

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Прикладные задачи теории графов

Кафедра дискретной математики и информатики

Образовательная программа

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки

Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования

бакалавриат

Форма обучения

очная

Статус дисциплины: вариативная по выбору

Махачкала, 2018 г.

Рабочая программа дисциплины «Прикладные задачи теории графов» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриат)

Приказ Минобрнауки России от 12 марта 2015 г. № 228

Разработчик: кафедра дискретной математики и информатики,
Якубов Амучи Загирович, к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины «Прикладные задачи теории графов» одобрена:
на заседании кафедры дискретной математики и информатики
от « 27 » апреля 2018 г., протокол №8.

Зав. кафедрой А.М. Магомедов Магомедов А.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук
от « 27 » июня 2018 г., протокол № 6.

Председатель В.Д. Бейбалаев Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением
« 28 » июня 2018г. И.С.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина “Прикладные задачи теории графов” входит в вариативную по выбору часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.02 - 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дискретной математики и информатики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с основами современной теории графов, классическими алгоритмами на графах, спецификой их применения, а также с использованием алгоритмов для доказательства теоретических результатов о графах.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: ПК-1, ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, лабораторные занятия и самостоятельная работа студентов.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: в форме 2-х контрольных работ в конце каждого модуля и итогового зачета в конце семестра.

Объем дисциплины – 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Се- местр	Учебные занятия						СРС	Форма промежуточной аттестации
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них						
Лек- ции		Лабора- торные занятия	Практи- ческие занятия	КСР	консуль- тации			
5	72	16	32				24	Зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины Прикладные задачи теории графов являются усвоение студентами понятий, связанных с основами современной теории графов и обучение сравнительному анализу алгоритмов, используемых при решении задач на графах. Учебный курс включает в себя обзор основных понятий теории графов, исследование различных типов объектов и подструктур в графах, а также рассмотрение ряда классических задач на графах и сетях, описание алгоритмов их решения, анализ трудоемкости алгоритмов.

Концентрируя внимание на алгоритмическом подходе к задачам теории графов, учебный курс раскрывает органическую взаимосвязь между различными типами структур на графах и сетях, проявляющуюся в единстве алгоритмических моделей, применяемых для исследования этих структур.

К задачам курса относятся:

- ознакомление студентов с фундаментальными понятиями теории графов для последующего свободного их использования;
- изучение современной проблематики теории графов;
- усвоение постановок задач теории графов и методов их решения;
- овладение основными теоретико-графовыми алгоритмами;
- применение графовых моделей к различным областям науки.

Курс призван существенно углубить понимание слушателями, как теоретической базы информатики, так и ее практических методов.

Основы теории графов можно и нужно изучать сегодня в силу следующих аспектов:

- большая наглядность многих теоретико-графовых конструкций и естественность приемов доказательства даже очень сложных теорем;
- к графовым моделям сводится огромное число содержательных задач, причем в теории графов чрезвычайно много задач, формулировки и возможные пути решения которых понятны даже младшим школьникам;
- теория графов имеет ярко выраженный прикладной характер в различных отраслях человеческих знаний; владение методами теории графов является сегодня необходимой составной частью образования специалистов, занимающихся вопросами прикладной математики.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина Прикладные задачи теории графов входит в вариативную по выбору часть образовательной программы бакалавриата по направлению 01.03.02 – Прикладная математика и информатика и изучается в соответствии с графиком учебного процесса в шестом семестре. Изучение предмета производится в течение одного семестра и заканчивается зачетом.

Дисциплина опирается на знания, полученные во 2 семестре после изучения дисциплины «Дискретная математика», в 3 семестре - «Алгоритмы и анализ сложности». В свою очередь, на материал данной дисциплины опираются дисциплины «Введение в анализ информационных технологий» и «Введение в Case-технологии»; знания, умения и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, используются, закрепляются и развиваются при проведении преддипломной практики, выполнении курсовой работы и выпускной квалификационной работы.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ПК-1	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<p>Знает: основные определения о понятии графов: граф, матрица смежности, подграф, валентность вершин, пути, циклы, связность графа основные методы и алгоритмы решения задач на графах.</p> <p>Умеет: разработать программную реализацию выбранного алгоритма, произвести отладку программы и интерпретировать результаты ее работы; применять полученные теоретические знания для доказательства различных свойств графов и связанных с ними объектов.</p> <p>Владеет: навыками вычисления валентности вершин графа, строить подграфы; определение изоморфизма графов; определение Эйлера и Гамильтонова графа, планарного графа; решение задач о соединении городов, о назначении на должность;</p>
ПК-2	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<p>Знает: основные определения о понятии графов: граф, матрица смежности, подграф, валентность вершин, пути, циклы, связность графа, Эйлеров граф, Гамильтонов граф, изоморфизм, деревья, планарные и направленные графы, проблемы четырех и пяти красок, основные методы и алгоритмы решения задач на графах.</p> <p>Умеет: математически грамотно формулировать условия теорем и доказывать основные теоремы теории графов о матрицах смежности, об Эйлеровых графах, о Гамильтоновых циклах, об изоморфизме графов, о покрывающем дереве, о планарности графа;</p> <p>Владеет: методами нахождения путей, циклов, элементов связности графов; основными алгоритмами решения задач по теории графов.</p>

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часов: 16ч. Лекции, 32 ч. лаб., 24 ч. – СРС.

4.2. Структура дисциплины

Структура и содержание дисциплины «Прикладные задачи теории графов»

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль самост. раб.		
Модуль 1. Основные понятия о графах.									
1	История развития теории графов.	5	1	2		4		4	
2	Основные понятия. Классификация типов графов.	5	2,3	2		4		4	
3	Классические алгоритмы на графах и сетях.	5	4-9	4		8		4	
	<i>Итого по модулю 1:</i>	36	4-9	8		16		12	Контрольная работа №1
Модуль 3. Планарность и раскраски графов									
4	Связность и факторизации. Обходы графов.	5	10-14	2		4		4	
5	Планарность и раскраски графов	5	15, 16	2		4		4	
6	Перечисление и кодирование графов. Вопросы алгоритмической сложности.	5	17, 18	4		8		4	
	<i>Итого по модулю 2:</i>	36		8		16		12	Контрольная работа №2
	ИТОГО:	72		16		32		24	Зачет

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Модуль 1. Основные понятия о графах.

Тема1. История развития теории графов.

Возникновение понятия графа. Графы как модели при решении задач. Задача Эйлера о кенигсбергских мостах. Задача Гамильтона. Исследования деревьев Кирхгофом и Кэли. Мультиграфы, ориентированные графы и сети. Алгоритмы на графах и сетях. Современное состояние развития теории графов.

Тема2. Основные понятия. Классификация типов графов.

Основные определения и обозначения, связанные с графами, орграфами и мультиграфами. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства. Изоморфизм графов. Двудольные графы. Критерий двудольности графа. Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Бинарные деревья. Хранение и поиск информации в бинарных деревьях. Добавление и удаление элементов. Деревья, сбалансированные по высоте (AVL-деревья) и по весу. Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная связность. Характеризация двусвязных графов. Взаимное расположение двух блоков в графе. Дерево блоков и точек сочленения. Независимые множества вершин и ребер графа. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства. Теорема Галлаи.

Тема3.. Простейшие алгоритмы на графах и сетях.

Поиск по графу в ширину и глубину. Дерево поиска. Связь поиска в ширину с нахождением кратчайших цепей. Модифицированный алгоритм поиска в глубину. Поиск блоков в связном графе. Нахождение минимального остова: алгоритмы Прима и Краскала. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Остаточные сети, дополняющие пути и разрезы. Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона. Анализ работы алгоритма в случае целых и рациональных пропускных способностей. Случай иррациональных пропускных способностей. Пример Форда и Фалкерсона. Метод кратчайших путей.

Модуль 2. Планарность и раскраски графов

Тема1. Связность и факторизации. Обходы графов.

Наборы непересекающихся цепей, соединяющих два подмножества вершин графа (орграфа). Вершинная и реберная теоремы Менгера. Критерии вершинной и реберной k -связности графов (теорема Уитни). Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Достаточные условия гамильтоновости. Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи. Характеризация наибольших паросочетаний в терминах чередующихся цепей. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей и теоремой Холла. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и $(0,1)$ -матрицах. Алгоритм поиска наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе. Задача о назначениях. Критерий Татта существования 1-фактора в произвольном графе. Теоремы Петерсена о 2-факторах.

Тема2. Планарность и раскраски.

Плоские и планарные графы. Нормальные карты и эйлеровы многогранники. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Понятие геометрически двойственного графа. Раскраски вершин графов. Простейшие оценки хроматического числа. Теорема Брукса. Хроматические полиномы, их свойства. Нерешенные задачи о хроматических полиномах. Раскраски планарных графов и карт. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Вопросы 3-раскрашиваемости планарных графов. Теоремы Грецша и Грюнбаума. Реберные раскраски графов и мультиграфов. Теоремы Визинга и Шэннона. Хроматический индекс двудольного графа. Интервальные раскраски. Связь с задачами теории расписаний. Предписанные раскраски. Теорема Томассена о предписанной 5-раскрашиваемости плоских графов.

Тема3. Перечисление и кодирование графов. Вопросы алгоритмической сложности.

Перечисление и кодирование графов. Проблема изоморфизма. Кодирование деревьев. Код Прюфера. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев. Классы труднорешаемых задач на графах. Классы P, NP и NPC. Связь между задачами “Клика” и “Выполнимость”. NP-полнота задач “Изоморфный подграф”, “Независимость”, “Вершинное покрытие”, “Гамильтонов цикл”, “Гамильтонова цепь”, “3-раскрашиваемость”.

Темы лабораторных работ

Модуль 1.

Тема 1. История развития теории графов.

Тема 2. Основные понятия. Классификация типов графов.

Тема 3. Простейшие алгоритмы на графах и сетях.

Модуль 2.

Тема 1. Связность и факторизации. Обходы графов.

Тема2. Планарность и раскраски.

Тема3. Перечисление и кодирование графов. Вопросы алгоритмической сложности.

5. Образовательные технологии

Для эффективной реализации целей и задач ФГОС, для претворения компетентностного подхода в преподавании дисциплины «Прикладные задачи теории графов», используются следующие образовательные технологии и методы обучения:

Вид занятия	Технология	Цель	Формы и методы обучения
1	2	3	4
Лекции	Технология проблемного обучения	Усвоение теоретических знаний, развитие мышления, формирование профессионального интереса к будущей деятельности	Мультимедийные лекции-объяснение, лекция-визуализация, с привлечением формы тематической дискуссии, беседы, анализа конкретных ситуаций
Лабораторные занятия	Технология проблемного, модульного, дифференцирован-	Развитие творческой и познавательной самостоятельности, обеспечение индивиду-	Индивидуальный темп обучения. Инновационные интерактивные методы в обучении: использование Web-

	ного и активного обучения, деловая игра	ального подхода с учетом базовой подготовки. Организация активности студентов, обеспечение личностно-деятельного характера усвоения знаний, приобретения навыков, умений.	ресурсов для подготовки компьютерных презентаций, использование off-line (электронная почта) для обмена информацией, консультаций с преподавателем, работа с электронными пособиями, возможность самотестирования. Постановка проблемных познавательных задач. Методы активного обучения: «круглый стол», игровое производственное
Самостоятельная работа	Технологии концентрированного, модульного, дифференцированного обучения	Развитие познавательной самостоятельности, обеспечение гибкости обучения, развитие навыков работы с различными источниками информации, развитие умений, творческих навыков	Индивидуальные, групповые, интерактивные (в режимах on-line и offline).

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Виды самостоятельной работы обучающегося, порядок их выполнения и контроля, учебно-методическое обеспечение (возможно в виде ссылок) самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины.

6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение конспектов лекций и рекомендованной литературы.
2. Подготовка к опросу на практических занятиях
3. Решение задач и упражнений
4. Подготовка к коллоквиуму и контрольным работам
5. Поиск материала на интернет-форумах
6. Подготовка к экзамену

6.2. Порядок контроля:

1. опрос на практическом занятии
2. проверка выполнения домашних заданий и контрольных работ
3. Коллоквиумы
4. Зачет.

Раздел (модуль, тема)	Вид самостоятельной работы - практическое содержание	Контрольные сроки (в нед.) и вид контроля	Уч.-мет. обеспечение (указаны источники из списка основной литературы)
1	2	3	4
Модуль 1. Ос-	Исследования деревьев Кирхгофом и Кэли.	3 неделя	[1],[4];

новные понятия о графах.	Мультиграфы, ориентированные графы и сети. Алгоритмы на графах и сетях. Нахождение минимального остова: алгоритмы Прима и Краскала. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Остаточные сети, дополняющие пути и разрезы. Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона.	обучения. Проверка теоретических знаний на устном опросе 9 неделя обучения. Контрольная работа	http://citforum.ru/ [1], [2] http://www.cmpdoc.ru/ http://www.e-manual.ru/
Модуль 2. Планарность и раскраски графов	Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей и теоремой Холла. Теоремы Кенига. Классы труднорешаемых задач на графах. Классы P, NP и NPC. Связь между задачами “Клика” и “Выполнимость”. NP-полнота задач “Изоморфный подграф”, “Независимость”, “Вершинное покрытие”, “Гамильтонов цикл”, “Гамильтонова цепь”, “3-раскрашиваемость”.	16 неделя обучения. Проверка теоретических знаний на устном опросе 18 неделя обучения. Контрольная работа	[2],[3]; http://kovriguineda.ucoz.ru/index/0-4 [1] – [4]; интернет-сайты: http://www.cmpdoc.ru/ http://www.e-manual.ru/

Темы рефератов для самостоятельного выполнения:

Тема 1. Введение. Задача о кенигсбергских мостах. Электрические цепи. Гипотеза четырех красок. Теория графов для программиста.

Тема 2. Графы. Задача Рамсея.

Тема 3. Блоки. Графы блоков и графы точек сочленения.

Тема 4. Деревья. Химические деревья. Матроиды.

Тема 5. Связность. Графические варианты теоремы Менгера.

Тема 6. Разбиения. Графические разбиения.

Тема 7. Обходы графов. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы. Задача коммивояжера. Головоломки, связанные с графами.

Тема 8. Реберные графы. Тотальные графы.

Тема 10. Покрытия. Реберное ядро.

Тема 11. Планарность. Теорема Понтрягина-Куратовского. Характеризации планарных графов. Практические приложения планарных графов.

Тема 12. Раскраски. Теорема о четырех красках. Гомоморфизмы. Хроматический многочлен.

Тема 13. Матрицы. Матрица смежностей. Матрица инцидентностей. Матрица циклов. Матроиды.

Тема 14. Группы. Группы подстановок. Операции на группах подстановок. Графы с данной группой. Симметрические графы.

Тема 15. Перечисления. Теорема Пойа. Перечисление графов. Перечисление деревьев. Теорема перечисления степенной группы. Решенные и нерешенные задачи перечисления графов.

Тема 16. Орграфы. Орграфы и матрицы. Турниры.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ПК-1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	Знать: об основных понятиях и методах, используемых в современной теории графов; о многообразии задач, возникающих на графах и сетях, и алгоритмах их решения.	Выполнение лабораторных работ №1,2. Выполнение самостоятельных работ
ПК-1	Уметь: формулировать прикладные и теоретические задачи на языке графов и сетей, осуществлять подбор эффективных алгоритмов для их решения;	Выполнение лабораторных работ №3,4, устный опрос
ПК-1	Владеть: навыками постановки наиболее известных задач на графах и сетях и эффективными алгоритмы их решения.	Проработка тем модуля 1 (лабораторные работы 5-6).
ПК-2 способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	Знать: основные определения о понятии графов: граф, матрица смежности, подграф, валентность вершин, пути, циклы, связность графа, Эйлеров граф, Гамильтонов граф, изоморфизм, деревья, планарные и направленные графы, проблемы четырех и пяти красок, основные методы и алгоритмы решения задач на графах	Проработка тем модуля 2 Контрольная работа №1

ПК-2	<p>Уметь: применять полученные теоретические знания для доказательства различных свойств графов и связанных с ними объектов. математически грамотно формулировать условия теорем и доказывать основные теоремы теории графов о матрицах смежности, об Эйлеровых графах, о Гамильтоновых циклах, об изоморфизме графов, о покрывающем дереве, о планарности графа; проводить анализ и синтез структур систем; формулировать цели исследования и совершенствования функционирования систем; выполнять постановку и формализацию задач оптимизации и принятия решений при исследовании систем;</p>	Выполнение лабораторных работ №7,8, устный опрос
ПК-2	<p>Владеть: навыками вычисления валентности вершин графа, строить подграфы; определение изоморфизма графов; определение Эйлера и Гамильтонова графа, планарного графа; решение задач о соединении городов, о назначении на должность; методами нахождения путей, циклов, элементов связности графов; основными алгоритмами решения задач по теории графов. методологическими основами формирования изучения графов и их свойств при исследовании и построении систем.</p>	Проработка тем модуля 2 Контрольная работа №2 Выполнение самостоятельных работ

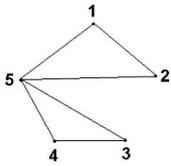
7.2. Типовые контрольные задания

ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

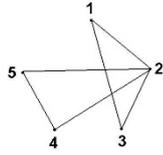
1. Граф задан своей матрицей смежности

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

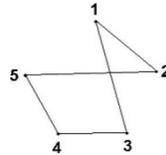
Его геометрическое изображение



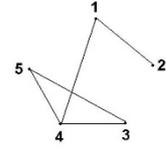
2)



3)

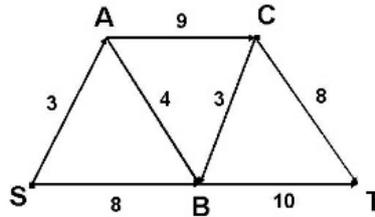


4)



1)

2. Кратчайшим путем между вершинами S и T в графе является



1) S-A-B-T

2) S-B-T

3) S-A-C-T

4) S-A-C-B-T

3. Граф, заданный списком ребер $M = \{(1,2), (1,4), (1,5), (1,6), (2,6), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5), (3,6), (4,5)\}$

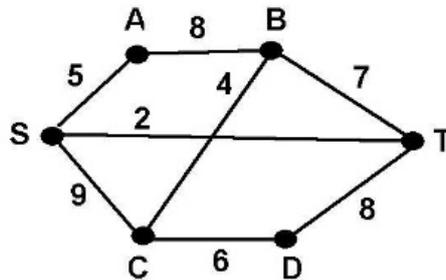
1) эйлеров, планарный

3) эйлеров, не планарный

2) не эйлеров, планарный

4) не эйлеров, не планарный

4. Максимальный поток в сети



1) 15

2) 14

3) 16

4) 13

5. Петлей называется:

- 1) Дуга, соединяющая три вершины
- 2) Дуга, соединяющая вершину саму с собой
- 3) Ребро, соединяющее две висячие вершины
- 4) Ребро, соединяющее вершину саму с собой

6. Что такое удаление дуги из графа?

- 1) Удаление всех вершин, инцидентных этой дуге, вместе с этой дугой
- 2) Удаление дуги, вершины остаются в графе
- 3) Удаление всех дуг, инцидентных данной дуге
- 4) Удаление всех дуг и вершин, инцидентных данной дуге

7. Что такое эксцентриситет вершины?

- 1) Расстояние от данной вершины до наиболее удаленной от нее
- 2) Расстояние от данной вершины до наиболее близкой от нее
- 3) Наибольшее расстояние между вершинами в графе
- 4) Наименьшее расстояние между вершинами в графе

Вопросы

Вопросы к зачету экзамена по курсу «Прикладные задачи теории графов» для студентов 3 курса ФМиКН направления ПМИИ, 6 семестр.

1. Основные определения и обозначения, связанные с графами, орграфами и мультиграфами. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства.

2. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.

3. Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Алгоритмы Прима и Краскала нахождения минимального остова.

4. Бинарные деревья. Хранение и поиск информации в бинарных деревьях. Добавление и удаление элементов. Деревья, сбалансированные по высоте (AVL-деревья) и по весу

5. Поиск по графу в ширину и глубину. Свойства дерева поиска. Связь поиска в ширину с кратчайшими цепями графа.

6. Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная k -связность. Характеризация двусвязных графов. Взаимное расположение двух блоков в графе. Дерево блоков и точек сочленения. Алгоритм поиска блоков.

7. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла.

8. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Остаточные сети, дополняющие пути и разрезы. Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона. Анализ работы алгоритма в случае целых и рациональных пропускных способностей. Метод кратчайших путей.

9. Наборы непересекающихся цепей, соединяющих два подмножества вершин графа (орграфа). Вершинная и реберная теоремы Менгера. Критерии вершинной и реберной k -связности графов (теорема Уитни).

10. Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера и алгоритм Флери. Достаточные условия гамильтоновости. Теоремы Дирака и Оре. Гамильтоновы циклы и задача коммивояжера.

11. Независимые множества вершин и ребер графа. Вершинные и реберные покрытия, факторы и паросочетания. Числовые параметры, связанные с независимостью и покрытиями, их свойства. Теорема Галлаи.

12. Наибольшие паросочетания и чередующиеся цепи. Характеризация наибольших паросочетаний в терминах чередующиеся цепей. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей и теоремой Холла.

13. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и $(0,1)$ -матрицах. Алгоритм нахождения наибольшего паросочетания и наименьшего вершинного покрытия в двудольном графе. Задача о назначениях.

14. Плоские и планарные графы. Нормальные карты и эйлеровы многогранники. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Понятие геометрически двойственного графа.

15. Раскраски вершин графов. Простейшие оценки хроматического числа. Теорема Брукса.

16. Раскраски планарных графов и карт. Теорема о четырех красках. Доказательство теоремы о пяти красках. Достаточные условия Грецша и Грюнбаума 3-раскрашиваемости плоских графов.

17. Хроматические полиномы, их свойства. Нерешенные задачи, связанные с хроматическими полиномами.

18. Раскраски ребер графов и мультиграфов. Теоремы Визинга и Шэннона. Хроматический индекс двудольного графа. Интервальные раскраски. Связь с задачами теории расписаний.

19. Предписанные раскраски вершин и ребер графов. Теорема Томассена о предписанной 5-раскрашиваемости плоских графов.

20. Перечисление и кодирование графов Проблема изоморфизма. Кодирование деревьев. Код Прюфера. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.

21. Труднорешаемые задачи на графах. Классы P, NP, NPC. Связь между задачами “Клика” и “Выполнимость”. Некоторые NP-полные задачи на графах (“Изоморфный подграф”, “Независимость”, “Вершинное покрытие”, “Гамильтонов цикл”, “3-раскрашиваемость” и другие).

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Общий результат складывается из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий – 10 баллов,
- выполнение текущих лабораторных заданий – 40 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 50 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 50 баллов,
- письменная контрольная работа - 50 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. Калитин Д.В. Основы дискретной математики. Теория графов [Электронный ресурс] : практикум / Д.В. Калитин, О.С. Калитина. — Электрон. текстовые данные. — М. : Издательский Дом МИСиС, 2017. — 67 с. — 978-5-906846-68-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78551.html>

2. Ильев В.П. Комбинаторные задачи на графах [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.П. Ильев. — Электрон. текстовые данные. — Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2013. — 80 с. — 978-7779-1668-6. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/24890.html>
3. Крупский, Владимир Николаевич. Теория алгоритмов : [учеб. пособие для студентов вузов] / Крупский, Владимир Николаевич, В. Е. Плиско. - М. : Академия, 2009. - 205,[3] с. - (Университетский учебник. Серия "Прикладная математика и информатика"/ отв. ред.: Ю.И.Димитриенко). - Допущено НМС по математике МО РФ. - ISBN 978-5-7695-5293-9 : 434-61.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Поздняков, Сергей Николаевич. Дискретная математика : учеб. для вузов / Поздняков, Сергей Николаевич, С. В. Рыбин. - М. : Академия , 2008. - 448 с. - (Высшее профессиональное образование. Информатика и вычислительная техника). - Допущено МО РФ. - ISBN 978-5-7695-3105-7 : 430-76.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
5. Кузнецов, Олег Павлович. Дискретная математика для инженера / Кузнецов, Олег Павлович. - 5-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2007. - 395 с. : ил. - ISBN 978-5-8114-0570-1 : 324-94.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) дополнительная литература:

1. Одинец В.П. Избранные главы теории графов [Электронный ресурс] / В.П. Одинец, В.А. Шлензак. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2009. — 504 с. — 978-5-93972-748-8. — Режим па: <http://www.iprbookshop.ru/16523.html>
2. Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учебник для вузов / Яблонский, Сергей Всеволодович. - Изд. 3-е, стереотип. - М. : Высшая школа, 2001. - 381 с. - ISBN 5-06-003951-X : 52-50.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
3. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов : учебник / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - СПб. : Питер, 2011, 2006, 2005, 2004, 2002, 2001. - Допущено МО РФ. - 140-00..
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
4. Гашков, Сергей Борисович. Арифметика. Алгоритмы. Сложность вычислений : учеб. пособие / Гашков, Сергей Борисович, Чубариков, Владимир Николаевич ; под ред. В.А.Садовниченко. - 2-е изд., перераб. - М. : Высш. шк., 2000. - 320 с. - Рекомендовано МО. - ISBN 5-06-003613-8 : 29-90.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

9. Перечень рекомендуемых ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. ЭБС IPRbooks: <http://www.iprbookshop.ru/> Лицензионный договор № 2693/17от 02.10.2017г. об оказании услуг попредоставлению доступа. Доступ открыт с с 02.10.2017 г. до 02.10.2018 по подписке(доступ будет продлен)

2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru договор № 55_02/16 от 30.03.2016 г. об оказании информационных услуг. (доступ продлен до сентября 2019 года).
3. Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [базаданных] / Даг. гос. ун-т. - Махачкала, г. - Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. - URL: <http://moodle.dgu.ru/> (дата обращения: 22.03.2018).
4. Доступ к электронной библиотеки на <http://elibrary.ru> основании лицензионного соглашения между ФГБОУ ВПО ДГУ и «ООО» «Научная Электронная библиотека» от 15.10.2003. (Раз в 5 лет обновляется лицензионное соглашение)
5. Национальная электронная библиотека <https://нэб.рф/>. Договор 101/НЭБ/101/НЭБ/1597 от 1.08.2017г. Договор действует в течении 1года с момента его подписания.
6. Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru/> (единое окно доступа к образовательным ресурсам).
7. Федеральное хранилище «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов» <http://school-collection.edu.ru/>
8. Российский портал «Открытого образования» <http://www.openet.edu.ru>
9. Сайт образовательных ресурсов Даггосуниверситета <http://edu.icc.dgu.ru>
10. Информационные ресурсы научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru> (доступ через платформу Научной электронной библиотеки elibrary.ru).
11. Федеральный центр образовательного законодательства <http://www.lexed.ru>
12. <https://www.msu.ru/resources/msu-ws1.html#mm> – доступ к ресурсам мехмата МГУ
13. <https://www.msu.ru/resources/msu-ws1.html#cm> – доступ к ресурсам ВМК МГУ
14. <https://www.linux.org.ru/forum/science>
20. <http://progbook.ru/matematika/558-lovas-prikladnye-zadachi-teorii-grafov-teoriya.html>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

- 1) Помимо выполнения лабораторных заданий рекомендуется решить все упражнения, предложенных к каждому практическому занятию.
- 2) Самостоятельная работа студентов заключается в решении всех разобранных на занятиях упражнений, материала учебника и соответствующих форумов интернет, решения всех заданий из индивидуальных лабораторных заданий, решения рекомендуемых задач, подготовки к сдаче промежуточных отчетов и зачета, и дополнительной работы в компьютерном классе самостоятельно.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

В аудитории должно быть установлено программное обеспечение, включающее операционную систему MS Windows XP (или более поздней версии) и редактор презентаций MS PowerPoint (версии 2002 или более поздней);

Аудитория должна быть оборудована настенным экраном или интерактивной доской.

Для проведения лабораторных занятий по учебной дисциплине необходима лаборатория на 12 рабочих мест. Каждое рабочее место должно быть оборудовано персональным компьютером.

Кроме того, на отдельных занятиях привлекается специализированное программное обеспечение - система компьютерной математики Mathematica.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Занятия проводятся в форме компьютерных презентаций, поэтому аудитория должна быть укомплектована следующим оборудованием:

портативным персональным компьютером класса «ноутбук» или «нетбук»; на нем должно быть установлено программное обеспечение, включающее операционную систему MS Windows XP (или более поздней версии) и редактор презентаций MS PowerPoint (версии 2002 или более поздней);

настенным экраном или интерактивной доской.

Для проведения лабораторных занятий по учебной дисциплине необходима лаборатория на 15 рабочих мест. Каждое рабочее место должно быть оборудовано персональным компьютером конфигурации IBM PC или совместимой с ней, двумя электрическими розетками для подключения системного блока и периферийных устройств и компьютерным столом для их размещения. Все компьютеры должны быть объединены в локальную сеть с возможностью доступа к ресурсам сети Интернет.