

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы оптимизации

**Кафедра прикладной математики факультета математики и
компьютерных наук**

Образовательная программа
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки
Математическое моделирование

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: *Базовый*

Махачкала, 2018

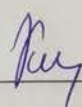
Рабочая программа дисциплины «Методы оптимизации» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата) от «12» марта 2015 г. №228.

Разработчики:

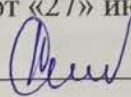
1. кафедра прикладной математики, Загиров Н.Ш., к. ф.-м. н., доцент;
2. кафедра прикладной математики, Гаджиева Т.Ю., к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018 г.,
протокол №10

И. о. зав. кафедрой  Кадиев Р.И.

На заседании методического совета факультета математики и
компьютерных наук от «27» июня 2018 г., протокол №6

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа согласована с учебно-методическим управлением

«28» 06 2018 г. 

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина методы оптимизации входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения классических экстремальных задач, а также знакомством с современными направлениями развития методов оптимизации.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1; профессиональных – ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума и промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины 6 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
5	72	18		18			36	зачет
6	144	30		30			84	экзамен
Итого:	216	48		48			120	

1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения курса «Методы оптимизации» - владение студентами умения разрабатывать методы решения задач в которых требуется определить значения таких параметров, которые доставляют функционалу его минимальное или максимальное значение встречающиеся в естествознании и во многих экономических задачах; закрепление студентами ряд понятий изученных в курсах.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Методы оптимизации» входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Курс «Методы оптимизации» вводится после изучения дисциплин алгебра, информатика, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Разработанные в курсе методы могут применяться при изучении отдельных тем курсов «Методы вычислений», «Теоретическая механика», «Исследование операций», «Физика», «Математические методы в экономике» и др.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	обладать способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	Знает классические методы исследования экстремальных задач; Умеет решать экстремальные задачи вычислительного и теоретического характера, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям;

		Владеет навыками решения практических задач
ПК-2	обладать способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	Знает основы построения оптимизационных задач и алгоритмы их решения; Умеет: использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии; при моделировании социальных задач и производственных процессов; Владеет: навыками решения практических задач

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль сам. раб.		
Модуль 1. Математическое программирование.									
1	Введение. Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными	5	1	2				2	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала

	задачами.								---
2	Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем. Формула Тейлора. Теорема Ферма.	5	2	2	2			2	
3	Задачи без ограничений для функционалов.	5	3	2	2			2	
4	Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.	5	4	2	4			2	---
5	Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.	5	5	2	4			2	
6	Некоторые численные методы решения задачи с ограничениями.	5	6	2				2	Контрольная работа
	Итого			12	12			12	
Модуль 2. Элементы выпуклого анализа									
7	Элементы выпуклого анализа.	5	7	2	2			8	

	Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.								
8	Выпуклые функции и их основные свойства. Выпуклое исчисление.	5	8	2				8	
9	Задачи выпуклого программирован ия. Примеры.	5	9	2	4			8	Контрольная работа
	Итого			6	6			24	
Итого за семестр:				18	18			36	зачет
Модуль 3. Линейное программирование									
10	Задачи линейного программирован ия. Обоснование симплекс метода. Алгоритм симплекс- метода. Задачи.	6	1-3	6	4			6	---
11	Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса	6	4	2	2			4	
12	Двойственные	6	5	2	4			6	Контрольная работа

	задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.								Коллоквиум
	Итого			10	10			16	
Модуль 4. Транспортная задача линейного программирования									
13	Первоначальный план перевозок. Метод северо- западного угла. Метод наименьшей стоимости	6	6-7	4	4			6	
14	Вырожденные планы. Циклы и пополнение плана	6	8	2	2			4	
15	Проверка оптимальности плана. Метод потенциалов. Дельта-метод.	6	9- 10	4	4			6	Контрольная работа Коллоквиум
	Итого			10	10			16	
Модуль 5. Вариационное исчисление									
16	Уравнения Эйлера. Задача Больца. Изопериметриче- ская задача.	6	11- 13	6	6			8	
17	Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.	6	14	2	2			6	

18	Задача с подвижными концами	6	15	2	2			4	
	Итого			10	10			16	
19	<i>Подготовка к экзамену</i>							36	
Итого за семестр:		6		30	30			84	Экзамен
ИТОГО:				48	48			120	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Математическое программирование

Тема 1. Введение.

Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами. Предмет и объект курса МО как задачи математического программирования (МП). Математические модели экономических систем. Примеры их построения. Постановка задачи МП в общем виде. Классификация задач МП.

Тема 2. Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков.

Экстремальные задачи для функционалов. Их классификация. Точки локального и глобального экстремума. Дифференцируемость по Фреше операторов, функционалов, функций многих переменных. Примеры. Производные старших порядков. Формулы Тейлора. Дифференцируемость сложных операторов.

Тема 3. Задачи без ограничений для функционалов.

Задача на безусловный экстремум для функционалов. Задачи математического программирования.

Тема 4. Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.

Метод множителей Лагранжа в задачах на условный экстремум. О достаточных условиях. Прямой метод испытания критических точек. Задача на условный экстремум. Ограничения-равенства. Алгоритм решения задачи без ограничений для функций многих переменных.

Тема 5. Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.

Постановка задачи. Алгоритм решения задач с ограничениями типа неравенств.

Тема 6. Некоторые численные методы решения задачи с ограничениями.

Численные методы решения экстремальных задач.

Модель 2. Элементы выпуклого программирования

Тема 7. Элементы выпуклого анализа.

Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.

Тема 8. Выпуклые функции и их основные свойства.

Выпуклые функции, множества. Их основные свойства. Теоремы отделимости. Неравенства Иенсена. Теоремы двойственности и компактности. Выпуклое исчисление. Субдифференциал. Основные свойства. Субдифференциал суммы и верхней оболочки функции

Тема 9. Задачи выпуклого программирования. Примеры.

Особенности задач выпуклого программирования. Регулярные задачи. Необходимое и достаточное условие экстремума. Теорема Куна-Таккера.

Модуль 3 Линейное программирование.

Тема 10. Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.

Различные формы задачи линейного программирования. Основные задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.

Тема 11-12. Алгоритм симплекс-метода. Задачи.

Достаточное условие оптимальности. Прямой симплекс-метод. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.

Тема 13. Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса

Базис и базисное решение. Критерий разрешимости. Метод искусственного базиса.

Тема 14. Двойственные задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.

Двойственность, признак оптимальности, методы решения задач линейного программирования. Теорема двойственности. Некоторые специальные задачи линейного программирования. Линейное программирование и матричные игры.

Модуль 4. Транспортная задача линейного программирования

Тема 15. Транспортная таблица

Постановка транспортной задачи линейного программирования и ее разновидности (закрытая, открытая). Методы построения опорных планов для решения транспортной задачи ЛП. Условия невырожденности решения транспортной задачи ЛП.

Тема 16. Первоначальный план перевозок

Метод северо-западного угла решения транспортной задачи. Метод наименьшей стоимости. Метод Фогеля.

Тема 17. Проверка оптимальности плана.

Вырожденные планы. Циклы и пополнение плана.

Тема 18. Метод потенциалов.

Построение системы потенциалов. Перераспределение поставок с помощью метода потенциалов. Примеры.

Тема 19. Дельта метод решения транспортной задачи

Составлению оптимального плана перераспределения и перевозки продуктов с помощью дельта-метода. Примеры.

Модуль 5. Вариационное исчисление. Оптимальное управление.

Тема 20. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.

Методы нахождения экстремумов функционалов, определенных на подмножествах множества непрерывных функций. Основная лемма К.В.И. Лемма Дюбуа-Реймона. Простейшая задача К.В.И.

Тема 21. Задача Больца.

Необходимое условие локального экстремума. Условие стационарности. Условие трансверсальности.

Тема 22. Изопериметрическая задача.

Метод множителей Лагранжа в изопериметрической задаче. Необходимое условие экстремума.

Тема 23. Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

О достаточных условиях в вариационном исчислении. Задача Лагранжа.

Тема 24. Задача с подвижными концами.

Особенности задач с подвижными концами. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона. Понятие об условиях второго порядка Лежандра и Якоби.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Математическое программирование

Тема 1. Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков.

Экстремальные задачи для функционалов.. Точки локального и глобального экстремума. Дифференцируемость по Фреше операторов, функционалов, функций многих переменных. Примеры. Производные старших порядков.

Тема 2. Задачи без ограничений для функционалов.

Задача на безусловный экстремум для функционалов. Задачи математического программирования.

Тема 3. Гладкие задачи с ограничениями типа равенств.

Метод множителей Лагранжа в задачах на условный экстремум. Прямой метод испытания критических точек.

Тема 4. Правило множителей Лагранжа.

Задача на условный экстремум. Ограничения-равенства. Алгоритм решения задачи без ограничений для функций многих переменных.

Тема 5-6. Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.

Алгоритм решения задач с ограничениями типа неравенств.

Модель 2. Элементы выпуклого программирования

Тема 7. Элементы выпуклого анализа.

Примеры. Операции над выпуклыми объектами.

Тема 8-9. Задачи выпуклого программирования.

Регулярные задачи. Необходимое и достаточное условие экстремума. Теорема Куна-Таккера.

Модуль 3 Линейное программирование.

Тема 10. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.

Различные формы задачи линейного программирования. Примеры.

Тема 11. Алгоритм симплекс-метода. Задачи.

Прямой симплекс-метод.

Тема 12. Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса

Базис и базисное решение. Критерий разрешимости. Метод искусственного базиса.

Тема 13-14. Двойственные задачи линейного программирования.

Двойственность, признак оптимальности, методы решения задач линейного программирования. Некоторые специальные задачи линейного программирования.

Модуль 4. Транспортная задача линейного программирования

Тема 15-16. Первоначальный план перевозок

Метод северо-западного угла решения транспортной задачи. Метод наименьшей стоимости. Метод Фогеля.

Тема 17. Проверка оптимальности плана.

Вырожденные планы. Циклы и пополнение плана.

Тема 18. Метод потенциалов.

Построение системы потенциалов. Перераспределение поставок с помощью метода потенциалов.

Тема 19. Дельта метод решения транспортной задачи

Составлению оптимального плана перераспределения и перевозки продуктов с помощью дельта-метода.

Модуль 5. Вариационное исчисление. Оптимальное управление.

Тема 20. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.

Простейшая задача К.В.И.

Тема 21. Задача Больца.

Необходимое условие локального экстремума. Условие стационарности. Условие трансверсальности.

Тема 22. Изопериметрическая задача.

Метод множителей Лагранжа в изопериметрической задаче. Необходимое условие экстремума.

Тема 23. Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

Задача Лагранжа.

Тема 24. Задача с подвижными концами.

Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.

5. Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение рекомендованной литературы.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.

	Виды самостоятельной работы	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечения
	Изучение рекомендованной	Устный опрос по разделам дисциплины	См. разделы 6.2, 8, 9 данного

	литературы		документа
	Решение задач	Проверка домашнего задания	См. разделы 6.2, 8, 9 данного документа
	Подготовка к коллоквиуму	Промежуточная аттестация в форме контрольной работы	См. разделы 6.2, 8, 9 данного документа

Текущий контроль: проверка рефератов, решения задач из предложенного преподавателем списка.

Промежуточная аттестация: контрольные работы, коллоквиум.

Текущий контроль успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу практических занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач для решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения домашних заданий.

Промежуточный контроль проводится в форме контрольной работы и коллоквиума, в которых содержатся практические задачи и теоретические вопросы.

Итоговый контроль проводится либо в виде устного зачета, либо в форме экзамена.

6.2. *Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.*

Вопросы для самостоятельного изучения по конкретным разделам (модулям) приведены в п. 7.2 настоящей Программы. Там же приведены

типовые контрольные работы и вопросы к зачету по методам оптимизации.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1	обладать способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	Знать классические методы исследования экстремальных задач; Уметь решать экстремальные задачи вычислительного и теоретического характера, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям; Владеть навыками решения практических задач	Контрольные работы, зачет
ПК-2	обладать способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	Знать основы построения оптимизационных задач и алгоритмы их решения; Уметь: использовать полученные фундаментальные	Контрольные работы, экзамен

		знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии; при моделировании социальных задач и производственных процессов; Владеть: навыками решения практических задач	
--	--	--	--

7.2. Типовые контрольные задания

Контрольная работа № 1

Найти производную функционала, если $X = C[0,1]$:

$$1. f(x) = \left(\int_0^1 x^2(t) \sin \pi t dt \right)^3;$$

$$2. f(x) = \int_0^1 x^3(t) dt;$$

$$3. f(x) = \left(\int_0^1 x^2(t) dt \right)^3;$$

$$4. f(x) = x(0);$$

$$5. f(x) = \sin x(1).$$

Контрольная работа № 2

1. Решить задачу без ограничений

$$2x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - x_1 x_2 + x_1 - 2x_3 \rightarrow \text{extr};$$

2. Решить задачу с ограничениями – равенствами

$$x_1 x_2 x_3 \rightarrow \text{extr}, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1, x_1 + x_2 + x_3 = 1.$$

3. Решить задачу с ограничениями типа неравенств

$$x_1^2 + 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \rightarrow \min,$$

$$8x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 40; -2x_1 + x_2 - x_3 = -3, x_2 \geq 0$$

Контрольная работа № 3

Следующую задачу решить графическим и симплексным методами

$$2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max,$$

$$x_1 - x_2 \leq 4,$$

$$x_1 + x_2 \geq 8,$$

$$x_2 \leq 6.$$

Контрольная работа № 4

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x}^2 - x^2 + 4x \cos t) dt \rightarrow \text{extr}, x(0) = 0, x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$2. \int_0^1 (\dot{x}_1 \dot{x}_2 + x_1 x_2) dt + x_1(0)x_2(1) + x_1(1)x_2(0) \rightarrow \text{extr}.$$

$$3. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin t dt = 1, x(0) = x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$4. \int_0^2 x dt \rightarrow \min; |\ddot{x}| \leq 2, x(0) + x(2) = 0, \dot{x}(0) = 0$$

Вопросы к зачету:

1. Производная по Фреше.

2. Частные производные и производные высших порядков.
3. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем.
4. Формула Тейлора. Теорема Ферма.
5. Дифференцируемость операторов и функционалов.
6. Дифференциал суперпозиции.
7. Конечномерная теорема об обратном отображении.
8. Задачи на экстремум. Определение базовых понятий.
9. Необходимое и достаточное условие экстремума функционалов.
10. Основные два этапа решения задач на экстремум.
11. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
12. Достаточное условие экстремума функции многих переменных.
13. Выпуклые множества. Основные свойства.

Вопросы к экзамену:

1. Выпуклые функции.
2. Первая теорема отделимости.
3. Вторая теорема отделимости.
4. Свойства выпуклых функций.
5. Три особенности задачи выпуклого анализа.
6. Задача на безусловный экстремум для выпуклых функций.
7. Субдифференциал. Основные свойства.
8. Теорема Куна-Таккера.
9. Задачи выпуклого программирования. Примеры.
10. Задача линейного программирования. Основные свойства.
11. Симплекс. Метод решения задач линейного программирования.
12. Двойственность в линейном программировании.
13. Графический метод решения экстремальных задач.
14. Задача Больца, Бернулли. Изопериметрическая задача.

15. Пример полного исследования вариационной задачи на экстремум.
16. Лемма Дюбуа-Раймоне.
17. Задача о наименьшей поверхности вращения.
18. Задача о брахистохроне и ее решение.
19. Многомерный случай вариационных задач.
20. Некоторые случаи решения уравнения Эйлера.
21. Задача Лагранжа. Постановка задачи, формулировка теоремы.
22. Задача Дидоны.
23. Задача со старшими производными.
24. Постановка задачи оптимального управления. Связь с задачей Лагранжа.
25. Формулировка теоремы Понтрягина. Пример ее применения.
26. Простейшая задача о быстродействии.

Задания для самостоятельной работы студентов

В примерах задаем только выражения для функции f и не ставим знак « $\rightarrow \text{extr}$ ».

1. а) x^2 , б) x^3 , в) $-x^4$.
2. В эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вписать прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат, площадь которого наибольшая. $(a\sqrt{2}, b\sqrt{2})$.
3. В шар радиуса R вписать цилиндр наибольшего объема. $(\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}R^3)$.
4. В шар радиуса R вписать цилиндр с наибольшей площадью полной поверхности. $(\pi R^2 + \pi R^2 \sqrt{5})$.
5. Около данного шара радиуса R описать конус наименьшего объема. $(\frac{8\pi}{3}R^3)$.
6. Найти наибольший объем конуса с данной образующей l . $(\frac{2\pi}{9\sqrt{3}}l^2)$.
7. Найти кратчайшее расстояние точки $M(p, p)$ от параболы $y^2 = 2px$. $(p(\sqrt[3]{2}-1)\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}})$.
8. $x_1^2 + (x_2 - 1)^2$.

$$9. x_1^2 - (x_2 - 1)^2.$$

$$10. x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2 - 2x_1 + x_2.$$

$$11. x_1^2 \cdot x_2^2 (6 - x_1 - x_2).$$

$$12. x_1^3 + x_2^3 - 3x_1 x_2.$$

$$13. x_1^4 + x_2^4 - x_1^2 - 2x_1 x_2 - x_2^2.$$

$$14. x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1 + 4x_2 - 6x_3.$$

$$15. x_1 + \frac{x_2^2}{4x_1} + \frac{x_3^2}{x_2} + \frac{2}{x_3} \quad (x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0).$$

$$16. x_1 \cdot x_2^2 \cdot x_3^3 (a - x_1 - 2x_2 - 3x_3) \quad (a > 0).$$

$$17. x_1 \cdot x_2^2 \cdot \dots \cdot x_n^n \cdot (1 - x_1 - 2x_2 - \dots - nx_n) \quad (x_1 > 0, \dots, x_n > 0).$$

$$18. x_1 + \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_3}{x_2} + \dots + \frac{x_n}{x_{n-1}} + \frac{2}{x_n} \quad (x_1 > 0, \dots, x_n > 0).$$

$$19. x_1 x_2 + \frac{50}{x_1} + \frac{50}{x_2}.$$

$$20. 5x_1^2 + 4x_1 x_2 + x_2^2 - 16x_1 - 12x_2.$$

$$21. 3x_1 x_2 - x_1^2 x_2 - x_1 x_2^2.$$

22. Исследовать на экстремум квадратичную формулу от двух переменных

$$u(x) = a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1 x_2 + a_{22}x_2^2.$$

23. Исследовать на экстремум квадратичную формулу от двух переменных

$$v(x) = a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1 x_2 + a_{22}x_2^2 + b_1 x_1 + b_2 x_2.$$

$$24. 2x_1^2 + 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} 8x_1 - 3x_2 + 3x_3 \leq 40, \\ x_2 \geq 0, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 \leq -3; \end{cases}$$

$$25. 3x_1^2 - 11x_1 - 3x_2 - x_3 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} x_1 - 7x_2 + 3x_3 + 7 \leq 0, \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2, \\ x_3 \geq 0; \end{cases}$$

$$26. x_1 - 2x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0; \end{cases}$$

Решить следующие задачи линейного программирования:

27. $-2x_1 + 6x_2 - 5x_5 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 20, \\ -x_1 - 2x_2 + x_4 + 3x_5 = 24, \\ 3x_1 - x_2 - 12x_5 + x_6 = 18, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

28. $2x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 + 2x_2 \leq 7, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

29. $2x_1 - 3x_2 + 6x_3 + x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 24, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 22, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 10, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

Найти решение следующих задач вариационного исчисления:

30. $\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^1 tx dt = 0, x(0) = 1;$

31. $\int_0^T \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^T x dt = 0, x(0) = 3;$

32. $\int_0^T \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^T x dt = \frac{1}{3}, x(T) = 1;$

33. $\int_0^\pi \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^\pi x \sin t dt = 1, x(0) = 0;$

знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Мицель А.А. Методы оптимизации [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Мицель, А.А. Шелестов, В.В. Романенко. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2017. — 198 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/72127.html>. (дата обращения 13.06.18)

2. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач. М.: Изд-во МГУ, 1989. 204 с.

3. Загиров Н.Ш., Гаджиева Т.Ю. Методы оптимизации (методические указания по решению задач). Махачкала, Изд. ДГУ, 2014. 88 с.

б) дополнительная литература

1. Ренин С.В. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: сборник задач и упражнений / С.В. Ренин, Н.Д. Ганелина. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2011. — 54 с. — 978-5-7782-1688-4. — Режим доступа:

<http://www.iprbookshop.ru/45389.html>. (дата обращения 13.06.18)

2. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. М.: Наука, 1984. 288 с.

3. Загиров Н.Ш., Ризаев М.К., Вариационное исчисление и методы оптимизации. Изд-во ДГУ, Махачкала, 2010.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Глебов Н.И., Кочетов Ю.А., Плясунов А.В. «Методы оптимизации». Учебное пособие. Новосибирск: НГУ, 2000. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>.
6. Ларин Р.М., Плясунов А.В., Пяткин А.В. Методы оптимизации. Примеры и задачи. Учебное пособие. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2009. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Дисциплина «Методы оптимизации» содержит внутри 6 модулей. Первые 2 модуля изучаются в пятом семестре. Эти модули имеют определенную логическую завершенность по отношению к установленным целям и результатам обучения. Именно при изучении этих модулей должны развиваться компетенции ОПК-1. Модули 3-6 изучаются в шестом семестре. Эти модули также имеют определенную направленность по отношению к установленным целям и результатам обучения. Именно при изучении этого модуля должна закладываться база для развития и овладения профессиональными компетенциями ПК-2.

При изучении дисциплины рекомендуется рейтинговая технология обучения, которая позволяет реализовать комплексную систему оценивания учебных достижений студентов. Текущие оценки усредняются на протяжении семестра при изучении модулей. Комплексность означает учет всех форм учебной и творческой работы студента в течение семестра.

Рейтинг направлен на повышение ритмичности и эффективности самостоятельной работы студентов. Он основывается на широком использовании тестов и заинтересованности каждого студента в получении более высокой оценки знаний по дисциплине.

Принципы рейтинга: непрерывный контроль (в идеале на каждом из аудиторных занятий) и получение более высокой оценки за работу, выполненную в срок. При проведении практических занятий необходимо предусматривать широкое использование активных и интерактивных форм (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр).

Рейтинг включает в себя два вида контроля: текущий, промежуточный и итоговый по дисциплине.

Текущий контроль (ТК) - основная часть рейтинговой системы, основанная на беглом опросе раз в неделю или в две недели. Формы: тестовые оценки в ходе практических занятий, оценки за выполнение индивидуальных заданий и лабораторных работ. Важнейшей формой ТК, позволяющей опросить всех студентов на одном занятии являются короткие тесты из 2-3 тестовых заданий.

Основная цель ТК: своевременная оценка успеваемости студентов, побуждающая их работать равномерно, исключая малые загрузки или перегрузки в течение семестра.

Лекционные занятия желательно проводить в режиме презентаций с демонстрацией применения основных методов анализа и синтеза. Это существенно улучшает динамику лекций.

Целесообразно обеспечивать студентов на 1-2 лекции вперед раздаточным материалом в электронном виде (сложные схемы, графики, аналитические исследования и опорный конспект). Основное время лекции лучше тратить на подробные аналитические комментарии и особенности применения рассматриваемого материала в профессиональной деятельности студента.

Практические занятия следует проводить, используя профессиональные программы.

Лабораторный практикум проводится фронтальным методом в классах, оборудованных лабораторными стендами для исследования электрических цепей. Так как используется компьютерное моделирование, то следует проводить занятия в компьютерном классе либо самостоятельно на домашнем компьютере. При этом и коллоквиум, и защита результатов исследований проводятся по традиционной методике в классе.

Промежуточный контроль (ПК) - это проверка знаний студентов по разделу программы. Формы: тест из 7–10 заданий. Тестирование проводится в компьютерных классах в часы самостоятельной работы студентов по заранее составленному расписанию.

Цель ПК: побудить студентов отчитаться за усвоение раздела дисциплины накопительным образом, т.е. сначала за первый, затем за второй, затем за третий разделы каждого семестра.

Итоговый контроль по дисциплине (ИКД) - это проверка уровня учебных достижений студентов по всей дисциплине за семестр. Формы контроля: экзамен в 4 и 5-ом семестрах. Цель итогового контроля: проверка базовых знаний по дисциплине, полученных при изучении всех модулей семестра.

ИКД в 5 семестре является выходным контролем по дисциплине, после которого можно рассчитывать на то, что процесс обучения по дисциплине

завершен и в дальнейшем студент может сам при необходимости совершенствовать свои знания.

Распределение объемов различного вида контролей можно проиллюстрировать следующими цифрами на примере семестра: текущий контроль – 15 условных баллов; промежуточный контроль - 35 условных баллов; итоговый контроль - 50 условных баллов. Вся дисциплина оценивается в 100 условных баллов, если вся дисциплина оценивается цифрой, отличной от 100 баллов, то под условным баллом следует понимать процент от максимального числа баллов.

При этом действует следующая система перевода рейтинговых (условных) баллов в обычную шкалу оценок: “Отлично” (5) - 86–100 условных баллов; “Хорошо” (4) - 66–85 условных баллов; “Удовлетворительно” (3) - 51–65 условных баллов; “Неудовлетворительно” (2) - < 51 условных баллов.

Приведенные цифры говорят о том, что на любой стадии обучение студента можно считать удовлетворительным, если он набирает не менее 51 условных баллов. Так, например, набрав в ходе ТК и ПК 51 баллов, студент гарантирует себе оценку “удовлетворительно”.

Примеры оценочных средств (тестовых заданий) для текущего промежуточного и выходного контроля успеваемости по дисциплине:

Первый уровень сложности тестовых заданий (ТЗ) соответствует удовлетворительному владению предметом. Он представляет минимум базовых знаний, необходимых для дальнейшего обучения в университете и включает в себя знания - копии ключевых понятий и формул. Проверке этого уровня посвящены простейшие тестовые задания с нормой трудности в 1 балл.

Второй уровень ТЗ соответствует хорошим знаниям и предполагает глубокое понимание понятий и формул, умения их преобразовывать и интерпретировать.

Проверке второго уровня посвящены тестовые задания повышенной трудности, с нормой трудности в 2 балла.

Третий уровень ТЗ соответствует отличным знаниям и предполагает навыки по использованию ключевых понятий и формул в стандартных, а иногда и в не стандартных ситуациях. Проверке третьего уровня посвящены наиболее трудные задания, с нормой трудности в 3 балла.

Задания каждого уровня снабжены соответствующими обозначениями. Это позволяет адаптивно строить усвоение программы дисциплины, когда каждый студент по мере усвоения курса на более низком уровне будет пробовать себя на более высоком уровне.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных, семинарских и лабораторных занятий, компьютерные классы факультета и ИВЦ ДГУ. В университете имеется пакет необходимого лицензионного программного обеспечения.

При кафедре прикладной математики имеется студенческая научно-исследовательская лаборатория «Математическое моделирование».