



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Методы статистического моделирования**  
**Кафедра прикладной математики**

**Образовательная программа**  
***01.03.02-Прикладная математика и информатика***

Профиль подготовки  
*Математическое моделирование и вычислительная математика*

Уровень высшего образования  
*Бакалавриат*

Форма обучения  
*Очная*

Статус дисциплины: *Вариативная*

Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины «Методы статистического моделирования» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата) от «12» марта 2015 г. №228.

Разработчик: кафедра прикладной математики, Назаралиев М.А., д. ф.-м. н., профессор.

Рабочая программа одобрена:  
на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018 г., протокол №10

И. о. зав. кафедрой Кадиев Кадиев Р.И.

На заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук от «27» июня 2017 г., протокол №6

Председатель Бейбалаев Бейбалаев В.Г.

Рабочая программа согласована с учебно-методическим управлением

«18» 06 2018 г. Султанов

Рабочая программа дисциплины «*Методы статистического моделирования*» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02-Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата) от «12» марта 2015 г. №228.

Разработчик: *кафедра прикладной математики, Назаралиев М.А., д. ф.-м. н., профессор.*

Рабочая программа одобрена:

*на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018 г., протокол №10*

*И. о. зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Кадиев Р.И.*

*На заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук от «27» июня 2017 г., протокол №6*

*Председатель \_\_\_\_\_ Бейбалаев В.Г.*

Рабочая программа согласована с учебно-методическим управлением

« » \_\_\_\_\_ 2018 г. \_\_\_\_\_

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина Методы статистического моделирования входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете М и КН кафедрой ПМ.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с моделированием случайных величин, изложением основ метода Монте – Карло и его использованием при решении различных прикладных задач.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – ОПК-3, ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа).

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: индивидуальный опрос, тестирование, контроль текущей успеваемости – контрольная работа, коллоквиум, и промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины по учебному плану составляет **6** зачетных единиц (**216** часов), в том числе по видам учебных занятий

Се- местр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе							
	Все- го	Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экза- мен
		из них						
	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
7	108	18	18			72	Зачет	
8	108	28	28			52	Экзамен	
Итого	<b>216</b>	46	46			124		

### 1. Цели освоения дисциплины

- овладение студентами основами одного из современных универсальных численных методов решения сложных задач математической физики, техники, экономики и др., и методами моделирования случайных величин и процессов.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Методы статистического моделирования» читается на 4-ом курсе после изучения дисциплин «Теория вероятностей», «Математиче-

ская статистика», «Теория случайных процессов» и других общематематических дисциплин и является, таким образом, логическим продолжением в изучении вероятностных законов и их роли на практике.

В результате изучения курса студент должен овладеть теоретическими основами методов моделирования случайных величин и процессов, основами Метода Монте-Карло для решения дифференциальных и интегральных уравнений, больших систем алгебраических уравнений, для моделирования систем массового обслуживания, решения простых задач теории переноса и др.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

ОПК-3	Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	<p><i>Знает</i> методы математического моделирования различных прикладных задач, основы методов оптимизации, математической статистики и др.</p> <p><i>Умеет</i> осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных Методов</p> <p><i>Владеет</i> способностью разрабатывать алгоритмы и программы решений в области системного и прикладного ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.</p>
ПК -1	Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	<p><i>Знает</i> современные методы получения и обработки информации.</p> <p><i>Умеет</i> использовать возможности интернет ресурсов и пакетов прикладных программ для решения научных и прикладных задач.</p> <p><i>Владеет</i> способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для</p>

		формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.
--	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль самост. раб.		
<b>Модуль 1. Моделирование случайных величин и процессов</b>									
1.1	Случайные величины и их распределения	7		2				6	Индивидуальный фронтальный опрос
1.2	Моделирование дискретных случайных величин.	7		4		6		18	Проверочная работа
	<i>Итого по модулю 1:</i>			6		6		24	
<b>Модуль 2. Моделирование непрерывных случайных величин</b>									
2.1	Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.	7		2		2		12	Индивидуальный фронтальный опрос
2.2	Специальные методы моделирования непрерывных случайных величин.	7		4		4		12	Контрольная работа
	<i>Итого по модулю 2:</i>			6		6		24	
<b>Модуль 3. Основы метода Монте-Карло.</b>									
3.1	Предельные теоремы теории вероятностей	7		2				4	Индивидуальный фронтальный опрос
3.2	Статистическое оценивание параметров распределений. Общая схема метода Монте-Карло	7		4		6		20	Индивидуальный фронтальный опрос Коллоквиум
	<i>Итого по модулю 3:</i>			6		6		24	
	<b>ИТОГО по 1 сем.:</b>			<b>18</b>		<b>18</b>		<b>64</b>	
4	<b>Модуль 4. Вычисление определенных интегралов. Решение интегральных уравнений.</b>								

4.1	Оценка интегралов методом Монте-Карло	8		6		8		3	Индивидуальный фронтальный опрос
4.2	Оценки функционалов от решения интегральных уравнений	8		4		2		3	Индивидуальный фронтальный опрос
4.3	Решение систем алгебраических уравнений	8		4		4		2	Контрольная работа
	<i>Итого по модулю 4:</i>			<i>14</i>		<i>14</i>		<i>8</i>	
<b>5</b>	<b>Модуль 5. Моделирование задач переноса излучений, методом Монте-Карло. Моделирование систем массового обслуживания.</b>								
5.1	Общие сведения из теории переноса излучений.	8		2		2		2	Индивидуальный фронтальный опрос
5.2	Прямое моделирование процесса переноса излучений	8		4		4		2	Устный опрос
5.3	Интегральное уравнение переноса. Оптимизация алгоритмов при решении задач переноса излучений	8		4		6		2	Индивидуальный фронтальный опрос
5.4	Моделирование систем массового обслуживания	8		4		4		2	Коллоквиум
	<i>Итого по модулю 5:</i>			<i>14</i>		<i>14</i>		<i>8</i>	
	<i>Модуль 6 Подготовка к экзамену</i>	8						36	
	<b>ИТОГО за II сем:</b>			<b>28</b>		<b>28</b>		<b>52</b>	
	<b>ИТОГО:</b>			<b>46</b>		<b>46</b>		<b>124</b>	

#### **4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).**

##### **Модуль 1. Моделирование случайных величин и процессов.**

Тема 1. Случайные величины и их распределения.

1.1лк. Случайные величины и их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения числовые характеристики.

Равномерное в  $(0,1)$  распределение вероятностей и его роль в моделировании других случайных величин. Методы получения случайных величин, распределенных равномерно в  $(0,1)$ .

*Тема 2. Моделирование дискретных случайных величин.*

1.2. лк. Стандартный метод моделирования дискретных случайных величин. Примеры моделирования: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое и гипергеометрическое распределения.

1.3лк. Эффективность стандартного алгоритма. Нестандартные методы в моделировании ДСВ. Специальные методы моделирования основных ДСВ.

### **Модуль 2. Моделирование непрерывных случайных величин.**

*Тема 1. Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.*

2.1лк. Моделирование непрерывных случайных величин (НСВ). Стандартный метод. Примеры моделирования некоторых распределений: равномерное распределение, показательные распределения; моделирование распределений, с таблично заданной плотностью распределений.

*Тема 2. Специальные методы моделирования НСВ.*

2.2лк. Метод суперпозиции и метод исключения для моделирования НСВ. Моделирование изотропного вектора на плоскости и в пространстве. Примеры моделирования.

2.3лк. Моделирование  $\gamma$  и  $\beta$  – распределений. Моделирование стандартной нормальной случайной величины. Приближенное моделирование нормальной случайной величины на основе центральной предельной теоремы.

### **Модуль 3. Основы метода Монте – Карло.**

*Тема 1. Предельные теоремы теории вероятностей.*

3.1лк. Неравенство Чебышева. Правило «3-х сигм». Закон больших чисел: Теоремы Чебышева, Бернулли, Пуассона, Хинчина. Центральная предельная теорема теории вероятностей.

*Тема 2. Статистическое оценивание параметров распределений. Общая схема метода Монте-Карло.*

3.2лк. Статистическая оценка параметров распределений. Точечные и интервальные оценки, свойства оценок. Статистические оценки для математического ожидания, дисперсии, коэффициента корреляции и др.

3.3лк. Общая схема метода Монте – Карло (М-К) для оценки неизвестного математического ожидания. Погрешность метода М-К. Сведение задачи об определении некоторой величины к вычислению средних значений. Задачи метода Монте – Карло. Примеры вычисления площади сложной фигуры и определенного интеграла, вероятности вылета элементарной частицы через плоскую пластику.

### **Модуль 4. Вычисление определенных интегралов. Решение интегральных уравнений.**

*Тема 1. Оценка интегралов методом Монте-Карло.*

4.1лк. Вычисление многократных интегралов методом М-К. вычисление интеграла, как площади. Вычисление интеграла, как среднего значения. Оценка погрешности, построение доверительного интервала.

4.2.лк. Методы понижения дисперсии оценок при вычислении интегралов. Метод существенной выборки (выборки по важности). Алгоритм с нулевой дисперсией.

4.3лк. Выделение «главной» части интегрируемой функции. Метод математических ожиданий и метод расщепления. Сравнение дисперсий оценок интеграла разными способами.

*Тема 2. Оценки функционалов от решения интегральных уравнений.*



4.4лк. Решение интегральных уравнений методом М-К. Некоторые сведения из теории интегральных уравнений. Интегральное уравнение 2-го рода. Сопряженное пространство и сопряженное уравнение. Функционалы от решения интегрального уравнения. Ряд Неймана, условия сходимости.

4.5лк. Цепи Маркова. Однородные цепи Маркова. Переходная плотность. Связь цепей Маркова с решением интегральных уравнений методом М-К. Основная оценка функционала от решения интегрального уравнения, её несмещенность. Дисперсия основной оценки.

*Тема 3. Решение систем алгебраических уравнений.*

4.6лк. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Точные и итерационные методы решения СЛАУ. Условия сходимости. Связь с интегральными уравнениями.

4.7лк. Построение цепи Маркова для решения СЛАУ методом М-К. Описание алгоритма метода М-К для решения СЛАУ. Возможность оценки отдельно выделенных компонентов решения. Преимущества и недостатки.

**Модуль 5. Моделирование задач переноса излучений. Моделирование систем массового обслуживания.**

*Тема 1. Общие сведения из теории переноса излучений.*

5.1 лк. Общие сведения из теории переноса излучений. Физические величины, участвующие в описании процесса переноса (коэффициенты рассеяния и поглощения, индикатриса и матрица рассеяния, функция пропускания, альbedo и др. Интегро – дифференциальное уравнение переноса. Характеристики поля излучения (поток, плотность, интенсивность и др.).

*Тема 2. Прямое моделирование процесса переноса излучений.*

5.2 лк. Процесс переноса, как Марковская цепь траекторий движения частиц излучения. Распределения вероятностей элементов траекторий. Моделирование элементов траекторий. Прямое моделирование процесса переноса.

5.3 лк. Общая схема моделирования процесса переноса методом М-К. Различные способы моделирования длины пробега в сложных областях: сферическая геометрия, геометрия ядерного реактора, взаимопересекающиеся эллипсоиды и др. Методы максимального сечения и минимальных длин моделирования длины пробега. Использование специального метода моделирования показательного закона.

*Тема 3. Интегральное уравнение переноса. Оптимизация алгоритмов при решении задач переноса излучений.*

5.4 лк. Интегральное уравнение переноса. Сопряженное уравнение переноса. Локальные по направлению оценки для плоского слоя. Оценки сопряженных блужданий.

5.5 лк. Оптимизация методов М-К в задачах переноса излучений. Весовые методы. Модификации моделирования длины пробега. Методы зависимых испытаний и подобных траекторий. Оценка функции ценности и их использование в оптимизации методов М-К.

*Тема 4. Моделирование систем массового обслуживания.*

5.6 лк. Системы массового обслуживания (СМО). Классификация систем массового обслуживания. Показатели работы СМО. Потоки заявок и его характеристики. Пуассоновский поток.

5.7 лк. Методы расчета СМО. Граф состояний. Задание основных параметров системы. Моделирование СМО методом М-К. Моделирование потока заявок. Моделирование времени обслуживания. Вычисление основных характеристик эффективности работы СМО.

## **5. Образовательные технологии**

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела.

Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций). В процессе преподавания дисциплины при чтении лекций применяются такие виды лекций, как вводная обзорная лекция, проблемная лекция, лекция визуализация с использованием компьютерной презентационной техники. Для этого на факультете математики и компьютерных наук имеются специальные, оснащенные такой техникой, лекционные аудитории.

При выполнении лабораторных работ используются интернет ресурсы, пакеты прикладных программ СТАТИСТИКА, MathCAD и Matlab. Для проведения таких занятий используется имеющиеся на факультете 4 компьютерных класса.

На кафедре имеются методические указания к выполнению лабораторных работ, в библиотеке ДГУ есть необходимая литература, имеются методические разработки, размещенные в Интернет сайте ДГУ.

При кафедре прикладной математики функционирует студенческая научно-исследовательская лаборатория «Математическое моделирование, оснащенная 5 новыми ПК, презентационной и оргтехникой.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

Ряд учебных и учебно-методических изданий, которые могут быть использованы при самостоятельной работе студентов приведены в разделах 8 и 9 настоящей Программы.

Подробное описание содержания и требований к выполнению лабораторных заданий, в частности, тем для домашнего выполнения содержатся в разделе 7.3.5 настоящей Программы.

Кроме этого при выполнении самостоятельной работы рекомендуются:

1. Назаралиев М.А., Гаджиева Т.В., Фаталиев Н.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Часть 1: Теория вероятностей: учебное пособие. – Махачкала: Изд-во ДГУ, 2014. – 192 с.; Часть II. Математическая статистика. – Махачкала: Изд-во ДГУ, 2015. – 155 с.

### 6.1 Задачи и примеры для самостоятельного решения

1. Найти моделирующую формулу для случайной величины с плотностью распределения  $f(x) = c(1+x)$ ,  $0 < x \leq 1$ .
2. Написать алгоритм моделирования 5 значений случайной величины  $\xi$  - числа очков при бросании игральной кости.
3. Написать алгоритм моделирования 4 значений случайной величины, распределенной по закону Пуассона с параметром  $\lambda = 2$ .
4. Получить моделирующую формулу стандартного метода для случайной величины  $\xi$  с плотностью распределения

$$f(x) = ce^{-3/2x}, \quad 0 \leq x < \infty.$$

5. Получить формулу моделирования стандартного метода для случайной величины с плотностью распределения  $f(x) = ce^{-5x}$ ,  $0 \leq x \leq l$ .
6. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения  $f(x) = c|\sin x|$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .
7. Написать алгоритм метода исключения для случайной величины с плотностью распределения  $f(x) = cx^{5/3}e^{-x}$ ,  $0 < x$ .
8. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения  $f(x) = c/(1+2x)^2$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .
9. Методом суперпозиции найти моделирующие формулы для случайной величины с плотностью распределения

$$f(x) = 1 - \frac{1}{3}(2e^{-2x} + e^{-3x}), \quad 0 < x < \infty.$$

10. Двумерная дискретная случайная величина задана законом распределения

$\tau$	$\xi$		
	$x_1 = 0,1$	$x_2 = 0,4$	$x_3 = 0,7$
1	0,2	0,3	0,1
2	0,16	0,18	0,06

Найти условные законы распределения  $P(\tau_j / x_i)$ . Написать алгоритм моделирования значений двумерного вектора  $(\xi, \tau)$ .

11. Получить формулы моделирования двумерного случайного вектора  $(\xi, \tau)$  с плотностью совместного распределения

$$f(x, y) = c\sqrt{x^2 + y^2}, \quad 0 \leq x, y \leq 1.$$

12. Найти формулы моделирования двумерного случайного вектора с плотностью распределения  $f(x, y) = cx \cdot y^2$ , в области, ограниченной прямыми:  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 2$ .
13. Получить формулы моделирования двумерной случайной величины  $(\xi, \tau)$  с плотностью распределения  $f(x, y) = cy$  в области ограниченной прямыми  $y = 0$ ,  $y = x$ ,  $x = 1$ .
14. Написать алгоритм и программу получения псевдослучайных чисел методом серединных квадратов Неймана. Получить 10 значений таких псевдослучайных чисел.
15. Вычислить методом Монте – Карло интеграл

$$I = \int_0^{\pi/2} \sin x dx$$

- а) как площади; б) используя в качестве плотности распределения  $f(x)$  - плотность равномерного распределения в интервале  $(0, \frac{\pi}{2})$ ; в) при  $f(x) = cx$  (сначала определить постоянную  $c$ ).

16. Оценка интеграла из примера (15) при условии пункта б) имеет вид

$$I^* = \pi/2 \cdot \sum_{i=1}^n \sin \xi_i / n, \text{ где } \xi_i - \text{случайные числа, равномерно распределенные в интервале } (0, \frac{\pi}{2}).$$

Найти минимальное число испытаний, при котором верхняя граница ошибки  $\delta = 0,05$ .

17. Вычислить методом Монте – Карло определенный интеграл

$$I = \int_0^2 e^x dx$$

беря в качестве вспомогательной плотность распределения  $f(x) = c(1+x)$ ,  $0 \leq x \leq 2$ . Сначала определить постоянную  $c$ .

18. Написать алгоритм вычисления методом Монте – Карло площади круга, вписанного в квадрат с вершинами  $(-1,-1)$ ,  $(-1,1)$ ,  $(1,1)$ ,  $(1,-1)$ .

19. Определить приближенное значение числа  $\pi$  с помощью алгоритма задачи (18). Найти такие приближения при различных значениях числа испытаний  $n = 100; 10^4; 10^5; 10^6$ .

20. В классической задаче Бюффона на геометрические вероятности на разграфленную параллельными линиями поверхность бросается игла длины  $l < L$ , где  $L$  - расстояние между параллельными линиями. Методом Монте – Карло оценить вероятность пересечения иглой какой - либо параллельной линии. Сравнить с точным решением при различных значениях числа испытаний  $n$ .

21. Имеется отрезок длины  $L$ , на которую случайно ставится две точки  $x$  и  $y$ . Оценить методом Монте – Карло вероятность построения треугольника из полученных 3-х отрезков. Сравнить с точным решением при различных значениях числа испытаний  $n$ .

22. Игра в спортлото. Для участия в этой игре нужно было выбрать (вычеркнуть) 6 номеров из 49 (различных спортивных соревнований). Написать алгоритм случайного выбора (вычеркивания) 6 видов спорта из 49, перенумерованных от 1 до 49.

23. Задача Гюйгенса (Классическая задача теории вероятностей о «разорении игрока»): два игрока  $A$  и  $B$  продолжают некоторую игру до полного разорения одного из них. Оценить методом Монте – Карло вероятности разорения для каждого игрока, если: 1) начальные капиталы у них соответственно равны  $a$  и  $b$  рублям, 2) вероятности выигрыша в каждой партии равны соответственно  $p$  и  $q$ ; 3) выигрыши в каждой партии составляет 1 руб. для одного (для другого, очевидно, проигрыш в 1 руб.).

Значения  $a, b, p, q$  выбрать разные. (Например  $a=100, b=200, p=0,6; q=0,4$ ).

## 6.2. Темы рефератов. Распределение по модулям и разделам.

Раздел дисциплин	Тема реферата
<b>1. Модуль 1. Моделирование случайных величин.</b>	
1.1. Случайные величины и их распределения.	<u>Реферат:</u> История создания метода статистического моделирования. <u>Реферат:</u> Моделирование классической задачи теории вероятностей – задачи Банаха «о спичечных коробках».
1.2. Моделирование дискретных случайных величин.	<u>Реферат:</u> Первые работы по методу Монте-Карло, опубликованные в США и СССР. <u>Реферат:</u> Вычисление площадей фигур методом Монте-Карло. Моделирование классической задачи теории вероятностей – «задачи о встрече».
<b>2. Модуль 2. Моделирование непрерывных случайных величин.</b>	
2.1. Стандартный метод моделирования непрерывных случайных величин.	<u>Реферат:</u> Приближенное моделирование нормального $N(0,1)$ распределения.
2.2. Специальные методы моделирования непрерывных случайных величин.	<u>Реферат:</u> Основные проблемы метода Монте-Карло. О точности метода.
<b>3. Модуль 3. Основы метода Монте-Карло.</b>	
3.1. Предельные теоремы теории вероятностей.	<u>Реферат:</u> Первые работы по методу Монте-Карло, опубликованные в США и СССР.
3.2. Статистическое оценивание параметров распределений. Общая схема метода Монте-Карло.	<u>Реферат:</u> Вычисление площадей фигур методом Монте-Карло. Моделирование классической задачи теории вероятностей – «задачи о встрече».
<b>Модуль 4. Вычисление определенных интегралов. Решение интегральных уравнений.</b>	
4.1. Оценка интегралов методом Монте-Карло.	<u>Реферат:</u> Основные проблемы метода Монте-Карло. О точности метода.
4.2. Оценки функционалов от	<u>Реферат:</u> Цепи Маркова. Перенос излучения, как мар-

решения интегральных уравнений.	ковская цепь движения частиц от столкновения к столкновению с элементами вещества среды.
4.3. Решение систем алгебраических уравнений.	<u>Реферат:</u> Задачи теории систем массового обслуживания (СМО). Моделирование простой СМС методом Монте-Карло.
<b>Модуль 5. Моделирование задач переноса излучений методом Монте-Карло. Моделирование систем массового обслуживания.</b>	
5.1. Прямое моделирование процесса переноса излучений.	<u>Реферат:</u> Цепи Маркова. Перенос излучения, как марковская цепь движения частиц от столкновения к столкновению с элементами вещества среды.
5.2. Интегральное уравнение переноса. Оптимизация алгоритмов при решении задач переноса излучений.	<u>Реферат:</u> Общая схема моделирования переноса излучения методов М–К.
5.3. Моделирование систем массового обслуживания.	<u>Реферат:</u> Основные проблемы метода Монте-Карло. О точности метода.

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

### **7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

<b>Код компетенции из ФГОС ВО</b>	<b>Наименование компетенции из ФГОС ВО</b>	<b>Знания, умения, навыки</b>	<b>Процедура освоения</b>
ОПК-3	Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.	<i>Знает</i> методы математического моделирования различных прикладных задач, основы методов оптимизации, математической статистики и др. <i>Умеет</i> осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных	Лекции, практические и лабораторные занятия. Контрольные работы, коллоквиумы, тестирование. Контрольные работы.

		<p>Методов</p> <p>Владеет способностью разрабатывать алгоритмы и программы решений в области системного и прикладного ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям.</p>	
ПК-1	<p>Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p><i>Знает</i> современные методы получения и обработки информации.</p> <p><i>Умеет</i> использовать возможности интернет ресурсов и пакетов прикладных программ для решения научных и прикладных задач.</p> <p><i>Владеет</i> способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.</p>	<p>Лекции, практические и лабораторные занятия. Контрольные работы, коллоквиумы, тестирование. Контрольные работы.</p>

## 7.2. Типовые контрольные задания.

### 7.2.1. Примеры контрольных работ.

#### Контрольная работа №1 (вариант).

1. Написать формулу моделирования непрерывной случайной величины, равномерно распределить в интервале  $(-2,4)$ .
2. Получить 5 значений дискретной случайной величины, заданной законом распределения

$\xi$	0	1	2	3	4
$P_i$	0,10	0,25	0,20	0,30	0,15

Значения случайной величины  $\alpha$ , распределенной равномерно в интервале  $(0,1)$ , пусть заданы:

$$\alpha_1 = 0,13, \alpha_2 = 0,015, \alpha_3 = 0,423, \alpha_4 = 0,911, \alpha_5 = 0,722.$$

3. Написать алгоритм метода исключения для моделирования непрерывной случайной величины  $\xi$  с плотностью распределения

$$f(x) = cx^2, \quad 0 \leq x \leq 3.$$

4. Случайная величина  $\xi$  - число появления события  $A$  в 5 независимых испытаниях с вероятностью появления события  $A$  в каждом испытании, равной 0,4.

Составить ряд распределения  $\xi$  и написать алгоритм ее моделирования.

5. Двумерный случайный вектор  $(\xi, \tau)$  задан следующим законом распределения:

$\tau$	$\xi$		
	$x_0 = 0$	$x_1 = 1$	$x_2 = 2$
1	0,02	0,14	0,28
2	0,02	0,18	0,36

Пусть  $\xi$  и  $\tau$  – независимы.

Написать алгоритм моделирования этого случайного вектора.

#### Контрольная работа №2

1. На основе центральной предельной теоремы написать формулу приближенного моделирования нормальной случайной величины  $\xi$  с параметрами 0 и 1:  $N(0,1)$ .
2. Для оценки некоторой величины  $m$  методом Монте - Карло проведено  $n = 100$  испытаний. Найти с надежностью 0,99 оценку погрешности метода, если известно, что  $\sigma^2 = D\xi = 0,6$ , а  $m = M\xi$ .
3. Плотность совместного распределения непрерывного двумерного вектора  $(\xi, \tau)$  имеет вид:  $f(x, y) = \frac{3}{4}xy^2$  в области  $D$ , ограниченной прямыми  $x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$ . Показать, что с.в.  $\xi$  и  $\tau$  независи-



мы. Написать формулы стандартного метода моделирования для  $\xi$  и  $\tau$ .

4. Написать общую схему вычисления интеграла, как площади:

$$I = \int_0^3 x^2 dx$$

5. Найти оценку интеграла

$$I = \int_0^1 e^{2x} dx, \text{ как среднего значения подынтегральной функции.}$$

### 7.2.2 Вопросы для самоконтроля и к зачету

1. Виды случайных величин. Какие случайные величины называются дискретными? Какие случайные величины называются непрерывными?
2. Основные дискретные случайные величины: Бернулли, биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, Пуассоновское распределения. Где применяются?
3. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретных случайных величин из п.2.
4. Непрерывные случайные величины. Основные распределения: равномерное в интервале (а,в), равномерное в (0,1); показательное, нормальное распределения. Применения. Функция распределения и плотность распределения.
5. Числовые характеристики:  $M\xi$  и  $D\xi$ , моменты, коэффициенты корреляции.
6. Многомерные случайные величины. Независимость случайных величин.
7. Законы больших чисел.
8. Центральная предельная теорема теории вероятностей.
9. История возникновения метода Монте-Карло.
10. Общая схема метода статистических испытаний - метода Монте-Карло.
11. Задача моделирования случайных величин. Роль равномерной в (0,1) случайной величины.
12. Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.
13. Специальные методы моделирования дискретно- равномерного и геометрического распределений.
14. Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.
15. Алгоритм моделирования кусочно - постоянной и кусочно-линейной плотностей.
16. Метод исключения моделирования СВ.
17. Метод рандомизации моделирования.
18. Моделирование плотности  $f(x) = 3 \cdot (1 + x^2)/8, -1 \leq x \leq 1$ .
19. Моделирование гамма и бета- распределений методом исключения.
20. Приближенное моделирование нормального распределения.
21. Моделирование нормального распределения.

22. Моделирование показательного распределения.
23. Моделирование изотропного вектора на плоскости.
24. Моделирование изотропного вектора в пространстве.
25. Методы получения псевдослучайных чисел.
26. Задача статистического оценивания неизвестных параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.
27. Свойства оценок.
28. Погрешность метода статистических испытаний.
29. Задача оптимизации алгоритмов метода М-К.
30. Общие принципы построения алгоритмов и программ решения различных задач методом М-К.

### **7.2.3 Вопросы для самоконтроля и к экзамену.**

К вопросам п. 7.3.2 добавляются следующие:

1. Вычисление определенного интеграла методом М-К, как площади.
2. Вычисление определенного интеграла методом М-К, как среднего значения подынтегральной функции.
3. Методы понижения дисперсии оценок интеграла. Алгоритм с нулевой дисперсией.
4. Метод существенной выборки.
5. Метод выделения главной части.
6. Сравнение дисперсий оценок п.п. 1,2,3,4 при вычислении простого интеграла и при выборе в качестве вспомогательной плотности распределения плотности равномерной в  $(0,1)$  случайной величины.
7. Интегральное уравнение II –рода.
8. Интегральное уравнение переноса излучений .
9. Оценка функционалов от решения интегрального уравнения методом Монте-Карло (М-К).
10. Дисперсия оценки функционалов.
11. Метод зависимых испытаний.
12. Моделирование по «ценности».
13. Рандомизация оценок метода М-К.
14. Метод Монте-Карло и задачи переноса излучений. История.
15. Оптические параметры среды (коэффициенты рассеяния и поглощения, индикатриса рассеяния.
16. Уравнение переноса.
17. Процесс переноса излучения - как цепь Маркова. Распределения вероятностей для элементов траекторий. Плотность столкновений; поток фотонов.
18. Описание моделирования процесса переноса методом Монте-Карло
19. Моделирование элементов траекторий частиц.
20. Пример: перенос излучения через плоскую среду
21. Методы максимального сечения и минимальных длин для моделирования длины пробега

22. Интегральное уравнение переноса. Сопряженное уравнение переноса.
23. Локальные оценки
24. Весовые методы. Модификации моделирования длины пробега
25. Моделирование сопряженных траекторий. Основные оценки.  
Преимущества и недостатки.
26. Применение метода М-К для оценки качества и надежности системы.
27. Описание простейшей системы массового обслуживания. Виды СМО.
28. Поток Пуассона. Моделирование моментов поступления заявок.
29. Моделирование СМО методом М-К.
30. Моделирование СМО с отказами и очередями.

#### ***7.2.4. Темы практических и семинарских занятий.***

Практические и семинарские занятия по курсу не предусмотрены.

#### ***7.2.5. Лабораторные работы***

Тема 1: Моделирование случайных величин.

##### Лабораторная работа №1

Моделирование дискретных случайных величин.

##### Лабораторная работа №2

Статистическая проверка равномерности псевдослучайных чисел (ПСЧ), получаемых с помощью датчика ПСЧ «RANDOM»

##### Лабораторная работа №3.

Тема 2 : Основы метода Монте- Карло. Статистическое оценивание параметров распределения.

##### Лабораторная работа №4

Тема 3: Вычисление определенных интегралов методом Монте – Карло.

##### Лабораторная работа №5

Тема 4: Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Монте – Карло.

##### Лабораторная работа №6

Тема 5: Решение задач переноса излучения методом Монте – Карло (прямое моделирование и весовые модификации).

##### Лабораторная работа № 7

Тема 6: Система массового обслуживания.

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- выполнение лабораторных заданий - 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ – 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос – 20 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов,
- тестирование – 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов.

Студент, получивший в результате 51 баллов и выше получает «зачет».

Экзаменационная оценка складывается из 50% баллов, полученных студентом по текущему и промежуточному контролю, и 50% баллов, полученных или на экзамене.

### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

а) *основная литература:*

1. Метод Монте-Карло на графических процессорах [Электронный ресурс] : учебное пособие / К.А. Некрасов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 60 с. — 978-5-7996-1723-3.

Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/69634.html> (20.06.2018)

2. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М., Наука, 1982.

3. Назаралиев М.А. Статистическое моделирование радиационных процессов в атмосфере. Новосибирск, Наука, 1991 г.

б) *дополнительная:*

1. Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А. и др. «Метод Монте - Карло в атмосферной оптике». Новосибирск, Наука, 1976.

2. Михайлов Г.А. Оптимизация весовых методов Монте - Карло. М., Наука, 1987.

3. Сенатов В.В. Центральная предельная теорема. Точность аппроксимации и асимптотические разложения. М.: Либроком, 2009 г.

4. Ширяев А.Н. Вероятность. Т.1,2.-М.: МЦНМО, 2004 г.

**Средства обеспечения освоения дисциплины: программное обеспечение и интернет ресурсы.**

1. Программное обеспечение РТС MatCAD 15 F000 Russian + Самоучитель (<http://ewgk.com/soft/41668-matcad-15-f000-russian-samouchitee.htm>).
2. Программное обеспечение MatLAB R2011 b (<http://www.softforfree.com/programs/matlab-26810.html>).
3. Мухин О.И. Моделирование систем. Учебник. (stratum/as/ru/textdjks/modelir/contents/html).

## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал <http://edu.ru>
2. Электронные каталоги научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru> ; <http://edu.icc.dgu.ru>
3. Электронные версии учебников по математике <http://www.padabum.com/index.php?id=26938&start=so>

Имеется компьютерный класс с 10-ю современными персональными компьютерами и методические указания к выполнению лабораторных работ, в библиотеке ДГУ имеется указанная в пункте 8 литература, имеются методические разработки, размещенные в Интернет сайте ДГУ

При кафедре прикладной математики функционирует студенческая научно-исследовательская лаборатория «Математическое моделирование», оснащенная 5 новыми ПК, презентационной и оргтехникой.

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Перечень учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам, для подготовки к занятиям представлен в разделе «Учебно-методическое обеспечение. Литература».

**Лекционный курс.** Лекция является основной формой обучения в высшем учебном заведении. В ходе лекционного курса проводится систематическое изложение научных материалов, освещение основных понятий дисциплины и закрепление теоретического материала.

В тетради для конспектирования лекций необходимо иметь поля, где по ходу конспектирования студент делает необходимые пометки. Записи должны быть избирательными, своими словами, полностью следует записывать только определения. В конспектах рекомендуется применять сокращения слов, что ускоряет запись. В ходе изучения дисциплины **Методы статистического моделирования** особое значение имеют формулы, схемы и рисунки, поэтому в конспекте лекции рекомендуется делать все рисунки, сделанные преподавателем на доске. Вопросы, возникшие у студента в ходе лекции, рекомендуется записывать на полях и после окончания лекции обратиться за разъяснением к преподавателю.

Студенту необходимо активно работать с конспектом лекции: после окончания лекции рекомендуется перечитать свои записи, внести поправки и

дополнения на полях, используя указанную в разделе 8 литературу. Конспекты лекций следует использовать при подготовке к экзамену, контрольным тестам, при выполнении самостоятельных заданий.

**Лабораторные занятия. Лабораторные работы по дисциплине Методы статистического моделирования** имеют целью реально научить студентов решению практических задач, научить их навыкам выполнения расчетных работ с использованием современной вычислительной техники и пакетов прикладных программ, и главное научить их самим алгоритмизации, программированию и решению задач на ЭВМ. Защита и сдача всех лабораторных работ является обязательным условием допуска студента к экзамену. В случае пропуска занятий по уважительной причине пропущенное лабораторное занятие подлежит отработке.

Студент должен вести активную познавательную работу. Важно научиться включать вновь получаемую информацию в систему уже имеющихся знаний. Необходимо также анализировать численные результаты, полученные в ходе выполнения лабораторной работы, делать по ним определенные выводы и находить общие закономерности, даваемые теорией, сравнивать с другими численными результатами (напр. по аналитическим формулам), с экспериментом. Важное место в самостоятельном обучении студентов должна занимать работа в образовательной среде ИНТЕРНЕТА. Такие ресурсы указаны в разделе «Программное обеспечение и интернет ресурсы» данной Программы.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

Для успешного освоения дисциплины обучающийся использует также кроме указанных выше в п. 8 программного обеспечения и интернет-ресурсов следующие пакеты прикладных программ: Mathcad, Matlab, Delphi, Statistica и др.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Учебные аудитории факультета для проведения лекционных и семинарских занятий, оснащенные современной презентационной техникой; компьютерные классы факультета и ИВЦ ДГУ, лабораторию «Математическое моделирование» при кафедре прикладной математики. В университете имеется комплект лицензионного программного обеспечения.