

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Моделирование случайных величин и процессов

Кафедра прикладной математики

Образовательная программа

01.04.02-Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки

Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования

магистратура

Форма обучения

очная

Статус дисциплины: вариантивная

Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* составлена в 2015 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки
01.04.02 – Прикладная математика и информатика от 12.03.2015 №228.

Разработчик: кафедра прикладной математики к.ф.-м.н. доцент Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018 г.,
протокол № 10 –
Зав. кафедрой Кадиев Р.И. Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и
компьютерных наук от «27» июня 2018г., протокол № 6.
Председатель Бейбалаев В.Д. Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением «28» 06 2018г. Мухомов

Рабочая программа дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* составлена в 2015 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки
01.04.02 – Прикладная математика и информатика от 12.03.2015 №228.

Разработчик: кафедра прикладной математики к.ф.-м.н. доцент Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «_14_» _июня_ 2018 г.,
протокол № _10_

Зав. кафедрой _____ Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и
компьютерных наук от «27» _июня_ 2018г., протокол № _6_.

Председатель _____ Бейбалаев В.Д

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением «____» _____ 2018г. _____

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *моделирование случайных величин и процессов* входит в вариативную часть образовательной программы *магистратуры*

по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *прикладной математики*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с изучением и освоением следующего материала: стандартные и нестандартные методы моделирования основных дискретных случайных величин, стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины, моделирование некоторых специальных распределений, моделирование случайных векторов, моделирование дискретных случайных процессов, моделирование непрерывных случайных процессов, моделирование непрерывных и некоторых конкретных случайных процессов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных - ПК-1, ПК-2

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа*.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости; *защита лабораторных работ, коллоквиум, промежуточный контроль в форме зачета*.

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий.

Семес тр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экза мен	
	Всег о	из них						
		Лекц ии	Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции		
1	108	6	26				76	
Итого	108	6	26				76	

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* являются:

-овладение основными понятиями и сведениями методов моделирования *случайных величин и процессов: моделирование дискретных и непрерывных* случайных величин, некоторых специальных распределений, случайных векторов; моделирование дискретных и непрерывных случайных процессов, оценка их средних значений, моделирование многомерных случайных процессов и некоторых конкретных случайных процессов, полей;

-творческое овладение программным материалом, методами моделирования случайных систем для их дальнейшего использования в имитационном моделировании при решении конкретных прикладных задач, математическим аппаратом обоснования методов моделирования случайных величин и процессов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры,

Дисциплина *моделирование случайных величин и процессов* входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01. *математическое моделирование и вычислительная математика*. Знания по данной дисциплине магистрантам необходимы при решении различных задач прикладной математики, естествознания, в которых исследуются случайные системы, задачи их аппроксимации по статистическим данным. Ряд вопросов *моделирования случайных величин и процессов* является основой при изучении таких курсов, как *статистическая физика, термодинамика, методы статистического моделирования, метод Монте-Карло и его приложения, моделирование систем массового обслуживания*.

Изучение дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* предполагает хорошее знание университетских курсов *теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, методов вычислений, линейной алгебры и анализа*.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код компетенции по ФГОС ВО	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)

ПК-1	Обладать способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива.	Знает: предусмотренный программой материал по предмету на достаточно хорошем уровне Умеет: использовать пройденный материал для самостоятельного освоения последующих разделов статистического моделирования, вероятностных моделей теории массового обслуживания, статистической физики, других разделов естествознания, повышать свою квалификацию. Владеет: основными методами статистического исследования, моделирования стохастических систем с целью приложения их к решению широкого спектра прикладных задач естествознания.
ПК-2	Обладать способностью разрабатывать анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач.	Знает: теоретические вероятностные модели, изученные в курсах теории вероятностей, математической статистике, теории случайных процессов, моделирования случайных величин и процессов . Умеет: анализировать полученные

		теоретические модели исследуемых прикладных задач, получать различные их частные решения путем вариации основных динамических параметров описываемых систем. Владеет: методами разработки и анализа концептуальных и теоретических стохастических моделей исследуемых реальных физических систем с индетерминированными факторами.
--	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1 Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часов.

4.2 Структура дисциплины.

Название разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Лекции	Практ. занятия	Лаборат. работы	Контр.сам. раб.		
Первый семестр .								
Модуль 1Моделирование.случайных величин.								
Всего по модулю								Защита

	1		2		8		26	лабораторных работ, коллоквиум.
1. Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин.			2		4		4	
2. Моделирование непрерывных случайных величин..					4		6	
3. Моделирование неравномерного распределения методом Неймана..							6	
4. Моделирование неравномерного распределения методом постоянной ординаты.							6	
5. Моделирование многомерного невырожденного нормального распределения..							4	
Модуль 2.. Моделирование дискретных случайных процессов.								
Всего по модулю.			2		8		26	Защита лабораторных работ, коллоквиум.
1. Моделирование дискретных случайных процессов			2		4		4	

сконечным числом состояний.								
2. Моделирование однородных цепей Маркова..					4		6	
3. Приложение метода моделирования цепей Маркова к решению систем уравнений.							6	
4.Эргодичность цепей Маркова. Стационарные распределения.							6	
5 Цепи Маркова и интегральные уравнения..							4	
Модуль 3.Моделирование непрерывных случайных процессов.								
Всего по модулю.			2		10		24	Защита лабораторных работ, коллоквиум.
1.Моделирование непрерывных случайных процессов			2		4		6	
2.Моделирование непрерывных цепей Маркова.					6		6	
3 Моделирование нормального случайного процесса с использованием канонического распределения.							6	
4. Моделирование случайного поля типа скользящего суммирования.							6	
Итого	108		6		26		76	

--	--	--	--	--	--	--	--	--

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Лекции

Модуль 1. Моделирование случайных величин..

Тема 1 Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин.

Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.

Специальные методы моделирования основных дискретных распределений.

Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.

Метод суперпозиции моделирования распределений.

Модуль 2. Моделирование дискретных случайных процессов.

Тема 2. Моделирование дискретных случайных процессов с конечным числом состояний.

Случайные процессы с дискретным временем и счетным числом состояний.

Моделирование дискретного случайного процесса с конечным числом равновероятных состояний, значений. Моделирование дискретного случайного процесса с конечным числом состояний с искомым распределений вероятностей.

Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.

Тема 3. Моделирование непрерывных случайных процессов .

Обобщенные плотности распределений. Моделирование одномерных стационарных процессов. Моделирование многомерных случайных процессов. Моделирование многомерного марковского гуссовского процесса.

Лабораторные занятия.

Модуль 1. Моделирование случайных величин..

Тема 1. Моделирование дискретных случайных величин.

Разыгрывание дискретной случайной величины с конечным числом равновероятных значений. Разыгрывание полной группы событий. Разыгрывание дискретных векторов.

Тема 2. Моделирование непрерывных случайных величин.

Разыгрывание равномерного распределения на данном промежутке.

Моделирование нормального и показательного распределений.

Модуль 2. Моделирование дискретных случайных процессов

Тема 3. Моделирование дискретных случайных процессов с конечным числом состояний.

Разыгрывание случайного процесса с конечным числом равновероятных траекторий. Разыгрывание случайного процесса с конечной полной группой траекторий.

Тема 4. Моделирование однородных цепей Маркова.

Матрица переходных вероятностей цепи Маркова. Вектор распределений вероятностей по состояниям. Разыгрывание значений конечной цепи Маркова.

Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.

Тема 5. Моделирование одномерных случайных процессов.

Разыгрывание синусоиды постоянной частоты и нормально распределенной случайной амплитуды. Вычисление осредненных характеристик. Стационарность моделированного процесса.

Тема 6. Моделирование непрерывных цепей Маркова.

Непрерывные цепи Маркова с конечным числом состояний. Разыгрывание цепи Маркова с конечным числом равновероятных состояний.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины *моделирование случайных величин и процессов* лежит лекционно-лабораторная система обучения. Большой крен, упор сделан в сторону лабораторных занятий, что непосредственно связано со спецификой дисциплины. Учеба в магистратуре сама по себе предполагает большую самостоятельность и индивидуальность. Одновременно цели и задачи данной дисциплины, требования к программе курса предполагают самостоятельную работу магистрантов над процессом моделирования случайных систем. Здесь уместно обратить внимание магистрантов на возможности имитационного моделирования. Теоретический материал по дисциплине и полученный опыт моделирования случайных систем используется при изучении других курсов, приложении к решению прикладных задач естествознания. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует

центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно -методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

6.1. Задания для самостоятельной работы

1. Разыграть двадцать возможных значений дискретной случайной величины X , закон распределения которой задан в виде таблицы

X	3	8	12	15
p	0,1	0,12	0,27	0,51

2. Разыграть десять опытов по схеме Бернулли: опыт состоит из четырёх испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A равна 0,5.
3. Заданы вероятности четырёх событий, образующих полную группу : $p_1 = P(A_1) = 0,15$, $p_2 = P(A_2) = 0,64$, $p_3 = P(A_3) = 0,05$, $p_4 = P(A_4) = 0,16$. Разыграть 20 испытаний, в каждом из которых появляется одно из рассматриваемых событий.
4. События A и B зависимы и совместны. Разыграть 10 испытаний, в каждом из которых заданы вероятности:

$$P(A) = 0,5, \quad P(B) = 0,6, \quad P(AB) = 0,2.$$

5. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины X , распределённой равномерно в интервале (a, b) , зная её функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{при } x \in (a, b) \\ 0 & \text{при } x \notin (a, b). \end{cases}$$

6. Разыграть десять всевозможных значений непрерывной случайной величины X , распределённой равномерно в интервале $(4, 14)$.
7. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, распределённой по показательному закону, заданному функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

8. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, заданной плотностью вероятностей $f(x) = b/(1 + ax^2)$ в интервале $(0, 1/(b - a))$; вне этого интервала $f(x) = 0$.
9. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, распределённой по закону Вейбулла, заданного плотностью вероятности $f(x) = \frac{n}{x_0} x^{n-1} e^{-x^n/x_0}$, при $x \geq 0$; $f(x) = 0$, при $x < 0$.
10. Найти явную формулу для разыгрывания непрерывной случайной величины, заданной плотностью вероятности $f(x) = \frac{1}{2} \sin x$ в интервале $(0, \pi)$; вне этого интервала $f(x) = 0$.
11. Найти методом суперпозиции явные формулы для разыгрывания непрерывной случайной величины, заданной функцией распределения $F(x) = 1 - 0,25(e^{-2x} + 3e^{-x})$, $x > 0$; $F(x) = 0$ при $x \leq 0$.
12. Разыграть 50 возможных значений нормальной случайной величины с параметрами $\mu = 0$, $\sigma = 1$ и оценить параметры разыгранной величины.
13. Дискретная двумерная случайная величина (X, Y) задана законом распределения:

Y	X			
	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	0,11	0,06	0,08	0,12
y_2	0,07	0,08	0,05	0,09
y_3	0,15	0,09	0,04	0,06

Разыграть десять пар возможных значений (X, Y) .

14. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной двумерной случайной величины (X, Y) , заданной плотностью вероятностей $f(x, y) = \frac{3}{4} xy^2$ в области, ограниченной прямыми $x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$.
15. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной двумерной случайной величины (X, Y) , если составляющая X задана плотностью вероятности $f_1(x) = x/2$ в интервале $(0, 2)$; составляющая Y равномерно распределена в интервале (x_i, x_{i+3}) с плотностью $f_2(y) = 1/3$, где x_i — разыгранное возможное значение X .
16. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной двумерной случайной величины (X, Y) , если составляющая X задана плотностью вероятности $f_1(x) = 2x/9$ в интервале $(0, 3)$; составляющая Y равномерно

- распределена в интервале (x_{i-2}, x_{i+2}) с плотностью $f_2(y) = 1/4$, где x_i – разыгранное возможное значение X .
17. Найти явные формулы для разыгрывания непрерывной случайной величины (X, Y) , заданной плотностью вероятности $f(x, y) = 6xy$ области ограниченной прямыми $y = 0$, $y = x$, $x = 1$.
 18. Устройство состоит из двух блоков, соединённых последовательно. Первый блок содержит три элемента: A, B, C , а второй – два элемента: D, E . Элементы каждого блока соединены параллельно. а) Найти методом Монте-Карло оценку P^* надёжности системы, зная вероятности безотказной работы элементов: $P(A) = 0,8, P(B) = 0,9, P(C) = 0,85, P(D) = 0,7, P(E) = 0,6$; б) Найти абсолютную погрешность $|P - P^*|$, где P – надёжность системы, вычисленная аналитически. Произвести 20 испытаний.
 19. Устройство состоит из двух узлов, соединённых последовательно. Первый узел содержит два элемента: A и B , которые соединены параллельно. Второй узел содержит один элемент C . Время безотказной работы элементов распределены по показательному закону с параметрами, соответственно равными $0,04; 0,05; 0,1$. Найти методом Монте-Карло: а) оценку P^* вероятности безотказной работы устройства за время длительностью 10 ч; б) среднее время безотказной работы устройства. Произвести 50 испытаний.
 20. В трёхканальную систему массового обслуживания с отказами поступает пуассоновский поток заявок. Время между поступлениями двух последовательных заявок распределено по показательному закону $f(\tau) = 4e^{-4\tau}$. Длительность обслуживания каждой заявки равна одной минуте. Найти методом Монте-Карло математическое ожидание a числа обслуженных заявок за время $T=5$ минут.
 21. В одноканальную систему массового обслуживания с отказами поступает пуассоновский поток заявок. Время между моментами поступления двух последовательных заявок распределено по закону $f_1(\tau) = 0,8e^{-0,8\tau}$; время обслуживания заявок случайное и распределено по закону $f_2(\tau) = 1,5e^{-1,5\tau}$. Найти методом Монте-Карло за время $T=30$ минут: а) среднее число обслуженных заявок; б) среднее время обслуживания одной заявки; в) вероятность обслуживания; г) вероятность отказа. Произвести 10 испытаний.
 22. Случайный процесс $x(t)$ задан уравнением $x(t) = t\xi(\omega) + t^2$, где $\xi(\omega)$ – случайная величина, равномерно распределённая на интервале $[0, 4]$. Разыграть случайную величину $\xi(\omega)$, смоделировать процесс $x(t)$,

проведя 20 испытаний. Найти осреднённые характеристики процесса по полученным статистическим данным.

23. Случайный процесс $x(t)$ задан уравнением $x(t) = \frac{1}{1+t^2} + 5\xi(\omega)$, где $\xi(\omega)$ – нормально распределённая случайная величина с характеристиками $M(\xi) = 2, D(\xi) = 0,1$. Разыграть случайную величину $\xi(\omega)$. Моделируйте случайный процесс $x(t)$. По полученной выборке найдите осреднённые характеристики случайного процесса $x(t)$.
24. Моделировать случайный процесс, сечение которого для любого момента времени t принимает данные N равновероятных траекторий $S_i(t), i = \overline{1, N}$.
25. Моделировать случайный процесс, сечение которого для любого момента времени t является случайной величиной, принимающей значения – функции $S_1(t), S_2(t), \dots, S_N(t)$ соответственно с вероятностями p_1, p_2, \dots, p_N .

6.2. Темы для самостоятельного изучения и виды и содержание самостоятельной работы.

Разделы и темы для самостоятельного изучения.	Виды и содержание самостоятельной работы.
Первый семестр.	
Модуль 1..Моделирование случайных величин.	
1. Моделирование дискретных и непрерывных случайных величин.	1. Решение задач. [4] 2. Доклад на тему: «Оптимальный способ моделирования показательного распределения». [1],[2].
2. Моделирование непрерывных случайных величин.	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Независимые равномерно распределенные случайные величины ». [1],[2].
3 Моделирование неравномерного распределения методом Неймана.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Метод Неймана моделирования случайных величин»[1],[2].
4. Моделирование неравномерного распределения методом постоянной ординаты.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Моделирование неравномерных распределений».

	[2],[3].
5. Моделирование многомерного невырожденного нормального распределения.	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Моделирование трехмерного нормального распределения». [2],[3].
Модуль 2.. Моделирование дискретных случайных процессов.	
1.Моделирование дискретных случайных процессов с конечным числом состояний.	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Моделирование случайных процессов с конечным числом состояний».
2. Моделирование однородных цепей Маркова.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Однородные цепи Маркова с конечным числом состояний».
3. Приложение метода моделирования цепей Маркова к решению систем уравнений.	1. Решение задач. [4], 2.Доклад на тему: «Приложение цепей Маркова к решению систем уравнений». [1],[2].
4.Эргодичность цепей Маркова. Стационарные распределения.	1. Решение задач. [4]. 2. Реферат на тему: «Эргодичность однородных цепей Маркова». [2],[5].
5 Цепи Маркова и интегральные уравнения..	1. Решение задач. [4]. 2. Доклад на тему: «Приложение цепей Маркова к решению интегральных уравнений».[1],[2].
Модуль 3. .Моделирование непрерывных случайных процессов.	
1.Моделирование непрерывных случайных процессов	1.Решение задач. [4]. 2.Доклад на тему: «Моделирование процесса прохождения излучения через вещество». [1],[2].
2.Моделирование непрерывных цепей Маркова.	1.Решение задач. [4]. 2 Доклад на тему: «Разыгрывание процессов Маркова с непрерывным множеством состояний». [1],[2].
3 Моделирование нормального случайного процесса с	1.Решение задач. [4]. 2.Доклад на тему: «Каноническое

использованием канонического распределения.	представление нормального процесса и особенности его моделирования». [1],[2].
4. Моделирование случайного поля типа скользящего суммирования.	1 Реферат на тему: «Моделирование случайных полей». [1],[2].

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции и по ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Процедура освоения
ПК-1	Обладать способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива.	Знает: предусмотренный программой материал по предмету на достаточно хорошем уровне Умеет: использовать пройденный материал для самостоятельного освоения последующих разделов статистического моделирования, вероятностных моделей теории массового обслуживания, статистической физики, других разделов естествознания, повышать свою квалификацию. Владеет: основными методами статистического исследования, моделирования стохастических систем с целью приложения их к решению широкого спектра	Коллоквиум, защита лабораторных работ, зачет.

		прикладных задач естествознания.	
2	ПК- Обладать способностью разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач.	Знает: теоретические вероятностные модели, изученные в курсах теории вероятностей, математической статистике, теории случайных процессов, моделирования случайных величин и процессов . Умеет: анализировать полученные теоретические модели исследуемых прикладных задач, получать различные их частные решения путем вариации основных динамических параметров описываемых систем. Владеет: методами разработки и анализа концептуальных и теоретических стохастических моделей исследуемых реальных физических систем с индетерминированными факторами.	Коллоквиум , защита лабораторных работ, зачет.

7.2. Типовые контрольные задания.

7.2.1. Примерные контрольные вопросы к коллоквиумам.

Модуль 1. Моделирование случайных величин.

1. Дискретные случайные величины, примеры.
2. Непрерывные случайные величины, примеры.
3. Плотность и функция распределения, примеры.
4. Случайные векторы, примеры.
5. Совместное распределение случайных величин.
6. Сущность метода Монте-Карло .Оценки параметров
7. Разыгрывание дискретной случайной величины.

- 8.Разыгрывание полной группы событий.
- 9.Стандартный метод моделирования дискретных случайных величин.
- 10.Эффективность стандартного метода моделирования дискретных величин.
- 11.Эффективный метод моделирования биномиального распределения.
- 12.Эффективный метод моделирования распределения Пуассона.
- 13.Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.
- 14.Немонотонные моделирующие формулы.
- 15.Рандомизация моделирования распределений; метод суперпозиции.

Модуль 2.Моделирование дискретных случайных процессов.

- 1.Случайные функции, процессы .Осредненные характеристики.
- 2.Дискретные случайные процессы.
- 3.Случайные процессы с дискретным фазовым пространством.
- 4.Преобразование случайных процессов динамическими системами.
- 5.Однородные цепи Маркова.
- 6.Вероятностные характеристики цепей Маркова.
- 7.Эргодичность цепей Маркова.
- 8.Предельные вероятности состояний цепи Маркова.
- 9.Моделирование случайного процесса равновероятных траекторий.
- 10.Моделирование случайного процесса конечного числа траекторий.
- 11.Моделирование блуждания частицы по целочисленным точкам прямой
- 12.Моделирование блуждания частицы по двумерной решетке.
- 13.Моделирование многомерных дискретных процессов.
- 14.Моделирование стационарного временного ряда.
- 15.Моделирование марковских гауссовских процессов.

Модуль 3. Моделирование непрерывных случайных процессов.

- 1.Случайные процессы с непрерывным временем.
- 2.Стационарность и эргодичность случайных процессов.
- 3.Спектральное разложение стационарных случайных процессов.
- 4.Спектральная плотность случайного процесса.
- 5.Марковские случайные процессы с дискретными состояниями.
- 6.Гауссовские случайные процессы.
- 7.Моделирование многомерного марковского гауссовского процесса.
- 8.Моделирование одномерного стационарного процесса, заданного спектральной плотностью.
- 9.Метод Франклина моделирования стационарного процесса.
- 10.Моделирование нормального случайного процесса с использованием канонического разложения.
- 11.Моделирование процесса типа скользящего суммирования.
- 12.Случайные поля, примеры.

13. Моделирование случайных полей.
14. Моделирование случайного поля типа скользящего суммирования.
15. моделирование случайного поля на целочисленной решетке.

7.2.2. Вопросы для контроля самостоятельной работы.

1. Вероятностное пространство, вероятностная модель.
2. Случайные величины и функции распределения.
3. Дискретные случайные величины, примеры.
4. Непрерывные случайные величины, примеры.
5. Моменты случайных величин.
6. Закон больших чисел, центральная предельная теорема.
7. Независимые равномерно распределенные случайные величины.
8. Моделирование дискретных распределений. Стандартный подход.
9. Моделирование равномерных распределений.
10. Моделирование неравномерных распределений, общий подход.
11. Специальные методы моделирования неравномерных распределений.
12. Марковские процессы с дискретным временем.
13. Цепи Маркова, основные понятия.
14. Моделирование цепей Маркова.
15. Моделирование многомерных марковских процессов.
16. Каноническое представление случайных процессов.
17. Моделирование процессов, заданных каноническим разложением.
18. Моделирование нормального случайного процесса.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля -50% и промежуточного контроля-50%..

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий -10 баллов,
- участие на лабораторных занятиях – 10 баллов,
- коллоквиум –50 баллов,
- выполнение лабораторных работ – 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос- 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / Г.П. Климов. — Электрон.текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В.

Ломоносова, 2011. — 368 с. — 978-5-211-05846-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13115.html> (16.06.2018)

2. Ермаков, Сергей Михайлович. Метод Монте-Карло и смежные вопросы / Ермаков, Сергей Михайлович ; С.М. Ермаков. - М.: Наука, 1975. - 471 с. - 1-81. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

3. Михайлов Геннадий Алексеевич Численное статистическое моделирование: методы Монте-Карло : учеб. пособие / Михайлов, Геннадий Алексеевич, А. В. Войтишек. - Допущено МО РФ. - М. : Академия, 2006. - 367 с. - (Университетский учебник. Прикладная математика и информатика). - ISBN 5-7695-2739-0:286-00.

4. Ермаков, Сергей Михайлович. Статистическое моделирование : Учеб. пособие для студ. по спец.: "Прикладная математика" / Ермаков, Сергей Михайлович, Михайлов, Геннадий Алексеевич Изд. 2-е, доп. - М. : Наука, 1982. - 296 с. - 0-90. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

1. Прохоров Ю.В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учебник / Ю.В. Прохоров, Л.С. Пономаренко. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2012. — 254 с. — 978-5-211-06234-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13173.html> (16.06.2018)

2. Гмурман, Владимир Ефимович. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие для прикладного бакалавриата / Гмурман, Владимир Ефимович. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2014. - 388-52. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

3. Вентцель, Елена Сергеевна. Задачи и упражнения по теории вероятностей : учеб. пособие для студентов вузов / Вентцель, Елена Сергеевна, Л. А. Овчаров. - Изд. 7-е, стер. - М. : Высш. шк., 2006. - 446, [2] с. - Рекомендовано МО РФ. - ISBN 5-06-005689-9 : 442-20. Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

4. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. СП(б).: Изд. Лань, 2012.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети <<Интернет>>, необходимых для освоения дисциплины

1. Федеральный портал <http://edu.ru>:

2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>:
<http://edu.icc.dgu.ru>:

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине *моделирование случайных величин и процессов* распределена по темам и по часам на лекции и лабораторные занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладам и рефератам, а также из подготовки к лабораторным работам, коллоквиумам и сдаче зачета. При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий к решению прикладных задач. Решение достаточного количества задач по данной теме, аккуратное выполнение лабораторных работ поможет творческому овладению методами моделирования случайных систем, весьма эффективных при решении различных задач теории и практики.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель лабораторных занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению различных прикладных задач, где возникает необходимость разыгрывания случайных систем.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по данной дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины *моделирование случайных величин и процессов*. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.