

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа по дисциплине:

«Качественная теория дифференциальных уравнений»

Направление :

01.03.01 Математика

Профиль подготовки

Квалификация (степень) выпускника
Академический бакалавр

Форма обучения
очная

Махачкала 2018

Рабочая программа дисциплины «**Качественная теория дифференциальных уравнений**» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению **01.03.01 Математика**

Приказ Минобрнауки от «7» августа 2018г. № 937.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Джабраилова Лейла Мусаевна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018г., протокол № 10

Зав. кафедрой _____  Сиражудинов М.М.
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018г., протокол № 6.

Председатель _____  Бейбалаев В.Д.
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением

«29» июня 2018г. _____  Гасангаджиева А.Г.

Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина "Качественная теория дифференциальных уравнений"

входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) **01.03.01 Математика**

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – ОПК-1, ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольная работа, коллоквиум и тестирование и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в 144 академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирова нный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практическ ие занятия	КСР	консул ьтации			
1	144	10	-	10	-		124	экзамен

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины является формирование у будущих специалистов современных теоретических знаний в области классических и неклассических методов исследования решений дифференциальных уравнений и их систем, для чего необходимо знакомство студентов с методами и приемами качественного исследования решений систем дифференциальных уравнений.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина «Качественная теория дифференциальных уравнений» входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата, по направлению (специальности) **01.03.01 – Математика**

Качественная теория дифференциальных уравнений это раздел классической теории дифференциальных уравнений, основным методом которой является изучение качественных свойств поведения дифференциальных уравнений без непосредственного построения самих решений. Настоящий курс посвящен вопросам исследования на устойчивость решений систем дифференциальных уравнений, изучения качественного поведения траекторий автономных систем в окрестности ее точек покоя.

Изучение данной дисциплины базируется на знаниях студентами общего курса дифференциальных уравнений и математического анализа. Знание методов качественной теории дифференциальных уравнений дает специалисту набор инструментов профессионального исследования прикладных модельных задач возникающих в различных

областях естествознания. Методы исследований с помощью дифференциальных уравнений находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплины вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
1	<p>Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры и аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p>	<p>Знает: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений, методы решения уравнений и их систем. Знает теоремы об устойчивости систем, приемы и методы качественного анализа поведения траекторий автономных систем. Умеет: применять полученные знания для исследования решения дифференциальных уравнений и их систем, составлять и исследовать прикладные модели задач естествознания и их качественное исследование том числе с применением численных методов. Владеет: навыками и методами исследования и решения дифференциальных уравнений и их систем, исследования устойчивости решений. Методами качественного анализа полученных решений с применением информационных технологий. Навыками и методами исследования нелинейных динамических систем.</p>
2	<p>Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Знает: основные теоремы теории дифференциальных уравнений и теории устойчивости, знает алгоритмы построения решений систем дифуравнений, решения задачи Коши и краевых задач. Умеет: составлять математические модели задач естествознания, строить их решения и исследовать их на устойчивость. Владеет: методами исследования на устойчивость решений систем дифференциальных уравнений, изучения качественного поведения траекторий автономных систем в окрестности ее точек покоя</p>

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 академических часов.

4.2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц 144 часов.

№	Раздел дисциплины	Сем.	Всего	Виды учебной работы, включая сам.раб. студ-в и трудоемк. (в час.)			Экзамен	Формы текущ.контр. успева-ти. Форма промежут. аттестации
				лек.	пр. зан.	сам. раб.		
1	Модуль I. Автономные системы	1						
2	Раздел 1. Автономные уравнения. Интегральные кривые, фазовый портрет. Автономные системы на плоскости.	1	34	2	2	30		контр.р.
3	Модуль II. Линейные и нелинейные системы.	1						
4	Раздел 2. Простые и непростые канонические системы. Фазовые портреты для канонических систем на плоскости. Оператор эволюции. Линеаризация в окрестности неподвижной точки.	1	38	4	4	30		контр.р.
5	Модуль III. Теория устойчивости.	1						контр.р коллокви.
6	Раздел 3. Нелинейные системы на плоскости. Непростые неподвижные точки. Их устойчивость.	1	34	2	2	30		сам.р.
7	Раздел 4. Устойчивость по Ляпунову. Метод функций Ляпунова. Критерий Раусса Гурвица	10	29	2	2	25		коллокви.
9	Модуль 4. Итоговый контроль		9				9	экзамен
10	Подготовка к экзамену	1						экзамен
	ИТОГО		144	10	10	115	9	

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
1.	Модуль I. Автономные системы Раздел 1.	<i>Тема 1.</i> Введение: решение	КР 1

	Автономные уравнения. Интегральные кривые, фазовый портрет. Автономные системы на плоскости.	обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность. Автономные уравнения. Фазовые портреты и динамика. <i>Тема 2.</i> Автономные системы на плоскости. Фазовые потоки и эволюция. Линейная замена переменных. Классы подобия для действительных матриц.	
2.	Модуль II. <i>Линейные и нелинейные системы.</i> <i>Раздел 2. Простые и непростые канонические системы</i>	<i>Тема 1.</i> Фазовые портреты для канонических систем на плоскости. Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости. Оператор эволюции. Аффинные системы. <i>Тема 2.</i> Нелинейные системы на плоскости. Локальное и глобальное поведение. Линеаризация в окрестности неподвижной точки. Теорема о линеаризации.	КР 2
3.	Модуль III. <i>Теория устойчивости.</i> <i>Раздел 3. Нелинейные системы на плоскости.</i> <i>Раздел 4. Устойчивость по Ляпунову. Метод функций Ляпунова. Критерий Раусса Гурвица</i>	<i>Тема 1.</i> Непростые неподвижные точки. Их устойчивость. Обыкновенные точки и глобальное поведение. Первые интегралы. Предельные циклы. Теория Пуанкаре. Механический осциллятор. Уравнение Вольтерра-Лотка и его модификации. <i>Тема 2.</i> Теория устойчивости. Устойчивость по Ляпунову. Основные понятия и определения. Метод функций Ляпунова. Критерий Раусса Гурвица и геометрический критерий устойчивости. <i>Тема 3.</i> Приложения качественной теории к исследованию дифференциальных моделей и конкретных динамических систем. Некоторые дифференциальные модели в биологии и химической кинетике и физике. Примеры полного качественного исследования динамических систем	КР 3
4.	Модуль 4.		экзамен

4.4. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	конт роль ные	экзамен	СРС	Все-го час.

1.	Раздел 1. Автономные уравнения. Интегральные кривые, фазовый портрет. Автономные системы на плоскости.	2	2	2		30	36
2.	<i>Раздел 2. Простые и непростые канонические системы</i>	4	4	2		30	40
3	Раздел 3. Нелинейные системы на плоскости. Непростые неподвижные точки. Их устойчивость.	2	2	2		30	36
4.	Раздел 4. Устойчивость по Ляпунову. Метод функций Ляпунова. Критерий Раусса Гурвица	2	2	3		25	32
5.	Итого	10	10	9		115	144

4.4. Темы практических и семинарских занятий.

Практические занятия

№ П/П	№ РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ	ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ (СЕМИНАРОВ)	ТРУДОЕМКОСТЬ (ЧАС.)
1.	1	<i>Занятие 1.</i> Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Существование и единственность решения. Особые решения. <i>Занятие 2.</i> Системы дифференциальных уравнений. Методы их решения. Автономные системы. Построение фазового портрета.	2
2.	2	<i>Занятие 3.</i> Линейные и нелинейные системы. Линейная замена переменных. <i>Занятие 4.</i> Простые и непростые канонические системы. Оператор эволюции	2
3.	3	<i>Занятие 5.</i> Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений.. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость.	2
4.	4	<i>Занятие 6.</i> Приложения качественной теории к исследованию дифференциальных моделей и конкретных динамических систем. Основы качественной теории дифференциальных уравнений. <i>Занятие 7.</i> Асимптотическое поведение решений	2

		автономных систем дифференциальных уравнений. Фазовый портрет динамической системы	
5.	5	<p><i>Занятие 8.</i> Приложения качественной теории к задачам физики. Приложения качественной теории к задачам статики и динамики</p> <p>Приложения качественной теории к задачам гидродинамики.</p> <p><i>Занятие 9.</i> Приложения качественной теории к задачам аэродинамики.</p> <p><i>Занятие 10.</i> Приложения качественной теории к задачам биологии и медицины.</p>	2

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов. По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы экспертов и специалистов.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Лабораторные занятия.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. А.Р. Эфендиев, Дифференциальные уравнения (пособие), ДГУ, 2012 г.
2. А.Р. Эфендиев, Практикум по дифференциальным уравнениям (пособие), ДГУ, 2012 г.
3. Киясов, С.Н.Шурыгин В.В. Дифференциальные уравнения. Основы теории. Учебное пособие./-Казань, КФУ, 2011г.
4. Мухарлямов Р.К. Панкратьева Т.Н. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений./Метод пособие. Казань, КФУ.-2013г

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Раздел 1. Автономные уравнения . Интегральные кривые и фазовый портрет.	Доклады на тему: 1.Основные типы уравнений первого порядка. Методы решений.
Тема 1. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность. Автономные уравнения. Фазовые портреты и динамика.	Доклады на тему: 1. .Задача Коши для уравнений 1 порядка и систем дифуравнений. 2.Фазовый портрет и динамика.
Тема 2. Автономные системы на плоскости	Доклады на тему: 1.Фазовые потоки и эволюция.
Раздел 2.Простые и непростые канонические системы	Доклады на тему: 1.Фазовые портреты для канонических систем на плоскости
Тема 1.Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости	Доклады на тему: 1.Фазовый портрет простой линейной системы. 2.Фазовый портрет динамической системы.
Тема 2. Нелинейные системы на плоскости. Локальное и глобальное поведение.	Доклады на тему: 1.Оператор эволюции. Аффинные системы.
Раздел 3.Нелинейные системы на плоскости.	Доклады на тему: 1.Теория Пуанкаре.Механический осциллятор. 2.Уравнение Вольтерра-Лотка и его модификации.
Тема 1.Непростые неподвижные точки. Устойчивость.	Доклады на тему: 1. Некоторые дифференциальные модели в биологии и химической кинетике и физике. Примеры полного качественного исследования

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программ

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.	<p>Знает: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений, разностных уравнений и их систем. Знает постановки и методику решения классических задач математики.</p> <p>Умеет: применять полученные знания для решения дифференциальных уравнений и их систем, в том числе, с применением численных методов. Решать все основные типы дифференциальных уравнений и разностных уравнений различных порядков.</p> <p>Владеет: навыками и методами исследования и решения дифференциальных уравнений и их систем, решения задачи Коши, исследования устойчивости решений. Методами качественного анализа полученных решений с применением информационных технологий.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен
ПК-3	Способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	<p>Знает: фундаментальные понятия и концепции развития современных разделов дифференциальных уравнений, а также взаимосвязи предметов математического направления и общие формы и закономерности математических моделей прикладных задач современного</p>	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

		<p>естествознания .</p> <p>Умеет: применять полученные знания как современный математический аппарат для решения задач в различных областях экономики и других наук, таких как физика ,биология, медицина и т д.</p> <p>Владеет :методами исследования прикладных задач современного естествознания с помощью дифференциальных уравнений с применением современных информационных технологий</p>	
--	--	--	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.2. Типовые контрольные задания

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.
2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.
4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.
6. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.
7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.
8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.
9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.
10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.
11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.
12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.
13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.

14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.
18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.
19. Решить уравнение $y''' + y' = x$.
20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$.
21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{2x + y}$.
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.
24. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = \ln(e + ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg} y$.
25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.
26. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$.
27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.
28. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.
29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x, y_2 = (x + 1)^2$.
30. Решить уравнение $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.
31. Решить уравнение $y''' - 2y'' - 3y' = x + e^{-x}$.
32. Найти решение уравнения $2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, удовлетворяющее условию $z = 2x$ при $y = 1$.
33. Найти y_0, y_1, y_2 , если $y' = x^2 - y^2, y(0) = 0$.

34. Решить систему $x' = -x + y + z, y' = x - y + z, z' = x + y - z$.
35. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' - (y')^2$.
36. Решить задачу Коши $x' = 4x - 5y, y' = x, x(0) = 1, y(0) = 0$
37. Построить диф. уравнение семейства кривых $x^2 + c(x - 3y) + c^2 = 0$.
38. Решить задачу Коши $x' = x + 2y, y' = 4y + 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
39. Найти линии, ортогональные линиям семейства окружностей $x^2 + y^2 = 2cx$.
40. Решить систему $x' = x - y, y' = y - x$.
41. Определить тип особой точки системы $x' = 2x - y, y' = x - 3y$.
42. Решить задачу Коши $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, z(0, y) = \frac{1}{y^2}$.
43. Решить задачу Коши $y'' - 4y' - 5y = x, y(0) = 1, y'(0) = 0$.
44. Установить тип особой точки системы $x' = 2x - 3y, y' = 4x + y$.
45. Решить задачу Коши $y'' + 4y = \cos x, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
46. Решить систему $x' = x - y - z, y' = x + y, z' = 3x + z, \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = 1 \pm i$.
47. Найти расстояние между нулями решений уравнения $y'' + 6xy = 0$ на $[6;15]$.
48. Решить систему $x' = y - 5 \cos t, y' = 2x + y$.
49. Оценить количество нулей любого решения уравнения $y' + 5xy = 0$ на $[5;125]$.
50. Являются ли $\varphi_1 = t^2 + 2xy, \varphi_2 = y^2 - t^2 x^2$ первыми интегралами системы уравнений
- $$x' = -y, y' = \frac{y^2 - t}{x}.$$
51. Найти решение уравнения $y'' + 2xy = 0$ в виде степенного ряда.
52. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы
53. $x' = -x + \alpha y + \beta z, y' = -\alpha x - y + \alpha z, z' = -\beta x - \alpha y - z$.
54. Решить уравнение $y''' - y'' = x + 2$.
55. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = 2x + by$.
56. Решить уравнение $y''' + y' = \cos x$.
57. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы
- $$x' = -x + 2xy^2, y' = -y - 2x^2 y.$$

Материалы к зачету и экзамену : Тест №1.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' - 4y' + 13y = 0$

1) верный ответ не указан

*2) $y = e^{2x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x)$

3) $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x}$

4) $y = c_1 e^x + c_2 x e^x$

2. Указать вид частного решения дифференциального уравнения: $y'' + 3y' - 18y = 4 \cdot e^{2x}$

*1) $y_{ч.н} = A \cdot e^{2x}$

2) $y_{ч.н} = A \cdot x \cdot e^{2x}$

3) $y_{ч.н} = A \cdot x^2 \cdot e^{2x}$

4) верный ответ не указан

3. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' + 3y' - 18y = 4 \cdot e^{2x}$

1) $y_{о.н} = c_1 e^{-6x} + c_2 e^{3x} + 2e^{2x}$

2) $y_{о.н} = c_1 e^{-x} + c_2 e^{6x} + \frac{1}{2} e^{2x} \cdot x$

3) $y_{о.н} = c_1 e^{-6x} + c_2 e^{3x} + \frac{1}{2} e^{2x} \cdot x^2$

*4) $y_{о.н} = c_1 e^{-6x} + c_2 e^{3x} - \frac{1}{2} e^{2x}$

4. Указать вид частного решения дифференциального уравнения:

$$y'' + 3y' - 18y = 2 \cos 3x + 3 \sin 3x$$

1) $y = (A \cos 3x + B \sin 3x) \cdot e^x$

2) верный ответ не указан

*3) $y = A \cos 3x + B \sin 3x$

4) $y = x \cdot e^x (A \cos 3x + B \sin 3x)$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения:

1) $y = c_1 e^{6x} + c_2 e^{3x} + \frac{1}{2} \cos 3x - \frac{1}{2} \sin 3x$

2) верный ответ не указан

3) $y = c_1 e^{-6x} + c_2 e^{3x} - \frac{1}{2} \cos 3x + \frac{1}{2} \sin 3x$

*4) $y = c_1 e^{-6x} + c_2 e^{3x} + \frac{1}{10} \cos 3x - \frac{7}{90} \sin 3x$

6. Указать вид частного решения дифференциального уравнения:

$$y'' + 3y' = x + 1$$

1) $y = e^{3x}(Ax + B)$

2) $y = e^{3x} \cdot x(Ax + B)$

3) верный ответ не указан

***4)** $y = Ax^2 + Bx$

7. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' + 3y' = x + 1$

1) $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-3x} + 6x^2 + x$

***2)** $y = c_1 + c_2 e^{-3x} + \frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{9}x$

3) $y = c_1 + c_2 \cdot x \cdot e^{-3x} - \frac{1}{6}x + \frac{1}{6}$

4) $y = c_1 e^{-3x} + xc_2 e^{-3x} - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$

8. Указать вид частного решения дифференциального уравнения: $y'' + 4y' = \cos 2x$

1) верный ответ не указан

2) $y = (A \cos 2x + B \sin 2x)$

3) $y = x \cdot A \cdot \cos 2x$

***4)** $y = A \cos 2x + B \sin 2x$

9. Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' + 4y' = \cos 2x$, если

$$y(0) = 1; y'(0) = 2$$

***1)** $y = \frac{5}{4} - \frac{1}{5}e^{-4x} - \frac{1}{20}\cos 2x + \frac{1}{10}\sin 2x$

2) верный ответ не указан

3) $y = -\frac{1}{5} - \frac{5}{4}e^{-4x} - \frac{1}{20}\cos 2x - \frac{1}{10}\sin 2x$

4) $y = \frac{1}{5} - \frac{5}{4}e^{-4x} + \frac{1}{20}\cos 2x + \frac{1}{10}\sin 2x$

10. Указать вид частного решения дифференциального уравнения: $y'' + 4y' = \cos 2x$

1) $y_{ч.р} = A \sin 2x + B \cos 2x$

$$2) y_{ч.н} = e^{2x}(A \sin 2x + B \cos 2x)$$

$$*3) y_{ч.н} = x \cdot (A \sin 2x + B \cos 2x)$$

4) верный ответ не указан

11. Найти общее решение дифференциального уравнения: $y''+4y' = \cos 2x$

1) верный ответ не указан

$$*2) y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x - \frac{x}{4} \cos 2x$$

$$3) y = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x} - \cos 2x + \sin 2x$$

$$4) y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{2x} - \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{5}{4} \sin 2x$$

Контрольная работа № 1

1. Решить уравнения

а) $y'''(x-1) - y'' = 0$;

б) $yy'' - y'^2 = yy' / \sqrt{1+x^2}$;

2. Решить задачу Коши

$$y''+4y'-12y = 8 \sin 2x + e^x, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

3. Найти общее решение линейного однородного уравнения. Частное решение искать в виде многочлена или показательной функции.

$$(2x+1)y''+4xy'-4y = 0.$$

Контрольная работа № 2

1. Найти решение системы, удовлетворяющее начальным условиям

$$\dot{x} = 5x + 5y,$$

$$\dot{y} = -4x + y,$$

$$x(0) = 0, y(0) = 0.$$

2. Решить систему матричным методом

$$\dot{x} = 6x - 12y - z,$$

$$\dot{y} = x - 3y - z,$$

$$\dot{z} = -4x + 12y + 3z.$$

3. Найти общее решение системы

$$\dot{x} = 4x - 3y + t^2,$$

$$\dot{y} = 3x + 4y - e^t.$$

Вариант № 5

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \ln(3 \exp(y) - 2 \cos x), \\ y' = 2 \exp(x) - (8 + 12y)^{1/3}. \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -x - y, \\ y' = x - y. \end{cases}$$

3. При каких значениях a устойчив многочлен $\lambda^5 + \lambda^4 + \lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + a$?

4. Построить фазовый портрет системы $x' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} x$.

5. При каких k и ω уравнение $y'' + k^2 y = \sin \omega t$ имеет хотя бы одно периодическое решение?

Вариант № 6

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \operatorname{tg}(-x + y), \\ y' = 2^y - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right). \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -xy^4 - 2x^3 - y, \\ y' = 2x + 2x^2y^3 - y^7. \end{cases}$$

3. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^4 + b\lambda^3 + 2\lambda^2 + a\lambda + 2$?

4. Построить фазовый портрет системы $x' = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} x$.

5. При каких значениях параметров p и q все решения уравнения $y'' + py' + qy = 0$ ограничены при всех $x \geq 0$?

Вариант № 7

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 2 - (8 - 6x + 3y)^{1/3}, \\ y' = 1 - \exp(2x + y). \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -2x - 3y, \\ y' = x - y. \end{cases}$$

3. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^4 + a\lambda^3 + 4\lambda^2 + 2\lambda + b$?

4. Построить фазовый портрет системы $\begin{cases} x' = x - 3y, \\ y' = 3x + y. \end{cases}$

5. При каких значениях параметров p и q все решения уравнения $y'' + py' + qy = 0$ являются периодическими функциями от x ?

Вариант № 8

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 2.5x \exp(x) - 3y + \sin x^2, \\ y' = 2x + y \exp(-y^2/2) - y^4 \cos x. \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = xy - x^3 + y, \\ y' = x^4 - x^2y - x^3. \end{cases}$$

3. При каких значениях a и b устойчив многочлен $a\lambda^4 + \lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + b$?

4. Построить фазовый портрет системы $\begin{cases} x' + x + 5y = 0, \\ y' - y - x = 0. \end{cases}$

5. Докажите, что среди всех решений уравнения $\ddot{x} + 2\dot{x} + 11x = \cos \omega t$ есть ровно одно периодическое.

Вариант № 9

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \sin(-2x + y), \\ y' = 1 - \exp(x - y). \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -2x - y, \\ y' = x - 2y. \end{cases}$$

3. При каких значениях a устойчив многочлен $\lambda^5 + \lambda^4 + 2\lambda^3 + 4\lambda^2 + a\lambda + 6$?

4. Построить фазовый портрет системы $\begin{cases} x' = -2x + \frac{5}{7}y, \\ y' = 7x - 3y. \end{cases}$

5. Найти периодическое решение уравнения $\ddot{x} + \dot{x} + 4x = \exp(i\omega t)$.

Вариант № 10

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = (1 + x - 2y)^{-1} - 1, \\ y' = \cos x - \exp(2x - y). \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -2y - x(x - y)^2, \\ y' = 3x - 1.5y(x - y)^2. \end{cases}$$

3. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^5 + 2\lambda^4 + 3\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + 6$?

4. Построить фазовый портрет системы $\begin{cases} x' = -5x - y, \\ y' = 2x - y. \end{cases}$

5. При каких значениях параметров a и b все решения уравнения

$$y'' + ay' + by = 0$$

стремятся к нулю при $x \rightarrow -\infty$?

Вариант № 11

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \operatorname{tg}(-2x + y), \\ y' = 1 - (1 - x + y)^{1/3}. \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -4x - y, \\ y' = 2x - y. \end{cases}$$

3. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^4 + b\lambda^3 + 4\lambda^2 + a\lambda + 6$?

4. Построить фазовый портрет системы $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = -2x + y. \end{cases}$

5. При каких значениях параметров a и b уравнение $y'' + ay' + by = 0$ имеет хотя бы одно решение $y(x) \neq 0$, стремящееся к нулю при $x \rightarrow -\infty$?

Вариант № 12

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \sin(-2x + y), \\ y' = 2 - (8 - 6x + 3y)^{1/3}. \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -3x - 2y, \\ y' = 2x - 3y. \end{cases}$$

3. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^4 + b\lambda^3 + a\lambda^2 + 5\lambda + 7$?

4. Построить фазовый портрет системы $\begin{cases} x' = -2x - y, \\ y' = 3x - y. \end{cases}$

5. При каких значениях параметров a и b ограничены на всей оси решения уравнения $y'' + ay' + by = \sin t$?

Примерный список вопросов к зачету и экзамену (1 семестр).

1. Решения обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность.
2. Автономные уравнения. Интегральные кривые и фазовый портрет.
3. Автономные уравнения. Фазовые портреты и динамика Автономные системы на плоскости .
4. Построение фазовых портретов на плоскости.
6. Потоки и эволюция.
7. Линейная замена переменных.
8. Классы подобия для действительных матриц .
9. Простые канонические системы.
10. Непростые канонические системы.
11. Классификация простых фазовых портретов на плоскости.
12. Оператор эволюции.
13. Аффинные системы.
14. Нелинейные системы на плоскости. Локальное и глобальное поведение.
15. Линеаризация в окрестности неподвижной точки .
16. Теорема о линеаризации.
17. Непростые неподвижные точки.
18. Устойчивость неподвижных точек.
19. Обыкновенные точки и глобальные фазовые портреты..
20. Первые интегралы системы дифференциальных уравнений.
21. Предельные циклы. Теория Пуанкаре -Бендиксона.
22. Механический осциллятор.
23. Уравнение Лотки- Вольтерра и его модификация.
24. Устойчивость решений по Ляпунову. Основные понятия и определения.
25. Метод функций Ляпунова.
26. Критерий Раусса –Гурвица

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум - 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература

- | |
|--|
| <p>1. Тихонов, Александр Николаевич.
Дифференциальные уравнения : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Тихонов, Александр Николаевич ; А.Б.Васильева,</p> |
|--|

<p>А.Г.Свешников; под ред. А.Н.Тихонова и др.; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - 4-е изд., стер. - М. :Физматлит, 2005, 2002. - 253 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики. вып.6) (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 249-250. - Предм. указ.: с. 251-253. - ISBN 5-9221-0134-X : 126-28.</p>
<p>2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко ; под ред. В.К.Романко. - М. : Лаб. Баз. Знаний: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 255,[1] с. - (Технический университет). - ISBN 5-93208-120-1 : 127-00.</p>
<p>3. Филиппов, Алексей Фёдорович . Введение в теорию дифференциальных уравнений : [учеб. для вузов по группе физ.-мат. направлений и специальностей] / Филиппов, Алексей Фёдорович . - М. :Едиториал УРСС, 2004. - 238,[1] с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 234-236. - Предм. указ.: с. 237-239. - Допущено МО РФ. - ISBN 5-354-00416-0 : 120-70.</p>
<p>4. Дифференциальные уравнения : учебник / . - 4-е изд. - Москва :Физматлит, 2002. - 252 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 6). - ISBN 978-5-9221-0277-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=145012 (17.10.2018).</p>

б) дополнительная литература

<p>Егоров, Александр Иванович. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / Егоров, Александр Иванович. - М. :Физматлит, 2005. - 384 с. : ил. ; 24 см. - Библиогр.: с.375-376.- Предм. указ.: с.377-380. - ISBN 5-9221-0385-7 : 350-00.</p>
<p>Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения : учебник / Л. Э. Эльсгольц. - 6-е изд. - М. :КомКнига, 2006. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Допущено МО. - ISBN 5-484-00409-8 : 134-86.</p>
<p>Матвеев, Павел Николаевич. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений : учеб. пособие / Матвеев, Павел Николаевич. - СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 330,[6] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0571-8 : 278-52.</p>
<p>4. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В.А. Треногин. - Москва :Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82614 (17.10.2018).</p>

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по данной дисциплине распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 2 компьютерных класса и 2 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.