

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Вычислительные методы

**Кафедра прикладной математики факультета математики и
компьютерных наук**

Образовательная программа

***02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные
технологии***

Профиль подготовки

Информатика и компьютерные науки

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Форма обучения

Очная

Статус дисциплины: ***Базовый***

Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины "Вычислительные методы" составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата) от «12» марта 2018г. № 224

Разработчики:

кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И., д.ф.-м. н., профессор.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018г., протокол № 10

И.О. зав. кафедрой Р.И.К. Кадиев Р.И.;

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «27» июня 2018 г., протокол № 6.

Председатель В.Д.Б. Бейбалаев В. Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «В.В.» В.В. 2018 г. В.В.

(подпись)

Рабочая программа дисциплины "Вычислительные методы" составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата) от « ___ » _____ 20 г. №

Разработчики:

кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И., д.ф.-м. н., профессор.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018г., протокол № 10

И.О. зав. кафедрой _____ Кадиев Р.И.;

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «27» июня 2018 г., протокол № 6.

Председатель _____ Бейбалаев В. Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « ___ » _____ 2018 г. _____

(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина «Вычислительные методы» входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.00 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения задач математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений, а также знакомством с современными направлениями развития численных методов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональными компетенциями – ОПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума. и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц (180 часа), в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
6	72	14	14	14			30	зачет
7	72	16	16				76	экзамен
ИТОГО	180	30	30	14			106	

1. Цели освоения дисциплины.

Целями изучения курса «Вычислительные методы» является: усвоение различных численных методов решения задач математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений, научить самостоятельно решать численными методами типичные задачи для указанных дисциплин.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Вычислительные методы» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Курс «Вычислительные методы» вводится после изучения дисциплин алгебра, информатика, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Изученные в курсе методы могут применяться при решении различных математических моделей в естествознании.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-3	способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	Знать: основные численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений. Уметь: разрабатывать численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, реализовывать эти алгоритмы на персональном компьютере, пользуясь средствами программирования или (и) пакетами прикладных программ. Владеть: навыками решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, механики и др., используя изученные численные методы.

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Общ. тр	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
				Лекции	Практические занятия	Лаб. Раб.	Сам. раб	Подг. к экз.	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)		
Модуль 1. Интерполяция				8	8	8	12		36		
1	Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена..	6	1, 2	2	2	2	3		9	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, лабораторная работа, проверка групп журнала --- ---	
2	Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.	6	3, 4	2	2	2	3		9		
3	Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.	6	5, 6	2	2	2	3		9		
4	Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции..	6	7, 8	2	2	2	3		9		
Модуль 2. Численное интегрирование				6	6	6	18		36		
5	Квадратурные формулы прямоугольников	6	11,12	2	2	2	6		12		

	и трапеций, оценка погрешности.									
6	Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.	6	13,14	2	2	2	6		12	Контрольная работа
7	Правило Рунге практической оценки погрешности.		15,16	2	2	2	6		12	
	Итого за 6 семестр			14	14	14	30		72	зачет
Модуль 3. Численные методы алгебры.				8	8		20		36	
8	Метод половинного деления и простой итерации решения нелинейных уравнений погрешности интерполяции.	7	1, 2	2		2	5		9	
9	Метод Ньютона решения нелинейных уравнений.	7	3, 4	2		2	5		9	
10	Сходимости последовательнос тей матриц и векторов. Две нормы матриц и векторов. Матричная геометрическая прогрессия.	7	5, 6	2		2	5		9	
11	Методы простой итерации и Зейделя решения	7	7, 8	2		2	5		9	

	СЛАУ.									
Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений				8		8	20		36	
12	Одношаговые методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ.	7	9-12	4		4	6		14	
13	Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее сходимость и разрешимость, порядок аппроксимации..	7	13,14	2		2	7		11	Контрольная работа
14	Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.	7	15,16	2		2	7		11	
16	Модуль 5. Подготовка к экзамену							36	36	
Итого за 7 семестр.				16		16	40	36	108	Экзамен
ИТОГО:				30	14	30	70	36	180	

Курс «Вычислительные методы» разбит на модули и темы. Ниже приводится содержание этого курса.

4.3. Содержание дисциплин, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Интерполяция и основы теории приближения.

Тема 1. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.

Понятие интерполяции, значение интерполяции в вычислительной математике. Определение интерполяционного многочлена. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаточный член.

Тема 2. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.

Понятие разделенной разности. Свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей. Запись интерполяционного многочлена в форме Ньютона с помощью разделенных разностей.

Тема 3. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.

Понятие конечной разности k -ого порядка, свойства конечных разностей, вычисление конечных разностей. Применение конечных разностей к вычислению производных.

Тема 4. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.

Многочлен Чебышева, его свойства. Применение многочлена Чебышева к минимизации оценки погрешности интерполяции.

Модуль 2. Численное интегрирование.

Тема 5. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.

Понятие о квадратурных формулах и их применении к приближенному вычислению интегралов. Вывод простейших и составных квадратурных формул прямоугольников и трапеций. Вывод соответствующих формул остаточных членов и их оценок.

Тема 6. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.

Вывод простейшей и составной квадратурной формулы Симпсона. Вывод формулы остаточного члена и его оценки.

Тема 7. Правило Рунге практической оценки погрешности.

Правило Рунге и его применение для практической оценки погрешности. Алгоритм приближенного вычисления интеграла с применением правила Рунге.

Модуль 3. Численные методы алгебры.

Тема 8. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.

Формулы метода простой итерации решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода простой итераций к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Тема 9. Метод Ньютона.

Формулы метода Ньютона решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода Ньютона к решению нелинейных алгебраических уравнений.

Тема 10. Сходимости последовательностей матриц и векторов. Три нормы матриц и векторов. Матричная геометрическая прогрессия

Различные виды сходимостей последовательностей векторов и матриц. Определения норм векторов и матриц. Три наиболее распространенные нормы матриц и векторов. Понятие матричной геометрической погрешности. Необходимые и достаточные условия сходимости матричной геометрической прогрессии. Сумма сходящейся матричной геометрической прогрессии.

Тема 11. Методы простой итерации и Зейделя решения СЛАУ. Сходимость. Особенность реализации на ЭВМ.

Формулы метода простой итерации. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простой итерации. Достаточные условия сходимости метода простой итерации. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом простой итерации.

Причина возникновения метода Зейделя. Формулы метода Зейделя. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Зейделя. Достаточные условия сходимости метода. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом Зейделя.

Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши и краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 12. Одношаговые методы Рунге-Кутты.

Понятия об одношаговых и многошаговых методах. Вывод одношаговых формул Рунге-Кутты.

Тема 13. Одношаговые методы Рунге-Кутты.

Алгоритм вычисления значений решения задачи Коши в узлах сетки с заданной точностью по формулам Рунге-Кутты. Вывод оценки погрешности одношаговых методов решения задачи Коши для ОДУ.

Тема 14. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее сходимость и разрешимость, порядок аппроксимации.

Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.

Доказательство сходимости разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Тема 15. Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, его устойчивость. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этим методом.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Интерполяция		Количество часов	Аудиторная работа	Домашнее задание
1	Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.	2	Гл 6, основная литература [3] Номера 7, 8, 10	Гл 6, основная литература [3] Номера 12, 13, 14
2	Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.	2	Гл 6, основная литература [3] Номера 19, 20, 21	Гл 6, основная литература [3] Номера 25, 26
3	Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.	2	Гл 6, основная литература [3] Номера 27, 28, 29	Гл 6, основная литература [3] Номера 33, 34
4	Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции..	2	Гл 7, основная литература [3] Номера 1, 2	Гл 7, основная литература [3] Номера 3, 4
Модуль 2. Численное		6		

интегрирование				
5	Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.	2	Гл8, основная литература [3] Номера 23-27	Гл 6, основная литература [3] Номера 28-33
6	Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.	2	Гл 8, основная литература [3] Номера 41-46	Гл 8, основная литература [3] Номера 47-50
7	Правило Рунге практической оценки погрешности.	2	Гл 8, основная литература [3] Номера 52-54	Гл 6, основная литература [3] Номера 55-57

4.3.3. Содержание лабораторных занятий по дисциплине

Модуль 1. Интерполяция

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ТЕМА: ИНТЕРПОЛЯЦИЯ.

ЦЕЛЬ: НАУЧИТЬСЯ ПРИБЛИЖАТЬ, ИНТЕРПОЛИРОВАТЬ ФУНКЦИЮ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ И ПРИМЕНЯТЬ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ДРУГИХ ЗАДАЧ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭВМ.

МОДУЛЬ 2. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ТЕМА: ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ.

ЦЕЛЬ: НАУЧИТЬСЯ ПРИБЛИЖЕННО ВЫЧИСЛЯТЬ С ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭВМ.

МОДУЛЬ 3. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

ТЕМА: ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СЛАУ.

ЦЕЛЬ: НАУЧИТЬСЯ ПРИБЛИЖЕННО ВЫЧИСЛЯТЬ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭВМ.

Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

ТЕМА: ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

ЦЕЛЬ: НАУЧИТЬСЯ ПРИБЛИЖЕННО НАХОДИТЬ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭВМ.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

ТЕМА: ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

ЦЕЛЬ: НАУЧИТЬСЯ ПРИБЛИЖЕННО НАХОДИТЬ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ИСПОЛЬЗУЯ ЭВМ.

Варианты лабораторных работ, теоретические сведения для выполнения лабораторных работ и образцы выполнения лабораторных содержатся в методических пособиях, находящиеся в приложении [1]-[3] дополнительной литературы.

5. Образовательные технологии.

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы [1]-[4].

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

КОД компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-3	способностью к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	<p>Знать: основные численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: разрабатывать численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, реализовывать эти алгоритмы на персональном компьютере, пользуясь средствами программирования или (и) пакетами прикладных программ.</p> <p>Владеть: навыками решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, механики и др., используя изученные численные методы.</p>	Контрольные работы, лабораторные работы, зачет экзамен.

7.2. Типовые контрольные задания

Контрольная работа 1

1. Найти второе приближение к решению системы:

$$\begin{cases} x_1 = 0.1x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 + 1, \\ x_2 = 0.1x_1 - 0.2x_3 - 1, \\ x_3 = 0.2x_1 + 0.2x_2 + 0.2x_3 + 2 \end{cases}$$

методом простой итерации, взяв вектор $x^0 = (0;0;0)$ за начальное приближение.

2. Найти $E + A + A^2 + \dots$, если $A = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.25 \\ 1 & 0.5 \end{pmatrix}$.

3. Пусть $A = \begin{pmatrix} a & -a \\ \frac{a}{2} & a \end{pmatrix}$. Найти все значения a , при которых ряд $E + A + A^2 + \dots$ сходится.

4. Пусть $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ a & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$. Решить неравенство $\|A\|_2 \leq 6$

Контрольная работа 2

1. Для функции $f(x) = \frac{3x}{4x+2}$ по ее значениям в узлах $0, \frac{1}{2}, 1$ построить интерполяционные многочлены в формах Лагранжа и Ньютона. Найти погрешность интерполяции в точке $x = \frac{1}{4}$.

(10б)

2. Пусть $f(x) = 4x(2x-1)(3x-1)(4x-1)$. Найти разделенную разность $f(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; 1)$.

(7б)

3. Пусть $f(x) = x^3 + x$, $x_i = ih$, $i \in Z$. Найти конечную разность $\Delta^3 f_1$.

(7б)

4. Пусть $a = 3,62 \pm 0,04$; $b = 0,2 \pm 0,08$. Вычислить $c = a + 2b$ и найти абсолютную и относительную погрешности вычисления c .

(6б)

Контрольная работа 3

1. Найти приближенное значение I_{np} интеграла

$$I = \int_1^2 |3 - 2x| x dx,$$

по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части. Вычислить $|I - I_{np}|$.

2. На какое наименьшее число равных частей надо разбить отрезок интегрирования, чтобы вычислить интеграл

$$\int_{-1}^2 \frac{x}{2+x} dx$$

по квадратурной формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

3 Объяснить как вычислить несобственный интеграл

$$\int_{-2}^{+\infty} \frac{e^{-2x^2} \sin x}{4+x^2} dx$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

Контрольная работа 4

1. Найти приближенное решение $y(x)$ задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x^2 + 1} - (x-1)^2, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

на отрезке $[0;0,4]$, разлагая $y(x)$ в ряд Тейлора с четырьмя членами разложения. Найти

$$\max_{0 \leq x \leq 0,4} |y(x) - x^2 - 1|.$$

2. Методом Эйлера с шагом $h = 0,1$ найти приближенно $y(0,3)$, где $y(x)$ – решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = x(y-x)^2 - x^3 + 2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Описать как найти $y(0,5)$, используя явную формулу Адамса

$$y_{n+1} = y_n + h \frac{3f(x_n, y_n) - f(x_{n-1}, y_{n-1})}{2}$$

с шагом $h = 0,1$, как затем уточнить это значение, используя неявную формулу Адамса.

4. Привести вывод явной двухшаговой формулы Адамса.

Контрольная работа 5

1. Найти методом прогонки $y(0,2)$, где $y(x)$ - решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - \frac{y}{x^2 + 1} = 1, & 0 < x < 0,3, \\ y(0) = 1, & y(0,3) = 1,09. \end{cases}$$

2. Найти методом стрельбы $y(1,2)$, где $y(x)$ – решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - xy = 2 + x - x^3, & 1 < x < 1,3, \\ y(1) = 0, & y(1,3) = 0,69. \end{cases}$$

3. Показать, что разностная схема

$$\begin{cases} \frac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} - 2x_n y_n = \frac{e^{x_{n+1}} + e^{x_{n-1}}}{2}, & n = 1, 2, \dots, N-1, \\ y_0 = 0, \quad y_N = 1 \end{cases}$$

на сетке $\{x_n = nh\}$ аппроксимирует задачу

$$\begin{cases} y'' - 2xy = e^x, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, \quad y(1) = 1 \end{cases}$$

со вторым порядком.

Вопросы к зачету:

1. Что означает запись:

$$1) a = 2,747 \pm 0,001; \quad 2) a = 0,4685(1 \pm 0,02)?$$

2. Как оценить относительную погрешность произведения $u \cdot v$ или частного $\frac{u}{v}$?

3. Как оценить абсолютную погрешность суммы или разности?

4. Как оценить абсолютную погрешность вычисления функции?

5. Каким условиям должен удовлетворять алгебраический интерполяционный многочлен для функции $f(x)$ по ее значениям в узлах x_0, x_1, \dots, x_n ?

6. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для табличной функции $f(x)$:

x	1	1,2	1,5	1,6
$f(x)$	0,87	0,97	0,80	0,62

используя все значения этой функции.

7. Пользуясь формулой интерполяционного многочлена Ньютона, найти $f(0,75)$ для табличной функции $f(x)$:

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$f(x)$	2,13	1,88	1,25	1,00	1,20

8. Вычислить разделенную разность $f(0;1;2;\dots;100)$, если $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-99)$.

9. Найти конечную разность $\Delta^4 f_i$, если $x_i = ih$, $f(x) = \sin \pi x + x^4 + 2$.

10. Где используются конечные разности?

11. Пользуясь квадратурной формулой средних прямоугольников с четырьмя узлами, вычислить приближенно интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2}$.
12. Пользуясь квадратурной формулой трапеций с пятью узлами, вычислить приближенно интеграл $\int_1^2 (x + \frac{1}{x^2}) dx$. Сравнить полученное значение с точным.
13. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок $[0,1]$, чтобы вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле трапеций?
14. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок $[0,1]$, чтобы вычислить интеграл $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2} dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ по квадратурной формуле Симпсона?
15. Вывести квадратурную формулу Гаусса с тремя узлами для приближенного вычисления интеграла $\int_2^3 f(x) dx$.
16. Многочлены Чебышева, их свойства и применение.
17. Нормы матриц и векторов. Наиболее употребительные нормы. Найти $\frac{\|A\|_1 + \|A\|_2 + \|A\|_3}{3} + \|b\|_2$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.
18. Матричная геометрическая прогрессия, ее сходимость. Сходится ли матричная геометрическая прогрессия $E + A + A^2 + \dots$, если $A = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$? Если сходится, то найти ее сумму.
19. Метод простой итерации для СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод простой итерации для системы $x = Bx + c$, где
- $$B = \begin{pmatrix} 0,1 & -0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & -0,1 \\ 0,05 & 0,1 & -0,1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} ?$$
- Если сходится, то найти третье приближение к решению, взяв начальное приближение $x^0 = c$, и оценить при этом какую-либо норму погрешности.
20. Метод Зейделя решения СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод Зейделя для системы $x = Bx + c$, если $B = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/3 & -1/2 \end{pmatrix}$?
21. Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $xe^x = 2$. За

какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

22. Составить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения $2x = \cos x + 3$. За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$?

Вопросы к экзамену:

Примерные билеты.

Экзаменационный билет № 1

1. Существование и единственность интерполяционного многочлена.
2. Метод простой итерации решения СЛАУ. Необходимые и достаточные условия сходимости.
3. Методом Эйлера с шагом $h=0.1$ найти решение задачи Коши
$$\begin{cases} y' = y - x^2 + 2x, \\ y(0) = 0 \end{cases}$$
 в точке $x=0.2$.

Экзаменационный билет № 2

- Интерполяционный многочлен Лагранжа, определение, вывод формулы.
2. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения колебания струны.
 3. Вычислить интеграл $\int_0^1 |1-4x| dx$ по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части, найти точное значение этого же интеграла и сравнить их.

Экзаменационный билет № 3

1. Остаточный член интерполяционного многочлена Лагранжа.
2. Теорема об оценке погрешности метода простой итерации решения СЛАУ.
3. Вычислить интеграл $\int_0^1 |x - 2x^2| dx$ по квадратурной формуле трапеции, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части, найти точное значение этого же интеграла и сравнить его с вычисленным по квадратурной формуле.

Экзаменационный билет № 4

1. Разделенные разности и их свойства.

2. Метод Зейделя решения СЛАУ. Необходимое и достаточное условие сходимости.
3. Найти второе приближение к решению уравнения $x^3 - x - 3 = 0$ методом Ньютона, выбрав начальное приближение так, чтобы метод Ньютона сошелся.

Экзаменационный билет № 5

1. Интерполяционный многочлен Ньютона, вывод формулы.
2. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
3. Построить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс к решению уравнения $x^3 - 4x + 1 = 0$. Найти второе приближение к решению и оценить его погрешность.

Экзаменационный билет № 6

1. Конечные разности и их свойства.
2. Метод простой итерации приближенного решения нелинейного уравнения. Теорема о его сходимости и оценке погрешности.
3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x) = x/(2+x)$ по значениям $f(x)$ в узлах $x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1$. Оценить погрешность интерполяции на всем отрезке по формуле остаточного члена.

Экзаменационный билет № 7

1. Элемент наилучшего приближения в линейном нормированном пространстве. Теорема о существовании.
2. Метод Ньютона приближенного решения одного уравнения с одним неизвестным. Сходимость, оценка погрешности.
3. Для функции $f(x) = (2x-1)/x$ построить интерполяционный многочлен Ньютона по значениям $f(x)$ в узлах $x_0 = 1, x_1 = 1.25, x_2 = 1.5$. Оценить погрешность интерполяции на отрезке $[1, 1.5]$ по формуле остаточного члена.

Экзаменационный билет № 8

1. Квадратурные формулы прямоугольников. Остаточный член, оценка погрешности.
2. Приближенный метод Тейлора решения задачи Коши для ОДУ первого порядка.
3. Вычислить разделенную разность $f(0; 1; 2; \dots; 100)$, если $f(x) = x(x-1)\dots(x-99)$.

Экзаменационный билет № 9

1. Квадратурные формулы трапеций. Остаточный член, оценка погрешности.
2. Численный метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ первого порядка.
3. Функция $f(x)$ задана таблично:

x	0	5/4	3/2
$f(x)$	1/2	5/9	3/5

Вычислить $f'(1)$, полагая $f'(x) \approx L'_n(x)$, где $L_n(x)$ – интерполяционный многочлен, построенный по значениям $f(x)$ в заданных узлах.

Экзаменационный билет № 10

1. Квадратурные формулы Симпсона. Остаточный член, оценка погрешности.
2. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ первого порядка. Вывод формул второго порядка точности.
3. Пусть $f(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)$, x_i различны. Показать, что $f(x_0; x_1; \dots; x_p) = 0$ при $p \leq n$.

Экзаменационный билет № 11

1. Правило Рунге практической оценки погрешности.
2. Оценка погрешности одношаговых методов.
3. Найти конечную разность четвертого порядка $\Delta^4 f_1$ для функции $f(x) = x - \sin \pi x$, если $x_i = 0.5i$, $i \in Z$.

Экзаменационный билет № 12

1. Нормы векторов и матриц. Три нормы векторов. Сходимость последовательностей векторов и матриц.
2. Основные понятия теории разностных схем (узел, сетка, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости).
- 3 Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс к решению системы

$$\begin{cases} 5x + 2y - 2z = 11, \\ 2x + 5y - z = 13, \\ 3x + 4z = -1. \end{cases}$$

Найти 2 последовательных приближения к решению и оценить погрешность.

Экзаменационный билет № 13

1. Матричная геометрическая прогрессия. Необходимые и достаточные условия сходимости геометрической прогрессии.
2. Связь между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью.
3. Методом Тейлора найти решение задачи Коши: $y' = xy - 2x^2 - x + 2$, $y(0) = 1$ на отрезке $[0, 0.2]$. Оценить погрешность.

Экзаменационный билет № 14

1. Метод Гаусса решения СЛАУ, схема алгоритма оптимального исключения.
2. Разностная схема, аппроксимирующая простейшую двухточечную краевую задачу для линейного дифференциального уравнения второго порядка со вторым порядком аппроксимации.
3. Пусть $a = 5,6696 \pm 0,002$, $b = 0,0347 \pm 0,001$. Чему равны абсолютная и относительная погрешности вычисления $2a + 3b$?

Экзаменационный билет № 15

1. Основные понятия теории погрешности (абсолютная и относительная погрешности, значащие и верные цифры числа).
2. Метод сеток решения задачи Коши для уравнения теплопроводности
3. Методом половинного отрезка $[1, 2]$ найти третье приближение к решению уравнения $x^4 + 4x - 1 = 0$. Оценить погрешность приближения.
- 4.

Экзаменационный билет № 16

1. Абсолютные и относительные погрешности суммы, разности, произведения и частного.
2. Разностная схема, аппроксимирующая простейшую двухточечную краевую задачу для линейного дифференциального уравнения второго порядка со вторым порядком аппроксимации.
3. Составить сходящийся итерационный процесс Зейделя к решению системы

$$\begin{cases} 5x - 2y = 8, \\ 3x + 4y = 10. \end{cases}$$

Найти 3 последовательных приближения к решению. Сравнить третье приближение с точным решением.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 40 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Махмутов М.М. Лекции по численным методам [Электронный ресурс] / М.М. Махмутов. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2007. — 237 с. — 978-5-93972-626-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16558.html> (24.06.2018)
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М. Наука, 1987.
3. Сборник задач под редакцией Монастырного П.И. Минск, 1969.
4. В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. Вычислительные методы т.1 и т.2 М.: Наука, 1976, 1977.
5. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. Численные методы решения задачи

б) дополнительная литература

1. Коши для ОДУ. Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2011
2. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. Метод сеток решения уравнений параболического типа . Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2010
3. Абдурагимов Э.И., Кадиев Р.И. Приближенное вычисление интегралов. Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2010.
4. Волков Е.А. Численные методы. М. Наука, 1987.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.

5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. «Численные методы. Теория. Алгоритмы. Программы». Учебное пособие. Самара, 2008. <http://pouts.psuti.ru/wp-content/uploads/Числ.методы.pdf>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором доказательств теорем.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Delphi, Matlab.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.