

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Стохастический анализ

**Кафедра прикладной математики факультета математики и
компьютерных наук**

Образовательная программа

02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки

Математика и компьютерные науки

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Форма обучения

Очная

Статус дисциплины: *Базовый*

Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины "Стохастический анализ" составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 - Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) от «7» августа 2014 г. № 949

Разработчики:

кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И., д.ф.-м. н., профессор.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018 г., протокол № 10

И.О. зав. кафедрой Р.И. Кадиев Кадиев Р.И.;

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «27» июня 2018 г., протокол № 6.

Председатель В.Д. Бейбалаев Бейбалаев В. Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «28» 06 2018 г. И.И. [подпись]
(подпись)

Рабочая программа дисциплины "Стохастический анализ" составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 - Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) от «___» _____ 20г. №

Разработчики:

кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И., д.ф.-м. н., профессор.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018г., протокол № 10

И.О. зав. кафедрой _____ Кадиев Р.И.;

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «27» июня 2018 г., протокол № 6.

Председатель _____ Бейбалаев В. Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «___» _____ 2018 г. _____

(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина «Стохастический анализ» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 02.03.01 - Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением методов исследований различных процессов, в частности применений идей теории мартигалов и стохастического интеграла, а также знакомством с современными направлениями развития теории стохастического анализа.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: научно-исследовательских – ОПК1, ПК-4.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума и промежуточный контроль в форме зачета.

Объем дисциплины 2 зачетные единицы (72 часа), в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе						
	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС, в том числе экза мен	
	Всег о	из них					
	Лекц ии	Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции		
6	72	16	16	0		40	зачет
ИТОГО	72	16	16	0		40	

1. Цели освоения дисциплины.

Цель изучения курса «Стохастический анализ»-ознакомление слушателей с основами стохастического анализа, формирование математической культуры у студентов, развитие системного математического мышления. Знания и практические навыки, полученные студентами при освоении дисциплины «Стохастический

анализ»используются обучаемыми при изучении профессиональных дисциплин, а также при выполнении курсовых и дипломных работ.

2.Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Стохастический анализ»входит в базовуючасть образовательной программы *бакалавриата*по направлению (специальности) 02.03.01 - Математика и компьютерные наук.

Курс «Стохастический анализ» вводится после изучения дисциплин информатика, математический анализ, функциональный анализ, математическая статистика и случайные процессы, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Изученные в курсе методы могут применяться при решении различных математических моделей в естествознании.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Знать: основные результаты теории вероятностей и некоторые результаты теории случайных процессов, обладать навыками решения задач в этой области. Уметь: описывать прикладные задачи на «языке» теории вероятностей и случайных процессов.. Владеть: навыками применения вероятностных моделей вразличных областей естествознания.
ПК-4	способностью публично представлять собственные и известные научные результаты производственно-технической деятельности	Знать: методы и способы публичного представления собственных и известных научных результатов производственно-технической деятельности. Уметь: публично представлять собственных и известных научных результатов производственно-

		технической деятельности. . Владеть: методами публичного представления собственных и известных научных результатов производственно-технической деятельности.
--	--	---

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

1.2. Структура дисциплины:										
№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
				Лекции	Практические занятия	Лаб. Раб.	Сам.раб	Подг. к экз.	Общ. тр	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
Модуль 1.				8		8	20		36	
1	Основные понятия теории вероятностей.	6	1, 2	2		2	5		9	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, лабораторная работа, проверка групп журнала ---
2	Основные понятия теории случайных процессов.	6	3, 4	2		2	5		9	
3	Интеграл Ито.	6	5, 6	2		2	5		9	---
4	Формула Ито	6	7, 8	2		2	5		9	-----
Модуль 2.				8		8	20		36	

5	Модели финансовых процессов.	6	11,12	2		2	5		9	
6	Модели ГСБ-1. Броуновское движение	6	13,14	2		2	5			
7	Дифференциальные уравнения Ито.	6	15,16	2		2	5		9	Контрольная работа
8	Линейные дифференциальные уравнения Ито.		17,18	2		2	5		9	
	ИТОГО:			16		16	40		72	зачет

Курс «Стохастический анализ» разбит на модули и темы. Ниже приводится содержание этого курса.

3. Содержание дисциплин, структурированное по темам (разделам)

4.3.1.Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1.

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей.

Вероятностное пространство. Независимость событий. Схема Бернулли. Случайные величины и их числовые и функциональные характеристики. Основные виды распределений. Многомерные случайные величины.

Тема 2. Основные понятия теории случайных процессов.

Определение случайного процесса. Характеристики случайных процессов. Траектории и реализация случайных процессов. Марковские случайные процессы. Винеровский процесс.

Тема 3. Интеграл Ито.

Понятие интегралов Римана, Лебега и Стильеса. Построение интеграла Ито.некоторые свойства интеграла Ито.

Тема 4. Формула Ито.

Формула Ито для одномерного случая, Многомерная формула Ито. Вычисление некоторых интегралов Ито, используя формулу Ито.

Модуль 2.

Тема 5. Модели финансовых процессов.

Объект исследования финансовой эконометрики. Временные ряды финансовых процессов. Гипотезы финансовой эконометрики.

Тема 6. Модели ГСБ-1. Броуновское движение.

Модели ГСБ-1. Броуновское движение. модели временных рядов финансовых показателей.

Тема 7. Дифференциальные уравнения Ито.

Определение дифференциального уравнения Ито. Слабые и сильные решения. Существование и единственность решения.

Тема 8. Линейные дифференциальные уравнения Ито.

Определение линейного дифференциального уравнения Ито. Формула Коши для решений линейных дифференциальных уравнений Ито.

5. Образовательные технологии.

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Лабораторные занятия проводятся с использованием персональных компьютеров. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения лабораторных занятий необходим компьютерный класс на 15 человек, оснащенный доской.

4.3.2. Содержание лабораторных занятий по дисциплине

Модуль 1.

1. Цифровое моделирование реализаций стационарных случайных процессов.
2. Формирование случайных последовательностей с заданными корреляционными свойствами.

Модуль 2.

3. Оценка статистических характеристик случайных данных.
4. Анализ основных свойств случайных данных. Проверка стационарности.
5. Анализ основных свойств случайных процессов. Проверка на нормальность.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы [1]-[6].

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

КОД компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Знать: основные результаты теории вероятностей и некоторые результаты теории случайных процессов, обладать навыками решения задач в этой области. Уметь: описывать прикладные задачи на «языке» теории вероятностей и случайных процессов.. Владеть: навыками применения вероятностных моделей различных областей естествознания.	Контрольные работы, лабораторные работы, зачет.
ПК- 4	способностью публично представлять собственные и известные научные результаты производственно-технической деятельности	Знать: методы и способы публичного представления собственных и известных научных результатов производственно-технической деятельности. Уметь: публично представлять собственных и известных научных результатов производственно-технической деятельности. . Владеть: методами публичного представления собственных и известных научных результатов производственно-технической деятельности.	Контрольные работы, лабораторные работы, зачет.

7.2. Типовые контрольные задания

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Тема 1.

1. Дать определение вероятностного пространства.
2. Дать определение случайной величины и их числовых и функциональных характеристик.

Тема 2.

1. Дать определение случайного процесса и характеристик случайных процессов.
2. Дать определение Марковского случайные процессы.
3. Дать определение Винеровского процесса.

Тема 3

1. Дать определение интегралов Римана, Лебега и Стильеса.
2. Как строится интеграл Ито.
3. Указать свойства интеграла Ито.

Тема 4.

1. Формула Ито для одномерного случая.
2. Вычисление некоторых интегралов Ито, используя формулу Ито.

Тема 5.

1. Что является объектом исследования финансовой эконометрики.
2. Временные ряды финансовых процессов.
3. Гипотезы финансовой эконометрики.

Тема 6.

1. Модели ГСБ-1.
2. Броуновское движение.
3. Модели временных рядов финансовых показателей.

Тема 7.

1. Определение дифференциального уравнения Ито.
2. Существование и единственность решения для дифференциального уравнения Ито.

Тема 8.

1. Определение линейного дифференциального уравнения Ито.
2. Формула Коши для решений линейных дифференциальных уравнений Ито.

Контрольная работа 1

1. Случайный процесс $x(t)$ задается уравнением $x(t) = t^2 + \xi(\omega), t \geq 0$, где $\xi(\omega)$ - случайная величина равномерно распределенная на отрезке $[-2, 2]$. Описать множество траекторий и сечений случайного процесса $x(t)$.
2. Найти характеристики случайного процесса $x(t) = \xi(\omega) \sin t + \cos t, t \geq 0$, где $\xi(\omega)$ - случайная величина с характеристиками $M(\xi) = 3, D(\xi) = 0, 2$.

Контрольная работа 2

1. Вычислить Интегралы Ито $\int_0^t W(s) dW(s), \int_0^t (W(s) + W(s)^3) dW(s)$.
2. Решить дифференциальное уравнение Ито
 - а) $dx(t) = tx(t)dt + 4dW(t), t \geq 0$,
 - б) $dx(t) = tx(t)dt + 4x(t)dW(t), t \geq 0$,
 - в) $dx(t) = tx(t)dt + 4x(t)dW(t) + tdt, t \geq 0$.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Шихеева В.В. Теория случайных процессов [Электронный ресурс] : марковские цепи. Учебное пособие / В.В. Шихеева. — Электрон.текстовые данные. — М. : Издательский Дом МИСиС, 2013. — 70 с. — 978-5-87623-736-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/56202.html> (24.06.2018)
2. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М: Изд-во КНОРУС, 2014, - 448 с.

3. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М: Лань, 2011, 463 с.
4. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения (введение в теорию и приложения). М; Мир, 2003 - 406 с.

б) дополнительная литература

1. Семаков С.А. Элементы теории вероятностей и случайных процессов. М: Физматлит, 2011, 232 с.
2. Хрущева И.В., Щербаков В.И., Леванова Д.С. Основы математической статистики и теории случайных процессов. М: Из-во Лань, 2009, 320 с.
3. Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. Случайные процессы. М: Изд-во МГТУ, 2003, 360 с.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. Учебное пособие под ред. А.А. Свешникова. М: Лань, 2008 – 448 с.

в) Методические материалы к выполнению лабораторных работ

1. Иванченков В.П., Вылегжанин О.Н., Степанов Д.Ю. Компьютерный анализ данных. Компьютерное пособие по лабораторным работам. Томск, ТПУ, 2011, корпоративная сеть ТПУ, режим доступа <http://www.lib/tpu.ru/fulltext2/m/2011>
2. Иванченков В.П., Вылегжанин О.Н., Степанов Д.Ю. Прикладной анализ данных. Лабораторный практикум, Томск, изд-во ТПУ, 2012, 92 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. «Численные методы. Теория. Алгоритмы. Программы». Учебное пособие. Самара, 2008. <http://pouts.psuti.ru/wp-content/uploads/Числ.методы.pdf>
6. . <http://www.twirpx.com/files/informatics/os/lectures>.
7. zyurvas.narod.ru/bibteorstp.roc.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем

решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором доказательств теорем.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Delphi, Matlab.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.