

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
**Нелинейный функциональный анализ**

Кафедра: дифференциальных уравнений и функционального анализа  
Факультете: математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Профили подготовки  
«Математический анализ и приложения»

Уровень высшего образования:  
бакалавриат

Форма обучения:  
очная

Статус дисциплины:  
вариативная часть, дисциплина по выбору

Махачкала 2018

Рабочая программа дисциплины «Нелинейный функциональный анализ» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата)  
от 07 августа 2014 г. № 949

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа,  
Рагимханов В.Р., к. ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Сиражудинов М.М.  
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018г.,  
протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.  
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим  
управлением

« 29 » июня 2018г.  Гасангаджиева А.Г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «*Нелинейный функциональный анализ*» входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению *02.03.01 Математика и компьютерные науки*.

Дисциплина реализуется на *факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальные уравнения и функциональный анализ*.

К основным задачам данного курса относятся изучение некоторых из основных методов нелинейного функционального анализа, применяемых при решении нелинейных задач.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
*обще профессиональных – ОПК-1, ОПК-3;*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме: *контрольной работа и коллоквиума, промежуточный контроль в форме экзамена*.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе 108 в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них						
		Лек ции	Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции		
7	108	36		36			36	Зачет

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *Нелинейный функциональный анализ* является научить слушателей понимать и применять некоторые из основных методов нелинейного функционального анализа: степень отображения, метод неподвижной точки, вариационные методы. Понятие и факты курса составляют фундамент многих разделов современного анализа.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *Нелинейный функциональный анализ* входит в вариативную часть образовательной программы по направлению *02.03.01 Математика и компьютерные науки* и является дисциплиной по выбору.

Предполагает знание основных понятий и методов математического анализа и общей топологии в рамках первых двух курсов математического факультета, а также функционального анализа, дифференциальных уравнений (как обыкновенных, так и в частных производных) и знаний свойств функций, основных классов функций действительного переменного.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	Обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	<b>Знает:</b> основные понятия и методы нелинейного анализа <b>Умеет:</b> давать сравнительный анализ различных методов нелинейного анализа <b>Владеет:</b> навыками работы с различными методами нелинейного анализа для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.
ОПК-3	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе	<b>Знает:</b> определения и важнейшие свойства основных функциональных пространств и нелинейных операторов в них, применяемых в современном анализе. <b>Умеет:</b> анализировать свойства нелинейных операторов, применять их в прикладных задачах. <b>Владеет:</b> современными методами нелинейного анализа.

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет зачетных единиц 3, академических часов 108.

## 4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<b>Модуль 1. Дифференциальное исчисление в банаховых пространствах</b>								
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>7</b>		<b>10</b>	<b>10</b>			<b>16</b>	контрольная работа
1. Различные понятия дифференцируемости отображений и связь между ними			3	3			4	
2. Теоремы о дифференцируемых отображениях			5	5			8	
3. Дифференцируемость некоторых конкретных отображений			2	2			4	
<b>Модуль 2. Теории степени и их приложения</b>								
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>7</b>		<b>16</b>	<b>16</b>			<b>4</b>	коллоквиум, контрольная работа
1. Степень Брауэра			4	4				
2. Приложение степени Брауэра			4	4			2	
3. Степень Лере-Шаудера			4	4				
4. Приложения степени Лере-Шаудера			4	4			2	
<b>Модуль 3. Критические точки функционалов</b>								
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>7</b>		<b>10</b>	<b>10</b>			<b>16</b>	контрольная работа
1. Минимизация функционалов			2	2			4	
2. Вариационный принцип Экланда			2	2			4	
3. Условие Пале-Смейла			3	3			4	
4. Теорема о горном перевале			3	3			4	
<b>ИТОГО за 7 семестр</b>			<b>36</b>	<b>36</b>			<b>36</b>	

## 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### Модуль 1. Дифференциальное исчисление в банаховых пространствах

Тема 1. Различные понятия дифференцируемости отображений и связь между ними

- 1) Производная отображения по направлению.
- 2) Первая вариация отображения в точке.

- 3) Дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
- 4) Строгая дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
- 5) Непрерывная дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
- 6) Связь различных типов дифференцируемости.

*Тема 2. Теоремы о дифференцируемых отображениях*

- 1) Теорема о конечных приращениях.
- 2) Теорема о суперпозиции дифференцируемых отображений.
- 3) Теорема о дифференцируемости отображения взятия обратного оператора.
- 4) Теорема о среднем и его следствия.
- 5) Частные производные.
- 6) Теорема о полном дифференциале.
- 7) Теорема о неявной функции.
- 8) Теорема об обратном отображении.
- 9) Теорема Люстерника о касательном пространстве.
- 10) Производные высших порядков.
- 11) Формула Тейлора.
- 12) Локальные максимумы и минимумы.
- 13) Теорема Сарда.

*Тема 3. Дифференцируемость некоторых конкретных отображений*

- 1) О дифференцируемости и градиенте нормы.
- 2) Оператор Немыцкого и его свойства.
- 3) Дифференцируемость оператора Немыцкого.
- 4) Оператор дифференциальной связи и его дифференцируемость.
- 5) Интегральные нелинейные операторы Урысона и Гаммерштейна и их дифференцируемость.

**Модуль 2. Теории степени и их приложения**

*Тема 1. Степень Брауэра*

- 1) Построение степени Брауэра.
- 2) Свойства степени Брауэра.

*Тема 2. Приложение степени Брауэра.*

- 1) Теорема о неретрагируемости сферы в шаре.
- 2) Теорема Брауэра о неподвижной точке.
- 3) Теорема Жордана.
- 4) Теорема Борсука.
- 5) Теорема о бутерброде.
- 6) Род множества.
- 7) Приложение к существованию периодических решений дифференциальных уравнений.

*Тема 3. Степень Лере-Шаудера.*

- 1) Компактные отображения.
- 2) Построение степени Лере-Шаудера.
- 3) Свойства степени Лере-Шаудера.

*Тема 4. Приложения степени Лере-Шаудера.*

- 1) Теорема Шаудера о неподвижной точке.
- 2) Индекс изолированной точки.
- 3) Приложения степени Лере-Шаудера к дифференциальным уравнениям.

### **Модуль 3. Критические точки функционалов.**

#### *Тема 1. Минимизация функционалов.*

- 1) Полунепрерывные снизу и сверху функционалы.
- 2) Слабо полунепрерывные снизу и сверху функционалы.

#### *Тема 2. Вариационный принцип Экланда.*

- 1) Вариационный принцип Экланда.
- 2) Следствия вариационного принципа Экланда.

#### *Тема 3. Условие Пале-Смейла.*

- 1) Условие (PS) Пале-Смейла.
- 2) Условие  $(PS)_c$  Пале-Смейла.

#### *Тема 4. Теорема о горном перевале.*

- 1) Конечномерная вариант теоремы о горном перевале.
- 2) Теорема о горном перевале.
- 3) Приложение теоремы о горном перевале.

### **4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине**

### **Модуль 1. Дифференциальное исчисление в банаховых пространствах**

#### *Тема 1. Различные понятия дифференцируемости отображений и связь между ними*

- 1) Производная отображения по направлению.
- 2) Первая вариация отображения в точке.
- 3) Дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
- 4) Строгая дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
- 5) Непрерывная дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
- 6) Связь различных типов дифференцируемости.

#### *Тема 2. Теоремы о дифференцируемых отображениях*

- 1) Теорема о конечных приращениях.
- 2) Теорема о суперпозиции дифференцируемых отображений.
- 3) Теорема о дифференцируемости отображения взятия обратного оператора.
- 4) Теорема о среднем и его следствия.
- 5) Частные производные.
- 6) Теорема о полном дифференциале.
- 7) Теорема о неявной функции.
- 8) Теорема об обратном отображении.
- 9) Теорема Люстерника о касательном пространстве.
- 10) Производные высших порядков.
- 11) Формула Тейлора.
- 12) Локальные максимумы и минимумы.
- 13) Теорема Сарда.

#### *Тема 3. Дифференцируемость некоторых конкретных отображений*

- 1) О дифференцируемости и градиенте нормы.
- 2) Оператор Немыцкого и его свойства.
- 3) Дифференцируемость оператора Немыцкого.
- 4) Оператор дифференциальной связи и его дифференцируемость.
- 5) Интегральные нелинейные операторы Урысона и Гаммерштейна и их дифференцируемость.

## **Модуль 2. Теории степени и их приложения**

### *Тема 1. Степень Брауэра*

- 1) Построение степени Брауэра.
- 2) Свойства степени Брауэра.

### *Тема 2. Приложение степени Брауэра.*

- 1) Теорема о неретрагируемости сферы в шаре.
- 2) Теорема Брауэра о неподвижной точке.
- 3) Теорема Жордана.
- 4) Теорема Борсука.
- 5) Теорема о бутерброде.
- 6) Род множества.
- 7) Приложение к существованию периодических решений дифференциальных уравнений.

### *Тема 3. Степень Лере-Шаудера.*

- 1) Компактные отображения.
- 2) Построение степени Лере-Шаудера.
- 3) Свойства степени Лере-Шаудера.

### *Тема 4. Приложения степени Лере-Шаудера.*

- 1) Теорема Шаудера о неподвижной точке.
- 2) Индекс изолированной точки.
- 3) Приложения степени Лере-Шаудера к дифференциальным уравнениям.

## **Модуль 3. Критические точки функционалов.**

### *Тема 1. Минимизация функционалов.*

- 1) Полунепрерывные снизу и сверху функционалы.
- 2) Слабо полунепрерывные снизу и сверху функционалы.

### *Тема 2. Вариационный принцип Экланда.*

- 1) Вариационный принцип Экланда.
- 2) Следствия вариационного принципа Экланда.

### *Тема 3. Условие Пале-Смейла.*

- 1) Условие (PS) Пале-Смейла.
- 2) Условие  $(PS)_c$  Пале-Смейла.

### *Тема 4. Теорема о горном перевале.*

- 1) Конечномерная вариант теоремы о горном перевале.
- 2) Теорема о горном перевале.
- 3) Приложение теоремы о горном перевале.

## **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины *Нелинейный функциональный анализ* лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных

образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

Для обеспечения самостоятельной работы студентов использовать учебное пособие

- 1) Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа : учеб. пособие / Люстерник Л.А., В. И. Соболев. - Изд. 2-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань : Изд. высшая школа, 1982. - 270,[1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0976-1: 288-75.
- 2) Рамазанов А.К. Функциональный анализ : учеб. пособие для вузов. Ч.1 / Рамазанов А.К., Р. К. Рагимханов ; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : Изд-во ДГУ, 2013. - 318,[1] с. - 222-00.
- 3) Треногин В А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с. - ISBN 5-9221-0271-0 : 151-01.
- 4) Канторович Л.В. Функциональный анализ / Канторович, Леонид Витальевич. - 2-е изд., перераб. - М. : Наука, 1977. - 741 с. : ил. ; 22 см. - Список лит.: с.719-730. - Указ. предм.: и обозначений: с. 731-741. - 3-20.

### **Задания для самостоятельной работы**

1. Производная отображения по направлению.
2. Первая вариация отображения в точке.
3. Дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
4. Строгая дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
5. Непрерывная дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
6. Связь различных типов дифференцируемости.
7. Теорема о конечных приращениях.
8. Теорема о суперпозиции дифференцируемых отображений.
9. Теорема о дифференцируемости отображения взятия обратного оператора.
10. Теорема о среднем и его следствия.
11. Частные производные.
12. Теорема о полном дифференциале.
13. Теорема о неявной функции.
14. Теорема об обратном отображении.
15. Теорема Люстерника о касательном пространстве.
16. Производные высших порядков.
17. Формула Тейлора.
18. Локальные максимумы и минимумы.
19. Теорема Сарда.
20. О дифференцируемости и градиенте нормы.
21. Оператор Немыцкого и его свойства.
22. Дифференцируемость оператора Немыцкого.
23. Оператор дифференциальной связи и его дифференцируемость.

24. Интегральные нелинейные операторы Урысона и Гаммерштейна и их дифференцируемость.
25. Построение степени Брауэра.
26. Свойства степени Брауэра.
27. Теорема о неретрагируемости сферы в шаре.
28. Теорема Брауэра о неподвижной точке.
29. Теорема Жордана.
30. Теорема Борсука.
31. Теорема о бутерброде.
32. Род множества.
33. Приложение к существованию периодических решений дифференциальных уравнений.
34. Компактные отображения.
35. Построение степени Лере-Шаудера.
36. Свойства степени Лере-Шаудера.
37. Теорема Шаудера о неподвижной точке.
38. Индекс изолированной точки.
39. Приложения степени Лере-Шаудера к дифференциальным уравнениям.
40. Полунепрерывные снизу и сверху функционалы.
41. Слабо полунепрерывные снизу и сверху функционалы.
42. Условие (PS) Пале-Смейла.
43. Условие (PS)<sub>c</sub> Пале-Смейла.
44. Конечномерная вариант теоремы о горном перевале.
45. Теорема о горном перевале.
46. Приложение теоремы о горном перевале.

### Рефераты, доклады и задания по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<b>Раздел 1. Дифференциальное исчисление в банаховых пространствах</b>	
1. Различные понятия дифференцируемости отображений и связь между ними	Доклад на тему: Связь между различными типами дифференцируемости отображений
2. Теоремы о дифференцируемых отображениях	Доклад на тему: Формула Тейлора
3. Дифференцируемость некоторых конкретных отображений	Доклад на тему: Оператор Немыцкого
<b>Раздел 2. Теории степени и их приложения</b>	
1. Степень Брауэра	Реферат на тему: Доказательство теоремы Брауэра о неподвижной точке на основе леммы Шпернера.
2. Приложение степени Брауэра	Доклад на тему: Теорема Жордана и теорема Брауэра
3. Степень Лере-Шаудера	Доклад на тему: Компактные отображения
4. Приложения степени Лере-Шаудера	Доклад на тему: Приложение степени Лере-Шаудера к нелинейным эллиптическим уравнениям
<b>Раздел 3. Критические точки функционалов</b>	
1. Минимизация функционалов	Доклад на тему: Уравнение Эйлера-Лагранжа
2. Вариационный принцип Экланда	Доклад на тему: Теорема Каристини
3. Условие Пале-Смейла	Доклад на тему: Компактные множества.

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

### 7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ОПК-1	<p><b>Знает:</b> основные понятия и методы нелинейного анализа</p> <p><b>Умеет:</b> давать сравнительный анализ различных методов нелинейного анализа</p> <p><b>Владеет:</b> навыками работы с различными методами нелинейного анализа для адекватного применения в той или иной области математики или естественно-научных дисциплин.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ОПК-3	<p><b>Знает:</b> определения и важнейшие свойства основных функциональных пространств и нелинейных операторов в них, применяемых в современном анализе.</p> <p><b>Умеет:</b> анализировать свойства нелинейных операторов, применять их в прикладных задачах.</p> <p><b>Владеет:</b> современными методами нелинейного анализа.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

### 7.2. Типовые контрольные задания

#### Примерный перечень вопросов к коллоквиуму

1. Производная отображения по направлению.
2. Первая вариация отображения в точке.
3. Дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
4. Строгая дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
5. Непрерывная дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
6. Связь различных типов дифференцируемости.
7. Теорема о конечных приращениях.
8. Теорема о суперпозиции дифференцируемых отображений.
9. Теорема о дифференцируемости отображения взятия обратного оператора.
10. Теорема о среднем и его следствия.
11. Частные производные.
12. Теорема о полном дифференциале.
13. Теорема о неявной функции.
14. Теорема об обратном отображении.

15. Теорема Люстерника о касательном пространстве.
16. Производные высших порядков.
17. Формула Тейлора.
18. Локальные максимумы и минимумы.
19. Теорема Сарда.
20. О дифференцируемости и градиенте нормы.
21. Оператор Немыцкого и его свойства.
22. Дифференцируемость оператора Немыцкого.
23. Оператор дифференциальной связи и его дифференцируемость.
24. Интегральные нелинейные операторы Урысона и Гаммерштейна и их дифференцируемость.
25. Построение степени Брауэра.
26. Свойства степени Брауэра.
27. Теорема о неретрагируемости сферы в шаре.
28. Теорема Брауэра о неподвижной точке.
29. Теорема Жордана.
30. Теорема Борсука.
31. Теорема о бутерброде.
32. Род множества.
33. Приложение к существованию периодических решений дифференциальных уравнений.
34. Компактные отображения.
35. Построение степени Лере-Шаудера.
36. Свойства степени Лере-Шаудера.
37. Теорема Шаудера о неподвижной точке.
38. Индекс изолированной точки.
39. Приложения степени Лере-Шаудера к дифференциальным уравнениям.
40. Полунепрерывные снизу и сверху функционалы.
41. Слабо полунепрерывные снизу и сверху функционалы.
42. Условие (PS) Пале-Смейла.
43. Условие (PS)<sub>c</sub> Пале-Смейла.
44. Конечномерная вариант теоремы о горном перевале.
45. Теорема о горном перевале.

### **Вопросы для самостоятельной работы**

1. Производная отображения по направлению.
2. Первая вариация отображения в точке.
3. Дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
4. Строгая дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
5. Непрерывная дифференцируемость по Гато, Адамару и Фреше.
6. Связь различных типов дифференцируемости.
7. Теорема о конечных приращениях.
8. Теорема о суперпозиции дифференцируемых отображений.
9. Теорема о дифференцируемости отображения взятия обратного оператора.
10. Теорема о среднем и его следствия.

11. Частные производные.
12. Теорема о полном дифференциале.
13. Теорема о неявной функции.
14. Теорема об обратном отображении.
15. Производные высших порядков.
16. Формула Тейлора.
17. Локальные максимумы и минимумы.
18. Теорема Сарда.
19. О дифференцируемости и градиенте нормы.
20. Оператор Немыцкого и его свойства.
21. Дифференцируемость оператора Немыцкого.
22. Оператор дифференциальной связи и его дифференцируемость.
23. Интегральные нелинейные операторы Урысона и Гаммерштейна и их дифференцируемость.
24. Построение степени Брауэра.
25. Свойства степени Брауэра.
26. Теорема Брауэра о неподвижной точке.
27. Теорема Жордана.
28. Теорема Борсука.
29. Теорема о бутерброде.
30. Род множества.
31. Приложение к существованию периодических решений дифференциальных уравнений.
32. Компактные отображения.
33. Построение степени Лере-Шаудера.
34. Свойства степени Лере-Шаудера.
35. Теорема Шаудера о неподвижной точке.
36. Индекс изолированной точки.
37. Приложения степени Лере-Шаудера к дифференциальным уравнениям.
38. Полунепрерывные снизу и сверху функционалы.
39. Слабо полунепрерывные снизу и сверху функционалы.

### **Вопросы к зачету по дисциплине**

1. Связь различных типов дифференцируемости.
2. Теорема о конечных приращениях.
3. Теорема о суперпозиции дифференцируемых отображений.
4. Теорема о дифференцируемости отображения взятия обратного оператора.
5. Теорема о среднем и его следствия.
6. Частные производные.
7. Теорема о полном дифференциале.
8. Теорема о неявной функции.
9. Теорема об обратном отображении.
10. Теорема Люстерника о касательном пространстве.
11. Производные высших порядков.
12. Формула Тейлора.

13. Локальные максимумы и минимумы.
14. Теорема Сарда.
15. О дифференцируемости и градиенте нормы.
16. Оператор Немыцкого и его свойства.
17. Дифференцируемость оператора Немыцкого.
18. Оператор дифференциальной связи и его дифференцируемость.
19. Интегральные нелинейные операторы Урысона и Гаммерштейна и их дифференцируемость.
20. Построение степени Брауэра.
21. Свойства степени Брауэра.
22. Теорема о неретрагируемости сферы в шаре.
23. Теорема Брауэра о неподвижной точке.
24. Теорема Жордана.
25. Теорема Борсука.
26. Род множества.
27. Приложение к существованию периодических решений дифференциальных уравнений.
28. Компактные отображения.
29. Свойства степени Лере-Шаудера.
30. Теорема Шаудера о неподвижной точке.
31. Индекс изолированной точки.
32. Приложения степени Лере-Шаудера к дифференциальным уравнениям.
33. Полунепрерывные снизу и сверху функционалы.
34. Слабо полунепрерывные снизу и сверху функционалы.
35. Конечномерная вариант теоремы о горном перевале.
36. Теорема о горном перевале.

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

#### ***Основная***

- 1) Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа : учеб. пособие / Люстерник Л.А., В. И. Соболев. - Изд. 2-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань : Изд. высшая школа, 1982. - 270,[1] с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0976-1: 288-75.
- 2) Рамазанов А.К. Функциональный анализ : учеб. пособие для вузов. Ч.1 / Рамазанов А.К., Р. К. Рагимханов ; Минобрнауки России, Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : Изд-во ДГУ, 2013. - 318,[1] с. - 222-00.
- 3) Треногин В А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учеб. пособие для втузов / Треногин В.А.; Б.М.Писаревский, Т.С.Соболева. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2002. - 239 с. - ISBN 5-9221-0271-0 : 151-01.
- 4) Асташова И.В. Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Асташова И.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 112 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11120.html>.— ЭБС «IPRbooks» (25.01.2018)

### *Дополнительная*

- 5) Фёдоров В.М. Курс функционального анализа : учебник / Фёдоров В. М. - СПб. [и др.] : Лань, 2005. - 351 с. ; 20 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 351. - ISBN 5-8114-0589-8 : 187-66.
- 6) Рудин У. Функциональный анализ / Рудин, Уолтер ; пер. с англ. В.Я.Лина; под ред. Е.А.Горина. - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. [и др.] : Лань, 2005. - 443 с. ; 23 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 430-431. - Указ. имен. и терминов: с. 435-440 . - ISBN 5-8114-0611-8 : 312-18.
- 7) Канторович Л.В. Функциональный анализ / Канторович, Леонид Витальевич. - 2-е изд., перераб. - М. : Наука, 1977. - 741 с. : ил. ; 22 см. - Список лит.: с.719-730. - Указ. предм.: и обозначений: с. 731-741. - 3-20.
- 8) Глазырина П.Ю. Функциональный анализ. Типовые задачи [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Глазырина П.Ю., Дейкалова М.В., Коркина Л.Ф.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016.— 216 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/66213.html>.— ЭБС «IPRbooks» (25.05.2018)

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	<a href="http://www.math.ru">www.math.ru</a>	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт — для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	<a href="http://www.exponenta.ru">www.exponenta.ru</a>	<b>Студентам:</b> - запустить установленный у Вас математический пакет - выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакет

			<p>подходящий и решить свою задачу по аналогии;</p> <p><b>Преподавателям:</b></p> <p>- использовать математические пакеты для поддержки курса лекций.</p> <p><b>Всем заинтересованным пользователям:</b></p> <p><b>1.</b> – можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе.</p> <p><b>2.</b> – найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.</p>
3.	Математика	<a href="http://www.mathematics.ru">www.mathematics.ru</a>	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	<a href="http://www.edu.ru">www.edu.ru</a>	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	<a href="http://elib.dgu.ru">http://elib.dgu.ru</a> , <a href="http://edu.icc.dgu.ru">http://edu.icc.dgu.ru</a>	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	<a href="http://www.mathnet.ru">www.mathnet.ru</a>	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Дисциплина «Нелинейный функциональный анализ» является вариативной частью, изучаемых будущими магистрами. Специфика дисциплины состоит в том, что рассмотрение теоретических вопросов здесь тесно связано с решением практических задач.

На лекциях особенно большое значение имеет реализация следующих задач:

- 1) глубокое осмысливание ряда понятий и положений, введенных в теоретическом курсе;
- 2) раскрытие прикладного значения теоретических сведений;
- 3) развитие творческого подхода к решению практических и некоторых теоретических вопросов;
- 4) закрепление полученных знаний путем многократного практического использования;
- 5) приобретение прочных навыков типовых расчетов;
- 6) расширение кругозора, приобретение полезных сведений, касающихся технических данных реальных объектов и конкретных условий их эксплуатации.

Наряду с перечисленными выше образовательными целями, занятия преследуют и важные цели воспитательного характера, а именно:

- а) воспитание настойчивости в достижении конечной цели;
- б) воспитание дисциплины ума, аккуратности, добросовестного отношения к работе;
- в) воспитание критического отношения к своей деятельности, умения анализировать свою работу, искать оптимальный путь решения, находить свои ошибки и устранять их.

Учебная программа дисциплине *Нелинейный функциональный анализ* распределена по темам и по часам на лекции, практические и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

### **Методические рекомендации**

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить следующие литературные источники:

- 1) Обен Ж.-П., Экланд И. Прикладной нелинейный анализ. – М.: Мир, 1988. – 512с.
- 2) Красносельский М.А., Забрейко П.П. Геометрические методы нелинейного анализа. – М.: Наука, 1975.
- 3) Корпусов М.О., Свешников А.Г. Нелинейный функциональный анализ и математическое моделирование в физике: Методы исследования нелинейных операторов. – М.: КРАСАНД, 2011. – 480с.

Решать задачи и упражнения из учебных пособий

- 1) Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева «Задачи и упражнения по функциональному анализу» Наука 2002

Для проверки остаточных знаний использовать вопросы для самопроверки.

Для подготовки к зачету: повторить лекционный материал, проанализировать задачи и примеры, разобранные на практических занятиях.

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по предмету рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu,

Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.