

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Моделирование случайных величин и процессов**

Кафедра прикладной математики

Образовательная программа

01.04.02-Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки

Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования

магистратура

Форма обучения

**очная**

Статус дисциплины: вариантная

Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* составлена в 2015 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 – Прикладная математика и информатика от 12.03.2015 №228.

Разработчик: кафедра прикладной математики к.ф.-м.н. доцент Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018 г.,  
протокол № 10  
Зав. кафедрой Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и  
компьютерных наук от «27» июня 2018г., протокол № 6.  
Председатель Бейбалаев В.Д

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим  
управлением «28» 06 2018г. Рыжев

Рабочая программа дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* составлена в 2015 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки  
01.04.02 – Прикладная математика и информатика от 12.03.2015 №228.

Разработчик: кафедра прикладной математики к.ф.-м.н. доцент Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018 г.,  
протокол № 10  
Зав. кафедрой Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и  
компьютерных наук от «27» июня 2018 г., протокол № 6.  
Председатель Бейбалаев В.Д

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим  
управлением «      » 2018 г. \_\_\_\_\_

## **Аннотация рабочей программы дисциплины**

*Дисциплина **моделирование случайных величин и процессов** входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика.*

*Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики .*

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с изучением и освоением следующего материала: стандартные и нестандартные методы моделирования основных дискретных случайных величин, стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины, моделирование некоторых специальных распределений, моделирование случайных векторов. моделирование дискретных случайных процессов, моделирование непрерывных случайных процессов, моделирование непрерывных и некоторых конкретных случайных процессов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных - ПК-1, ПК-2

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий:*лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости; *защита лабораторных работ, коллоквиум, промежуточный контроль в форме зачета.*

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий.

Семестр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	KCP	консультации	
1	108	6	26				76	
Итого	108	6	26				76	

## **1. Цели освоения дисциплины.**

Целями освоения дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* являются:

- овладение основными понятиями и сведениями методов моделирования *случайных величин и процессов*: *моделирование дискретных и непрерывных* случайных величин, некоторых специальных распределений, случайных векторов; моделирование дискретных и непрерывных случайных процессов, оценка их средних значений, моделирование многомерных случайных процессов и некоторых конкретных случайных процессов, полей;
- творческое овладение программным материалом, методами моделирования случайных систем для их дальнейшего использования в имитационном моделировании при решении конкретных прикладных задач, математическим аппаратом обоснования методов моделирования случайных величин и процессов.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры,**

Дисциплина *моделирование случайных величин и процессов* входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01. *математическое моделирование и вычислительная математика*. Знания по данной дисциплине магистрантам необходимы при решении различных задач прикладной математики, естествознания, в которых исследуются случайные системы, задачи их аппроксимации по статистическим данным. Ряд вопросов *моделирования случайных величин и процессов* является основой при изучении таких курсов, как *статистическая физика, термодинамика, методы статистического моделирования, метод Монте-Карло и его приложения, моделирование систем массового обслуживания*.

Изучение дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* предполагает хорошее знание университетских курсов *теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, методов вычислений, линейной алгебры и анализа*.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).**

Код компетенции по ФГОС ВО	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)

ПК-1	<p>Обладать способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива.</p>	<p>Знает: предусмотренный программой материал по предмету на достаточно хорошем уровне</p> <p>Умеет: использовать пройденный материал для самостоятельного освоения последующих разделов статистического моделирования, вероятностных моделей теории массового обслуживания, статистической физики, других разделов естествознания, повышать свою квалификацию.</p> <p>Владеет: основными методами статистического исследования, моделирования стохастических систем с целью приложения их к решению широкого спектра прикладных задач естествознания.</p>
ПК-2	<p>Обладать способностью разрабатывать анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач.</p>	<p>Знает: теоретические вероятностные модели, изученные в курсах теории вероятностей, математической статистике, теории случайных процессов, моделирования случайных величин и процессов .</p> <p>Умеет: анализировать полученные</p>

		теоретические модели исследуемых прикладных задач, получать различные их частные решения путем вариации основных динамических параметров описываемых систем. Владеет: методами разработки и анализа концептуальных и теоретических стохастических моделей исследуемых реальных физических систем с индетерминированными факторами.
--	--	--

#### **4. Объем, структура и содержание дисциплины.**

4.1 Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часов.

##### **4.2 Структура дисциплины.**

Название разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)					
			Лекции	Практ. занятия	Лаборат. работы	Контр.сам. раб.							
<b>Первый семестр .</b>													
<b>Модуль 1Моделирование.случайных величин.</b>													
Всего по модулю									Защита				

	1		2		8		26	лабораторных работ, коллоквиум.
1. Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин.			2		4		4	
2. Моделирование непрерывных случайных величин..					4		6	
3. Моделирование неравномерного распределения методом Нейамна..							6	
4. Моделирование неравномерного распределения методом постоянной ординаты.							6	
5. Моделирование многомерного невырожденного нормального распределения..							4	
Модуль 2..Моделирование дискретных случайных процессов.								
Всего по модулю.			2		8		26	Защита лабораторных работ, коллоквиум.
1. Моделирование дискретных случайных процессов			2		4		4	

с конечным числом состояний.							
2. Моделирование однородных цепей Маркова..				4		6	
3. Приложение метода моделирования цепей Маркова к решению систем уравнений.						6	
4. Эргодичность цепей Маркова. Стационарные распределения.						6	
5 Цепи Маркова и интегральные уравнения..						4	
<b>Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.</b>							
Всего по модулю.		2		10		24	Защита лабораторных работ, коллоквиум.
1. Моделирование непрерывных случайных процессов		2		4		6	
2. Моделирование непрерывных цепей Маркова.				6		6	
3 Моделирование нормального случайного процесса с использованием канонического распределения.						6	
4. Моделирование случайного поля типа скользящего суммирования.						6	
Итого	108	6		26		76	

--	--	--	--	--	--	--	--	--

### **4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).**

#### **Лекции**

##### **Модуль 1. Моделирование случайных величин..**

Тема 1 Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин.

Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.

Специальные методы моделирования основных дискретных распределений.

Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.

Метод суперпозиции моделирования распределений.

##### **Модуль 2. Моделирование дискретных случайных процессов.**

Тема 2. Моделирование дискретных случайных процессов с конечным числом состояний.

Случайные процессы с дискретным временем и счетным числом состояний.

Моделирование дискретного случайного процесса с конечным числом равновероятных состояний, значений. Моделирование дискретного случайного процесса с конечным числом состояний с искомым распределением вероятностей.

##### **Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.**

Тема 3. Моделирование непрерывных случайных процессов .

Обобщенные плотности распределений. Моделирование одномерных стационарных процессов. Моделирование многомерных случайных процессов. Моделирование многомерного марковского гуссовского процесса.

#### **Лабораторные занятия.**

##### **Модуль 1. Моделирование случайных величин..**

Тема 1. Моделирование дискретных случайных величин.

Разыгрывание дискретной случайной величины с конечным числом равновероятных значений. Разыгрывание полной группы событий.

Разыгрывание дискретных векторов.

Тема 2. Моделирование непрерывных случайных величин.

Разыгрывание равномерного распределения на данном промежутке.

Моделирование нормального и показательного распределений.

## Модуль 2. Моделирование дискретных случайных процессов

Тема 3..Моделирование дискретных случайных процессов с конечным числом состояний.

Разыгрывание случайного процесса с конечным числом равновероятных траекторий. Разыгрывание случайного процесса с конечной полной группой траекторий.

Тема 4. Моделирование однородных цепей Маркова.

Матрица переходных вероятностей цепи Маркова. Вектор распределений вероятностей по состояниям. Разыгрывание значений конечной цепи Маркова.

## Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.

Тема 5. Моделирование одномерных случайных процессов.

Разыгрывание синусоиды постоянной частоты и нормально распределенной случайной амплитуды. Вычисление осредненных характеристик. Стационарность моделированного процесса.

Тема 6. Моделирование непрерывных цепей Маркова.

Непрерывные цепи Маркова с конечным числом состояний. Разыгрывание цепи Маркова с конечным числом равновероятных состояний.

## 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* лежит лекционно-лабораторная система обучения. Большой крен, упор сделан в сторону лабораторных занятий, что непосредственно связано со спецификой дисциплины. Учеба в магистратуре сама по себе предполагает большую самостоятельность и индивидуальность. Одновременно цели и задачи данной дисциплины, требования к программе курса предполагают самостоятельную работу магистрантов над процессом моделирования случайных систем. Здесь уместно обратить внимание магистрантов на возможности имитационного моделирования. Теоретический материал по дисциплине и полученный опыт моделирования случайных систем используется при изучении других курсов, приложении к решению прикладных задач естествознания. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует

центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## **6. Учебно -методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

### **6.1. Задания для самостоятельной работы**

1. Разыграть двадцать возможных значений дискретной случайной величины  $X$ , закон распределения которой задан в виде таблицы

$X$	3	8	12	15
$p$	0,1	0,12	0,27	0,51

2. Разыграть десять опытов по схеме Бернулли: опыт состоит из четырёх испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  равна 0,5.
3. Заданы вероятности четырёх событий, образующих полную группу:  $p_1 = P(A_1) = 0,15$ ,  $p_2 = P(A_2) = 0,64$ ,  $p_3 = P(A_3) = 0,05$ ,  $p_4 = P(A_4) = 0,16$ . Разыграть 20 испытаний, в каждом из которых появляется одно из рассматриваемых событий.
4. События  $A$  и  $B$  зависимы и совместны. Разыграть 10 испытаний, в каждом из которых заданы вероятности:

$$P(A) = 0,5, \quad P(B) = 0,6, \quad P(AB) = 0,2.$$

5. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины  $X$ , распределённой равномерно в интервале  $(a, b)$ , зная её функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{при } x \in (a, b) \\ 0 & \text{при } x \notin (a, b). \end{cases}$$

6. Разыграть десять всевозможных значений непрерывной случайной величины  $X$ , распределённой равномерно в интервале  $(4,14)$ .
7. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, распределённой по показательному закону, заданному функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

8. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, заданной плотностью вероятностей  $f(x) = b/(1 + ax^2)$  в интервале  $(0, 1/(b - a))$ ; вне этого интервала  $f(x) = 0$ .
9. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, распределённой по закону Вейбулла, заданного плотностью вероятности  $f(x) = \frac{n}{x_0} x^{n-1} e^{-x^n/x_0}$ , при  $x \geq 0$ ;  $f(x) = 0$ , при  $x < 0$ .
10. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, заданной плотностью вероятности  $f(x) = \frac{1}{2} \sin x$  в интервале  $(0, \pi)$ ; вне этого интервала  $f(x) = 0$ .
11. Найти методом суперпозиции явные формулы для разыгрывания непрерывной случайной величины, заданной функцией распределения  $F(x) = 1 - 0,25(e^{-2x} + 3e^{-x})$ ,  $x > 0$ ;  $F(x) = 0$  при  $x \leq 0$ .
12. Разыграть 50 возможных значений нормальной случайной величины с параметрами  $a = 0$ ,  $\sigma = 1$  и оценить параметры разыгранной величины.
13. Дискретная двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана законом распределения:

Y	X			
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$y_1$	0,11	0,06	0,08	0,12
$y_2$	0,07	0,08	0,05	0,09
$y_3$	0,15	0,09	0,04	0,06

Разыграть десять пар возможных значений  $(X, Y)$ .

14. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной двумерной случайной величины  $(X, Y)$ , заданной плотностью вероятностей  $f(x, y) = \frac{3}{4} xy^2$  в области, ограниченной прямыми  $x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$ .
15. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной двумерной случайной величины  $(X, Y)$ , если составляющая  $X$  задана плотностью вероятности  $f_1(x) = \frac{x}{2}$  в интервале  $(0, 2)$ ; составляющая  $Y$  равномерно распределена в интервале  $(x_i, x_{i+3})$  с плотностью  $f_2(y) = \frac{1}{3}$ , где  $x_i$  – разыгранное возможное значение  $X$ .
16. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной двумерной случайной величины  $(X, Y)$ , если составляющая  $X$  задана плотностью вероятности  $f_1(x) = \frac{2x}{9}$  в интервале  $(0, 3)$ ; составляющая  $Y$  равномерно

распределена в интервале  $(x_{i-2}, x_{i+2})$  с плотностью  $f_2(y) = 1/4$ , где  $x_i$  – разыгранное возможное значение  $X$ .

17. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной случайной величины  $(X, Y)$ , заданной плотностью вероятности  $f(x, y) = 6y$  в области ограниченной прямыми  $y = 0, y = x, x = 1$ .
18. Устройство состоит из двух блоков, соединённых последовательно. Первый блок содержит три элемента:  $A, B, C$ , а второй – два элемента:  $D, E$ . Элементы каждого блока соединены параллельно. а) Найти методом Монте-Карло оценку  $P^*$  надёжности системы, зная вероятности безотказной работы элементов:  $P(A) = 0,8, P(B) = 0,9, P(C) = 0,85, P(D) = 0,7, P(E) = 0,6$ ; б) Найти абсолютную погрешность  $|P - P^*|$ , где  $P$  – надёжность системы, вычисленная аналитически. Произвести 20 испытаний.
19. Устройство состоит из двух узлов, соединённых последовательно. Первый узел содержит два элемента:  $A$  и  $B$ , которые соединены параллельно. Второй узел содержит один элемент  $C$ . Время безотказной работы элементов распределены по показательному закону с параметрами, соответственно равными 0,04; 0,05; 0,1. Найти методом Монте-Карло: а) оценку  $P^*$  вероятности безотказной работы устройства за время длительностью 10ч; б) среднее время безотказной работы устройства. Произвести 50 испытаний.
20. В трёхканальную систему массового обслуживания с отказами поступает пуассоновский поток заявок. Время между поступлениями двух последовательных заявок распределено по показательному закону  $f(\tau) = 4e^{-4\tau}$ . Длительность обслуживания каждой заявки равна одной минуте. Найти методом Монте-Карло математическое ожидание  $a$  числа обслуженных заявок за время  $T=5$  минут.
21. В одноканальную систему массового обслуживания с отказами поступает пуассоновский поток заявок. Время между моментами поступления двух последовательных заявок распределено по закону  $f_1(\tau) = 0,8e^{-0,8\tau}$ ; время обслуживания заявок случайное и распределено по закону  $f_2(\tau) = 1,5e^{-1,5\tau}$ . Найти методом Монте-Карло за время  $T=30$  минут: а) среднее число обслуженных заявок ; б) среднее время обслуживания одной заявки; в) вероятность обслуживания; г) вероятность отказа. Произвести 10 испытаний.
22. Случайный процесс  $x(t)$  задан уравнением  $x(t) = t\xi(\omega) + t^2$ , где  $\xi(\omega)$  – случайная величина, равномерно распределённая на интервале  $[0,4]$ . Разыграть случайную величину  $\xi(\omega)$ , смоделировать процесс  $x(t)$ ,

проводя 20 испытаний. Найти осреднённые характеристики процесса по полученным статистическим данным.

23. Случайный процесс  $x(t)$  задан уравнением  $x(t) = \frac{1}{1+t^2} + 5\xi(\omega)$ , где  $\xi(\omega)$  – нормально распределённая случайная величина с характеристиками  $M(\xi) = 2, D(\xi) = 0,1$ . Разыграть случайную величину  $\xi(\omega)$ . Моделируйте случайный процесс  $x(t)$ . По полученной выборке найдите осреднённые характеристики случайного процесса  $x(t)$ .
24. Моделировать случайный процесс, сечение которого для любого момента времени  $t$  принимает данные Нравновероятных траекторий  $S_i(t), i = \overline{1, N}$ .
25. Моделировать случайный процесс, сечение которого для любого момента времени  $t$  является случайной величиной, принимающей значения – функции  $S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)$  соответственно с вероятностями  $p_1, p_2, \dots, p_N$ .

## **6.2. Темы для самостоятельного изучения и виды и содержание самостоятельной работы.**

Разделы и темы для самостоятельного изучения.	Виды и содержание самостоятельной работы.
Первый семестр.	
Модуль 1..Моделирование случайных величин.	
1. Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин.	1. Решение задач. [4] 2. Доклад на тему: «Оптимальный способ показательного моделирования распределения». [1],[2].
2. Моделирование непрерывных случайных величин.	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Независимые равномерно распределенные случайные величины ». [1],[2].
3Моделирование неравномерного распределения методом Неймана.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Метод Неймана моделирования случайных величин»[1],[2].
4. Моделирование неравномерного распределения методом постоянной ординаты.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Моделирование неравномерных распределений».

	[2],[3].
5. Моделирование многомерного невырожденного нормального распределения.	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Моделирование трехмерного нормального распределения». [2],[3].

## Модуль 2.. Моделирование дискретных случайных процессов.

1.Моделирование дискретных случайных процессов с конечным числом состояний.	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Моделирование случайных процессов с конечным числом состояний».
2. Моделирование однородных цепей Маркова.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Однородные цепи Маркова с конечным числом состояний».
3. Приложение метода моделирования цепей Маркова к решению систем уравнений.	1. Решение задач. [4], 2.Доклад на тему: «Приложение цепей Маркова к решению систем уравнений». [1],[2].
4.Эргодичность цепей Маркова. Стационарные распределения.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Эргодичность однородных цепей Маркова». [2],[5].
5 Цепи Маркова и интегральные уравнения..	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Приложение цепей Маркова к решению интегральных уравнений».[1],[2].

## Модуль 3. .Моделирование непрерывных случайных процессов.

1.Моделирование непрерывных случайных процессов	1.Решение задач. [4]. 2.Доклад на тему: «Моделирование процесса прохождения излучения через вещество». [1],[2].
2.Моделирование непрерывных цепей Маркова.	1.Решение задач. [4]. 2 Доклад на тему: «Разыгрывание процессов Маркова с непрерывным множеством состояний». [1],[2].
3 Моделирование нормального случайного процесса с	1.Решение задач. [4]. 2.Доклад на тему: «Каноническое

использованием канонического распределения.	представление нормального процесса и особенности его моделирования». [1],[2].
4. Моделирование случайного поля типа скользящего суммирования.	1 Реферат на тему: «Моделирование случайных полей». [1],[2].

**7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции по ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Процедура освоения
ПК-1	Обладать способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива.	Знает: предусмотренный программой материал по предмету на достаточно хорошем уровне Умеет: использовать пройденный материал для самостоятельного освоения последующих разделов статистического моделирования, вероятностных моделей теории массового обслуживания, статистической физики, других разделов естествознания, повышать свою квалификацию. Владеет: основными методами статистического исследования, моделирования стохастических систем с целью приложения их к решению широкого спектра	Коллоквиум , защита лабораторных работ, зачет.

		прикладных задач естествознания.	
2	ПК-	<p>Обладать способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач.</p> <p>Знает: теоретические вероятностные модели, изученные в курсах теории вероятностей, математической статистике, теории случайных процессов, моделирования случайных величин и процессов .</p> <p>Умеет: анализировать полученные теоретические модели исследуемых прикладных задач, получать различные их частные решения путем вариации основных динамических параметров описываемых систем. Владеет: методами разработки и анализа концептуальных и теоретических стохастических моделей исследуемых реальных физических систем с индетерминированными факторами.</p>	<p>Коллоквиум , защита лабораторных работ, зачет.</p>

## 7.2. Типовые контрольные задания.

### 7.2.1. Примерные контрольные вопросы к коллоквиумам.

#### Модуль 1. Моделирование случайных величин.

- 1.Дискретные случайные величины, примеры.
- 2.Непрерывные случайные величины, примеры.
- 3.Плотность и функция распределения, примеры.
- 4.Случайные векторы, примеры.
- 5.Совместное распределение случайных величин.
- 6.Сущность метода Монте-Карло .Оценки параметров
- 7.Разыгрывание дискретной случайной величины.

- 8.Разыгрывание полной группы событий.
- 9.Стандартный метод моделирования дискретных случайных величин.
- 10.Эффективность стандартного метода моделирования дискретных величин.
- 11.Эффективный метод моделирования биномиального распределения.
- 12.Эффективный метод моделирования распределения Пуассона.
- 13.Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.
- 14.Немонотонные моделирующие формулы.
- 15.Рандомизация моделирования распределений; метод суперпозиции.

## Модуль 2.Моделирование дискретных случайных процессов.

- 1.Случайные функции, процессы .Осредненные характеристики.
- 2.Дискретныеслучайныепроцессы.
- 3.Случайные процессы с дискретным фазовым пространством.
- 4.Преобразование случайных процессов динамическими системами.
- 5.Однордные цепи Маркова.
- 6.Вероятностные характеристики цепей Маркова.
- 7.Эргодичность цепей Маркова.
- 8.Предельные вероятности состояний цепи Маркова.
- 9.Моделирование случайного процесса равновероятных траекторий.
- 10.Моделирование случайного процесса конечного числа траекторий.
- 11.Моделирование блуждания частицы по целочисленным точкам прямой
- 12.Моделирование блуждания частицы по двумерной решетке.
- 13.Моделирование многомерных дискретных процессов.
- 14.Моделирование стационарного временного ряда.
- 15.Моделирование марковскихгауссовских процессов.

## Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.

- 1.Случайные процессы с непрерывным временем.
- 2.Стационарность и эргодичность случайных процессов.
- 3.Спектральное разложение стационарных случайных процессов.
- 4.Спектральная плотность случайного процесса.
- 5.Марковские случайные процессы с дискретными состояниями.
- 6.Гауссовские случайные процессы.
- 7.Моделирование многомерного марковского гауссовского процесса.
- 8.Моделирование одномерного стационарного процесса, заданного спектральной плотностью.
- 9.Метод Франклина моделирования стационарного процесса.
- 10.Моделирование нормального случайного процесса с использованием канонического разложения.
- 11.Моделирование процесса типа скользящего суммирования.
- 12.Случайные поля, примеры.

- 13.Моделирование случайных полей.
- 14.Моделирование случайного поля типа скользящего суммирования.
- .15.моделирование случайного поля на целочисленной решетке.

### **7.2.2. Вопросы для контроля самостоятельной работы.**

- 1.Вероятностное пространство, вероятностная модель.
- 2.Случайные величины и функции распределения.
- 3.Дискретные случайные величины, примеры.
- 4.Непрерывные случайные величины, примеры.
- 5.Моменты случайных величин.
- 6.Закон больших чисел, центральная предельная теорема.
- 7.Независимые равномерно распределенные случайные величины.
- 8.Моделирование дискретных распределений.Стандартный подход.
- 9.Моделирование равномерных распределений.
- 10.Моделирование неравномерных распределений, общий подход.
- 11.Специальные методы моделирования неравномерных распределений.
- 12..Марковские процессы с дискретным временем.
- 13.Цепи Маркова, основные понятия.
- 14.Моделирование цепей Маркова..
- 15.Моделирование многомерных марковских процессов.
- 16.Каноническое представление случайных процессов.
- 17.Моделирование процессов, заданных каноническим разложением.
- 18.Моделирование нормального случайного процесса.

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля -50% и промежуточного контроля-50%..

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий -10 баллов,
- участие на лабораторных занятиях – 10 баллов,
- коллоквиум –50 баллов,
- выполнение лабораторных работ – 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос- 100 баллов.

### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

а) основная литература:

1. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / Г.П. Климов. — Электрон.текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В.

Ломоносова, 2011. — 368 с. — 978-5-211-05846-0. — Режим доступа:  
<http://www.iprbookshop.ru/13115.html> (16.06.2018)

2..Ермаков,Сергей Михайлович. Метод Монте-Карло и смежные вопросы / Ермаков, Михайлович ;С.М.Ермаков.- М.: Наука, 1975. - 471с. - 1-81. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

3.МихайловГеннадийАлексеевич Численное статистическое моделирование: методы Монте-Карло : учеб.пособие / Михайлов, Геннадий Алексеевич, А. В. Войтишек. - Допущено МО РФ. - М. : Академия, 2006. - 367 с. - (Университетский учебник. Прикладная математика и информатика).- ISBN5-7695-2739-0:286-00.

4. Ермаков ,Сергей Михайлович. Статистическое моделирование : Учеб. пособие для студ. по спец.: "Прикладная. математика" / Ермаков, Сергей Михайлович, Михайлов ,Геннадий Алексеевич Изд. 2-е, доп. - М. : Наука, 1982. - 296с. - 0-90.Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

1. Прохоров Ю.В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учебник / Ю.В. Прохоров, Л.С. Пономаренко. — Электрон.текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2012. — 254 с. — 978-5-211-06234-4. — Режим доступа:  
<http://www.iprbookshop.ru/13173.html>(16.06.2018)

2.Гмурман,Владимир ЕфимовичРуководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для прикладного бакалавриата / Гмурман, Владимир Ефимович. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2014. - 388-52.Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

3.Вентцель,Елена Сергеевна.Задачи и упражнения по теории вероятностей : учеб. пособие для студентов втузов / Вентцель, Елена Сергеевна, Л. А. Овчаров. - Изд. 7-е, стер. - М. :Высш. шк., 2006. - 446,[2] с. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-06-005689-9 : 442-20.Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

4.Соболь И.М. Численные методы Монте-Карло.СП(б).: Изд. Лань,2012.

## **9.Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети <<Интернет>>, необходимых для освоения дисциплины**

1. Федеральный портал <http://edu.ru>:

2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>:  
<http://edu.icc.dgu.ru>:

## **10.Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по дисциплине *моделирование случайных величин и процессов* распределена по темам и по часам на лекции и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладам и рефератам , а также из подготовки к лабораторным работам, коллоквиумам и сдаче зачета. При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий к решению прикладных задач. Решение достаточного количества задач по данной теме,аккуратное выполнение лабораторных работ поможет творческому овладению методами моделирования случайных систем, весьма эффективных при решении различных задач теории и практики.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель лабораторных занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению различных прикладных задач, где возникает необходимость разыгрывания случайных систем.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по данной дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины *моделирование случайных величин и процессов*. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.