}^n)$, теорема Планшереля об операторе Фурье
42. Аксиомы сходимости по Френе, линейные пространства сходимости, полнота сопряженных пространств.
43. Принцип равномерной сходимости функционалов в сопряженном пространстве для пространства сходимости.
44. Локально выпуклые пространства.
45. Пространства основных функций $D(\mathbb{R}^n)$ и обобщенный функций $D'(\mathbb{R}^n)$, Действия с обобщенными функциями.
46. Структура обобщенных функций.
47. Сопряженное пространство $E'(\mathbb{R}^n)$.
48. Свойства пространства $E'(\mathbb{R}^n)$, регулярные обобщенные функции.
49. Пространства Соболева.
50. Пространства Шварца $J'(\mathbb{R}^n)$ и преобразование Фурье в $J'(\mathbb{R}^n)$.
51. Теорема Бэра о категориях в метрическом пространстве.
52. Принцип равномерной ограниченности для ЛНП.
53. Сильная и слабая сходимость операторов.
54. Слабая* сходимость функционалов.
55. Теорема о замкнутом графике.
56. Теорема об обратном операторе.
57. Спектр ограниченного оператора, граница спектра и спектральный радиус.
58. Компактные множества и их свойства в метрическом пространстве.
59. Критерий компактности Хаусдорфа и ее следствие.
60. Критерий компактности множества в $C(X)$.
61. Критерий компактности множества в пространствах l_p и $L_p(X)$ ($1 \leq p \leq \infty$).
62. Слабо* компактные множества и их свойства.
63. Критерий слабой* компактности множества

64. Компактные операторы и их основные свойства.
65. Теорема Рисса-Шаудера о спектре вполне непрерывного оператора в (В)-пространстве.
66. Четыре теоремы Фредгольма.
67. Свойства эрмитовых операторов.
68. Теорема Гильберта-Шмидта.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях -30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос -50 баллов,
- письменная контрольная работа -50 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

Основная

- 1) Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник для вузов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 6-е изд., испр. - М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 624 с. : ил. - ISBN 5-02-013993-9 : 1-50.
- 2) Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа : учеб. пособие / Люстерник Л.А., В. И. Соболев. - Изд. 2-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань : Изд. высшая школа, 1982. - 270,[1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0976-1: 288-75.
- 3) Рамазанов А.К. Функциональный анализ : учеб. пособие для вузов. Ч.1 / Рамазанов А.К., Р. К. Рагимханов ; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : Изд-во ДГУ, 2013. - 318,[1] с. - 222-00.
- 4) Треногин В А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для вузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с. - ISBN 5-9221-0271-0 : 151-01.
- 5) Асташова И.В. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Асташова И.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 112 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11120.html>.— ЭБС «IPRbooks» (25.01.2018)

Дополнительная

- 6) Фёдоров В.М. Курс функционального анализа : учебник / Фёдоров В. М. - СПб. [и др.] : Лань, 2005. - 351 с. ; 20 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 351. - ISBN 5-8114-0589-8 : 187-66.
- 7) Рудин У. Функциональный анализ / Рудин, Уолтер ; пер. с англ. В.Я.Лина; под ред. Е.А.Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. [и др.] : Лань, 2005. - 443 с. ; 23 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 430-431. - Указ. имен. и терминов: с. 435-440 . - ISBN 5-8114-0611-8 : 312-18.
- 8) Канторович Л.В. Функциональный анализ / Канторович, Леонид Витальевич. - 2-е изд., перераб. - М. : Наука, 1977. - 741 с. : ил. ; 22 см. - Список лит.: с.719-730. - Указ. предм.: и обозначений: с. 731-741. - 3-20.
- 9) Глазырина П.Ю. Функциональный анализ. Типовые задачи [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Глазырина П.Ю., Дейкалова М.В., Коркина Л.Ф.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016.— 216 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/66213.html>.— ЭБС «IPRbooks» (25.05.2018)

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	Студентам: - запустить установленный у Вас математический пакет - выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет - подходящий и решить свою задачу по аналогии; Преподавателям: - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. Всем заинтересованным пользователям: 1. — можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе. 2. — найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru , http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Учебная программа по функциональному анализу распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Дисциплины «Функциональный анализ» являются основной базой всех специальных дисциплин, изучаемых будущими бакалаврами. Специфика дисциплин состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
- 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
- 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
- 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
- 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
- 6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

- а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
- б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
- в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

Методические рекомендации

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

- 1 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа*. М.: Наука, 1981.
- 2 Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Краткий курс функционального анализа*. М.: Высшая школа, 1982.
- 3 Треногин В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с.

Решить задач и упражнений из учебного пособия Треногин В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с. Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросы для самопроверки

Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия: Треногин В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.