

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория чисел

Кафедра: дифференциальных уравнений и функционального анализа

Факультет: математики и компьютерных наук

Образовательная программа

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки

«Математический анализ и приложения»

Уровень высшего образования

бакалавриат

Форма обучения

очная

Статус дисциплины: вариативная

Махачкала 2018

Рабочая программа дисциплины «Теория чисел» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата)
от 07 августа 2014 г. № 949

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа,
Рагимханов В.Р., к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018г.,
протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением

«_29_» июня 2018г.  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Теория чисел» входит в вариативную часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *обще профессиональных компетенций (ОПК): ОПК-1, ОПК-4, профессиональная компетенция (ПК): ПК-1.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме *контрольная работа, коллоквиум и тестирование* и промежуточный контроль в форме *зачета.*

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в 72 академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экзамен		
	Всего	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
3	72	32		18			22	зачет

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины теории чисел является изучение студентами основных понятий, определений, арифметических функций теории чисел, методов решения задач теории чисел.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина «Теория чисел» входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата, по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Теория чисел являются одними из начальных разделов современной математики и играют важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы теории чисел находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплина вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Знает: основные определения и теоремы курса теории чисел Умеет: применять полученные знания для решения задач по теории чисел Владеет: основными методами и приемами теории чисел (метод математической индукции, алгоритм Евклида, техникой модулярной арифметики и т.п.)
ОПК-4	способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	Знает: основные алгоритмы теории чисел (алгоритм Евклида, расширенный алгоритм Евклида и др.) Умеет: применять основные алгоритмы теории чисел при решении конкретных теоретико-числовых и прикладных задач. Владеет: основными приемами анализа алгоритмической сложности теоретико-числовых проблем
ПК-1	способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Знает: основные свойства делимости целых чисел; понятия и свойства конечных и бесконечных цепных дробей; свойства приближений действительных чисел подходящими дробями; понятие и свойства сравнений; теоремы о числовых сравнениях и сравнениях с неизвестной величиной Умеет: решать основные задачи арифметики натуральных чисел; записывать действительные числа в виде цепных дробей и оценивать погрешность их приближений подходящими дробями; решать различные типы диофантовых уравнений; находить решения различных типов

		сравнений, а также их систем Владеет: основными приемами анализа теоретико-числовых проблем
--	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел								
Всего по модулю 1	3		14	8			14	Контрольная работа, коллоквиум
1. Теория делимости	3		6	4			6	
2. Функции теории чисел	3		4	2			4	
3. Непрерывные дроби	3		4	2			4	
Модуль 2. Теория сравнений								
Всего по модулю 2	3		18	10			8	Контрольная работа, коллоквиум
1. Модулярная арифметика	3		2	2			2	
2. Сравнения и системы сравнений первого порядка	3		4	2			2	
3. Сравнения второй степени	3		6	3			2	
4. Первообразные корни и индексы	3		6	3			2	
Итоговый контроль	3							Зачет
ИТОГО			32	18			22	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Третий семестр

Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел

Тема 1. Отношение делимости

- Лекция № 1. Отношение делимости
 - *Делимость целых чисел. Теорема о делении с остатком*
 - *Наибольший общий делитель и его свойства*
- Лекция № 2. Отношение делимости
 - *Алгоритм Евклида, расширенный алгоритм Евклида и обобщенный алгоритм Евклида*
 - *Наименьшее общее кратное и его свойства*
 - *Диофантово уравнение первой степени*
- Лекция № 3. Простые числа
 - *Простые числа: определение и простейшие свойства*
 - *Теорема Евклида*
 - *Решето Эратосфена*
 - *Основная теорема арифметики*
 - *О распределении простых чисел*

Тема 2. Функции теории чисел

- Лекция № 4. Целая и дробная часть числа. Произведение Дирихле
 - *Целая и дробная часть вещественного числа*
 - *Каноническое разложение числа $n!$*
 - *Арифметические функции*
 - *Произведение Дирихле арифметических функций*
 - *Мультипликативные функции*
- Лекция № 5. Основные мультипликативные функции теории чисел
 - *Число и сумма делителей целого числа*
 - *Функция Мебиуса: определение и основные свойства*
 - *Функция Эйлера: определение и основные свойства*

Тема 3. Непрерывные дроби

- Лекция № 6. Непрерывные дроби 1.
 - *Определение цепных дробей*
 - *Конечные цепные дроби*
 - *Подходящие дроби и их свойства*
- Лекция № 7. Непрерывные дроби 2.
 - *Бесконечные цепные дроби*

- *Наилучшие приближения*
- *Квадратичная иррациональность и цепные дроби*

Модуль 2. Теория сравнений

Тема 1. Модулярная арифметика

- Лекция № 8. Сравнения целых чисел по модулю другого числа
 - *Определение и основные свойства отношения сравнения целых чисел по данному модулю*
 - *Полная и приведенная системы вычетов*
 - *Теоремы Ферма и Эйлера*

Тема 2. Сравнения и системы сравнений первого порядка

- Лекция № 9. Сравнение первого порядка
 - *Определения сравнения n -го порядка и его решений*
 - *Сравнение первого порядка*
 - *Решение сравнений первого порядка*
- Лекция № 10. Система сравнений первого порядка
 - *Система сравнений первого порядка*
 - *Китайская теорема об остатках*

Тема 3. Сравнения второй степени

- Лекция № 11. Сравнения второго порядка
 - *Сведение сравнения второго порядка к стандартной форме*
 - *Квадратичные вычеты и невычеты*
 - *Символ Лежандра*
- Лекция № 12. Символы Лежандра
 - *Свойства символа Лежандра*
 - *Квадратичный закон взаимности*
- Лекция № 13. Символы Якоби
 - *Символ Якоби*
 - *Свойства символа Якоби*

Тема 4. Первообразные корни и индексы

- Лекция № 14. Первообразные корни
 - *Показатель числа по заданному модулю*

- *Существование первообразного корня по простому модулю*
- **Лекция № 15. Первообразные корни по степеням простого числа**
 - *Построение первообразных корней по модулям p^k и $2p^k$*
 - *Теорема об числах, для которых существуют первообразные корни*
- **Лекция № 16. Индексы и дискретное логарифмирование**
 - *Индексы и их свойства*
 - *Дискретное логарифмирование*
 - *Двучленные сравнения*

4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине

Первый семестр

Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел

Тема 1. Отношение делимости

- **Практическое занятие № 1. Отношение делимости**
 - *Делимость целых чисел. Теорема о делении с остатком*
 - *Наибольший общий делитель и его свойства*
 - *Алгоритм Евклида, расширенный алгоритм Евклида и обобщенный алгоритм Евклида*
 - *Наименьшее общее кратное и его свойства*
 - *Диофантово уравнение первой степени*
- **Практическое занятие № 2. Простые числа**
 - *Простые числа: определение и простейшие свойства*
 - *Теорема Евклида*
 - *Решето Эратосфена*
 - *Основная теорема арифметики*
 - *О распределении простых чисел*

Тема 2. Функции теории чисел

- **Практическое занятие № 3. Важнейшие функции теории чисел**
 - *Каноническое разложение числа $n!$*
 - *Мультипликативные функции*
 - *Число и сумма делителей целого числа*
 - *Функция Мебиуса: определение и основные свойства*
 - *Функция Эйлера: определение и основные свойства*

Тема 3. Непрерывные дроби

- Практическое занятие № 4. Непрерывные дроби
 - *Разложение рационального числа в непрерывную дробь*
 - *Разложение квадратично иррационального числа в непрерывную дробь*

Модуль 2. Теория сравнений

Тема 1. Модулярная арифметика

- Практическое занятие № 5. Сравнения целых чисел по модулю другого числа
 - *Определение и основные свойства отношения сравнения целых чисел по данному модулю*
 - *Полная и приведенная системы вычетов*
 - *Теоремы Ферма и Эйлера*

Тема 2. Сравнения и системы сравнений первого порядка

- Практическое занятие № 6. Сравнение первого порядка и китайская теорема об остатках
 - *Решение сравнений первого порядка*
 - *Китайская теорема об остатках*

Тема 3. Сравнения второй степени

- Практическое занятие № 7. Сравнения второго порядка
 - *Сведение сравнения второго порядка к стандартной форме*
 - *Квадратичные вычеты и невычеты*
 - *Символ Лежандра*
- Практическое занятие № 8. Символ Якоби. Показатель числа по заданному модулю
 - *Вычисление символа Якоби*
 - *Вычет или невычет?*
 - *Показатель числа по заданному модулю*
- Практическое занятие № 9. Индексы и дискретное логарифмирование
 - *Индексы и их свойства*
 - *Дискретное логарифмирование*
 - *Двучленные сравнения*

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к экзамену.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел	
1. Теория делимости	Рефераты на темы: 1. Алгоритм Евклида. Сложность алгоритма Евклида. 2. Пифагоровы тройки. 3. Числа Фибоначчи: определения и свойства. 4. Конечные цепные дроби и их приложения. 5. Бесконечные цепные дроби и их приложения. 6. Дроби Фарея. 7. Сложность арифметических операций с целыми числами. Алгоритм умножения Карацубы. Решение задач и упражнений.
2. Функции теории чисел	Доклады на темы: 1. Функция Чебышева. 2. Функция суммы n -х степеней делителей числа 3. Аддитивные арифметические функции 4. Нерегулярность распределения простых чисел Решение задач и упражнений.
Модуль 2. Теория сравнений	
1. Модулярная арифметика	Рефераты на темы: 1. Арифметические приложения теории сравнений 2. Признаки делимости. Решение задач и упражнений.
2. Сравнения и системы сравнений первой степени	Доклады на темы: 1. Приложения китайской теоремы об остатках 2. Приложение сравнений первой степени при решении диофантовых уравнений первой степени Решение задач и упражнений.
3. Сравнения второй степени	Доклады на темы: 1. Уравнение Пелля 2. Приложение символа Лежандра при решении диофантовых уравнений

	3. Квадратичный закон взаимности Решение задач и упражнений.
--	---

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОПК-1	<u>Знает</u> : основные определения и теоремы курса теории чисел <u>Умеет</u> : применять полученные знания для решения задач по теории чисел <u>Владеет</u> : основными методами и приемами теории чисел (метод математической индукции, алгоритм Евклида, техникой модулярной арифметики и т.п.)	Коллоквиум, контрольная работа, зачет
ОПК-4	<u>Знает</u> : основные алгоритмы теории чисел (алгоритм Евклида, расширенный алгоритм Евклида и др.) <u>Умеет</u> : применять основные алгоритмы теории чисел при решении конкретных теоретико-числовых и прикладных задач. <u>Владеет</u> : основными приемами анализа алгоритмической сложности теоретико-числовых проблем	Контрольная работа, представление кода программ (на каком-либо языке высокого уровня) решения конкретных теоретико-числовых задач
ПК-1	<u>Знает</u> : основные свойства делимости целых чисел; понятия и свойства конечных и бесконечных цепных дробей; свойства приближений действительных чисел подходящими дробями; понятие и свойства сравнений; теоремы о числовых сравнениях и сравнениях с неизвестной величиной <u>Умеет</u> : решать основные задачи арифметики натуральных чисел; записывать действительные числа в виде цепных дробей и оценивать погрешность их приближений подходящими дробями; решать различные типы диофантовых уравнений; находить решения различных типов сравнений, а также их систем <u>Владеет</u> : основными приемами анализа теоретико-числовых проблем	Коллоквиум, контрольная работа, зачет

7.2. Типовые контрольные задания

7.2.1. Примерные вопросы к зачету

- 1) Метод математической индукции. Примеры.
- 2) Отношение делимости. Теорема о делении с остатком.
- 3) НОД, взаимно простые числа, попарно взаимно простые числа. Простейшие свойства НОД: свойство 1, свойство 2.
- 4) Алгоритм Евклида и НОД. Свойства 3 – 5.
- 5) НОД частного и кратного двух чисел. Свойства 6 – 12. Доказать любые два свойства.
- 6) НОК двух чисел. Свойства 1 и 2 НОК. Доказать одно из свойств.
- 7) Простые числа. Свойства 1 и 2.
- 8) Простые числа. Свойства 3,4,5.
- 9) Простые числа. Свойства 6 и 7.
- 10) Решето Эратосфена. Предложения 1 и 2.
- 11) Простые числа. Теорема Евклида.
- 12) Основная теорема арифметики.
- 13) Каноническое разложение числа n и делители числа n .
- 14) Каноническое разложение числа и НОД, НОК двух чисел.
- 15) Функции $[x]$ и $\{x\}$. Свойства 1 и 2 функции $[x]$. Доказать одно из свойств.
- 16) Мультипликативные функции. Свойства 1 и 2.
- 17) Мультипликативные функции. Как можно строить мультипликативные функции?
- 18) Мультипликативные функции. Свойства 4 и 5.
- 19) Мультипликативные функции. Суммы распространенные не делители.
- 20) Мультипликативные функции. Число делителей целого числа a .
- 21) Мультипликативные функции. Сумма делителей целого числа a .
- 22) Мультипликативные функции. Функция Мебиуса. Некоторые свойства функции Мебиуса: предложение 1 и его следствие.
- 23) Произведение Дирихле. Предложение 2.
- 24) Произведение Дирихле. Теорема обращения Мебиуса.
- 25) Функция Эйлера $\varphi(x)$. Свойство 1.
- 26) Функция Эйлера $\varphi(x)$. Свойства 2 и 3.
- 27) Конечные цепные дроби. Теорема 1.
- 28) Подходящие дроби. Рекуррентная формула для P_k, Q_k .
- 29) Свойства подходящих дробей.
- 30) Сравнимость целых чисел по модулю m . Эквивалентные формулировки сравнимости чисел по данному модулю.
- 31) Свойства сравнений, подобные свойствам равенств: свойства 0 – 3.
- 32) Свойства сравнений, подобные свойствам равенств: свойства 4 и 5.
- 33) Свойства сравнений, связанные с изменением модуля: свойства 1 – 3.
- 34) Свойства сравнений, связанные с изменением модуля: свойства 4 – 6.

- 35) Вычеты и классы вычетов по модулю m . Полная система вычетов и наименьшая неотрицательная система вычетов по данному модулю.
- 36) Признаки полноты системы вычетов. Предложения 1 и 2.
- 37) Приведенная система вычетов. Предложения 1 и 2.
- 38) Теорема Эйлера.
- 39) Теорема Ферма и его следствие.
- 40) Сравнение $ax \equiv b \pmod{m}$. Определение решения. Вопросы существования и единственности решения сравнения $ax \equiv b \pmod{m}$ в случае $(a, m) = 1$.
- 41) Сравнение $ax \equiv b \pmod{m}$. Определение решения. Вопросы существования и единственности решения сравнения $ax \equiv b \pmod{m}$ в случае $(a, m) = d > 1$.
- 42) Методы решения сравнения $ax \equiv b \pmod{m}$ в случае $(a, m) = 1$.
- 43) Китайская теорема об остатках.
- 44) Определение решения сравнения произвольной степени по модулю m . Сравнение произвольной степени по простому модулю.
- 45) Сравнение произвольной степени по простому модулю. Теорема Вильсона.
- 46) Сравнение произвольной степени по составному модулю.
- 47) Сравнение вида $f(x) \equiv 0 \pmod{p^\alpha}$, p – простое число.
- 48) Сравнения второй степени.
- 49) Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра.
- 50) Свойства символа Лежандра.
- 51) Квадратичный закон взаимности.
- 52) Символ Якоби и его свойства.

7.2.2. Примерные контрольные работы

Вариант 1

1. Решить уравнение в целых числах

а) $41x + 144y + 5;$

б) $84x - 71y = 39.$

2. Найти НОД с помощью алгоритма Евклида:
 $(2646, 4312) =$

3. По конечным непрерывным дробям найти обыкновенные

$$\frac{a}{b} = [2; 1; 3; 2; 1; 3]$$

4. Найти целые числа x, y , если
$$\begin{cases} x + y = 667; \\ \frac{[x, y]}{(x, y)} = 120 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решить уравнение в целых числах
 - а) $37x + 13y = 1000$;
 - б) $38x + 117y = 209$
2. Найти НОД с помощью алгоритма Евклида:
 $(5775, 7056) =$
3. По конечным непрерывным дробям найти обыкновенные
 $\frac{a}{b} = [2; 5; 1; 3; 2; 1]$
4. Найти целые числа x, y , если $[x, y] = 975$, $\frac{x}{(x, y)} \frac{y}{(x, y)} = 18$.

7.2.3. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

Модуль 1. Теория делимости и функции теории чисел

1. НОД чисел 6188 и 4709 равен
 - а) 17
 - б) 7, 13, 11
2. НОД чисел 540, 360, 240, 204 равен
 - а) 12
 - б) 6; 3; 4Число $a = 13127$ при делении на $b > 0$ дало в частном $q = 121$. b и остаток r равны
 - а) 108, 59;
 - б) 110, 59; 107, 59; 108, 58
3. Наибольший общий делитель чисел 18900 и 64680 равен
 - а) 420;
 - б) 410; 430; 425
4. НОД (71004, 154452) равен
 - а) 732;
 - б) 723; 734; 742
5. НОД (299, 391) равен
 - а) 23;
 - б) 21; 27; 17
6. НОК (343, 147) равен;

- a) 49;
b) 51; 37; 48
7. НОД чисел 816 и 323 равен
a) 17;
b) 13, 19, 21
8. НОД (343, 147) равно
a) 1029;
b) 1031; 1027; 1033
9. НОД (12, 18, 21) равен
a) 252;
b) 248; 254; 238
10. Решением уравнения $57x - 37y = 3$ является
a) 39, 60;
b) 13, 15; 41, 62; 17, 23
11. Остаток при делении 24 на 5 равен
a) 4;
b) 6
12. Остаток при делении -24 на 5 равен
a) 1;
b) 3
13. 11 является делителем чисел
a) 43274; 12276;
b) 43271; 32271
14. 9 является делителем чисел
a) 1233; 7812;
b) 6785; 3226
15. 3 входит в каноническое разложение числа $21!$ в степени
a) 9;
b) 10; 8; 11
16. 7 входит в каноническое разложение числа $40!$ в степени
a) 5;
b) 4; 3; 6
18. Количество различных делителей у числа 60 равно
a) 12;
b) 7; 10; 14
19. НОД (6188, 4709) равен
a) 17;
b) 9; 11; 2
20. У непрерывной дроби $(2; 1, 3, 4, 2)$ третья подходящая дробь равна
a) $\frac{11}{4}$;
b) $\frac{5}{3}$; 3; $\frac{9}{4}$
21. У непрерывной дроби $(2; 3, 1, 2)$ третья подходящая дробь равна

a) $\frac{9}{4}$;

b) $\frac{5}{3}$; 3; $\frac{7}{2}$

22. У непрерывной дроби (3; 5, 7, 2, 15) между второй подходящей дробью и третьей имеется неравенство

a) $\delta_3 < \delta_2$;

b) $\delta_2 < \delta_3$; $\delta_2 \geq \delta_3$; $\delta_2 \leq \delta_3$

23. У непрерывной дроби (5; 1, 1, 1, 1) между третьей и четвертой подходящими дробями имеется неравенство

a) $\delta_3 < \delta_4$;

b) $\delta_3 > \delta_4$; $\delta_3 \leq \delta_4$; $\delta_3 \geq \delta_4$

24. Числители трех соседних подходящих дробей связаны равенствами;

a) $P_s = q_s P_{s-1} + P_{s-2}$;

b) $P_s = q_{s-1} P_{s-1} + P_{s-2}$; $P_s = P_{s-1} + q_{s-2} P_{s-2}$; $P_s = P_{s-1} + q_{s-1} P_{s-2}$

Модуль 2. Теория сравнений

1. Квадрат всякого нечетного числа сравним по модулю 8 с числами

a) 1;

b) -1; 3; -3

2. Умножая на 7 приведенную последовательность наименьших положительных вычетов по модулю 10, получим последовательность

a) 7,1,9,3;

b) 7,3,9,1; 7,9,1,3; 7,1,3,9

3. Умножая на 3 полную систему наименьших неотрицательных вычетов 0,1,2,3,4,5 по модулю 6, получим соответственно

a) 0,3,0,3,0,3;

b) 0,0,3,3,0,3; 0,3,0,4,2,3; 0,3,3,0,0,3

4. $10^{98} \pmod{97}$ по теореме Ферма сравнимо с

a) 3;

b) 2; 4; 5

5. $8^{50} \pmod{35}$ по теореме Эйлера сравнимо с числом

a) 29;

27; 28; 30

6. $\varphi(110) = 40$ и по теореме Эйлера $5^{202} \pmod{110}$ сравнимо с

a) 25;

b) 26; 24; 27

7. Наименьшие положительные значения k , при которых $a^k \equiv 1 \pmod{m}$, для вычетов $a = 2, 3, 4, 5$ при $m = 7$ соответственно равны

a) 3; 6; 3; 6;

b) 1. $a = 2$, 2. $a = 3$, 3. $a = 4$, 4. $a = 5$;

8. Наименьшая положительная степень, при которой $3^k \equiv 1 \pmod{11}$ равна

a) 6;

b) 7; 8; 10

9. Умножая на 3 полную систему наименьших неотрицательных вычетов 0,1,2,3,4,5 по модулю 6, получим соответственно

a) 0,3,0,3,0,3;

b) 0,0,3,3,0,3; 0,3,0,4,2,3; 0,3,3,0,0,3

10. Согласно теореме Вильсона имеем

a) $3 \nmid 2!+1; 5 \nmid 4!+1; 7 \nmid 6!+1; 11 \nmid 10!+1$;

b) $4 \nmid 3!+1; 5 \nmid 4!+1; 6 \nmid 5!+1; 7 \nmid 6!+1$; $4 \nmid 3!+1$; $5 \nmid 4!+1$; $6 \nmid 5!+1$; $7 \nmid 6!+1$;

11. Установить делимость числа $a = 86778$ на числа 3,5,9,11

a) $3 \nmid a, 5 \nmid a, 9 \nmid a, 11 \nmid a$

b) $3 \nmid a, 5 \nmid a, 9 \nmid a, 11 \nmid a$; $3 \nmid a, 5 \nmid a, 9 \nmid a, 11 \nmid a$; $3 \nmid a, 5 \nmid a, 9 \nmid a, 11 \nmid a$

12. Остаток от деления числа $122 \cdot 123 \cdot 125 \cdot 127$ на 11 равен

a) 4;

b) 5; 6; 3

13. В приведенную систему вычетов по модулю 10 входит последовательность

a) 1,3,7,9;

b) 2,3,5,7; 3,15,7,9; 2,3,5,9

14. Полную систему вычетов по модулю 6 образует последовательность

a) 0,1,2,9,4,5; 0,1,14,9,10,11

b) 0,1,2,3,4,10; 0,1,2,3,13,5

15. Приведенная система вычетов по модулю 60 по мощности равна

a) 16;

b) 14; 18; 15

16. Умножая на 3 полную систему вычетов по модулю 6, приходим к последовательности

a) 3,6,3,6,3,6;

b) 3,6,2,5,3,6; 3,6,4,2,3,6; 3,6,2,6,3,6

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 30 баллов,
- выполнение лабораторных заданий – 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 50 баллов,

- письменная контрольная работа -50 баллов

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

Основная

- 1) Виноградов, Иван Матвеевич. Основы теории чисел : учеб. пособие / Виноградов, Иван Матвеевич. - Изд. 12-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2009. - 176 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0535-0 : 165-00.
- 2) Бухштаб, Александр Адольфович. Теория чисел : учеб. пособие / Бухштаб, Александр Адольфович. - Изд. 3-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2008, 1966 (Просвещение), 1960 (Учпедгиз). - 383,[1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0847-4 : 361-02
- 3) Сизый, С.В. Лекции по теории чисел : учебное пособие для математических специальностей и направлений подготовки в университетах / С. В. Сизый ; Сизый С. В. - М. : Физматлит, 2008. - 190. - ISBN 978-5-9221-0741-9.
- 4) Шнеперман, Лев Борисович. Сборник задач по алгебре и теории чисел : учеб. пособие / Шнеперман, Лев Борисович. - Изд. 3-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 222,[1] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0885-6 : 217-47.
- 5) Модулярная арифметика и ее приложения в инфокоммуникационных технологиях : монография / Н.И. Червяков, А.А. Коляда, П.А. Ляхов и др. - Москва : Физматлит, 2017. - 400 с. : табл., граф., схем. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1716-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485237> (25.05.2018).

Дополнительная

- 6) Манин, Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю. И. Манин ; Манин Ю. И. - М. : МЦНМО, 2014. - 553 с. - ISBN 978-5-94057-511-5.
- 7) Айерлэнд, Кеннет. Классическое введение в современную теорию чисел / Айерлэнд, Кеннет, М. Роузен ; пер. с англ.С.П.Демушкина; под ред.А.Н.Паршина. - М. : Мир, 1987. - 415 с.
- 8) Галочкин, А.И. Введение в теорию чисел. : [учеб. пос. для вузов по спец. "Математика"] / А. И. Галочкин ; А.И.Галочкин, Ю.В.Нестеренко, А.Б.Шидловский; под общ. ред. А.Б.Щидловского. - М. : Изд-во МГУ, 1984. - 147 с. : ил. ; 22 см.
- 9) Лыткина Д.В. Введение в аналитическую теорию чисел. Часть 1. Пределы в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Лыткина Д.В.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2016.— 97 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55470.html>.— ЭБС «IPRbooks» (25.05.2018)

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	Студентам: 1. - запустить установленный у Вас математический пакет, выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакета, подходящий и решить свою задачу по аналогии; Преподавателям: - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций. Всем заинтересованным пользователям: 1. – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе. 2. – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
3.	Математика	www.mathematics.ru	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	www.edu.ru	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	http://elib.dgu.ru, http://edu.icc.dgu.ru	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	www.mathnet.ru	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

ЛЕКЦИОННЫЕ ЗАНЯТИЯ

Дисциплина «Теория чисел» является очень важной дисциплиной изучаемой будущими бакалаврами. Специфика дисциплины состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
- 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
- 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
- 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
- 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;

б) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;

б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;

в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

Учебная программа по теории чисел распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений); соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Основная цель: ознакомление с общими методами развития у студентов необходимых прочных навыков в этой области. Также студенту необходимо применять практически теоретический курс. Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачета.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений. После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы. Особое внимание рекомендуется обратить на усвоение основных понятий, методов и примеров, доказательства утверждений.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

Самостоятельная работа должна носить систематический характер, быть интересной и привлекательной для студента.

Результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем и учитываются при аттестации студента (зачет). При этом проводятся: тестирование, экспресс-опрос на семинарских и практических занятиях, заслушивание докладов, проверка письменных работ и т. д.

Методические рекомендации

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. - Изд. 12-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2009. - 176 с.
2. Бухштаб А.А.. Теория чисел.- Изд. 3-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2008 - 383Сизый С.В. Лекции по теории - М. : Физматлит, 2008. - 190.

3. Рагимханов В.Р. Некоторые функции теории чисел. Учебное пособие. – Махачкала, 2001. – 34 с.

Решать задачи и упражнения из задачников

1. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел- СПб.: Лань, 2008. - 222

Для проверки остаточных знаний использовать тесты и вопросы для самопроверки

Для подготовки к экзамену: повторить лекционный материал, проанализировать список рекомендованной литературы, решить самостоятельно задачи и примеры из учебного пособия *Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел- СПб.: Лань, 2008. - 222*

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по теории чисел рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.