

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы оптимизации

**Кафедра прикладной математики факультета математики и
компьютерных наук**

**Образовательная программа
02.03.01 – Математика и компьютерные науки**

**Профиль подготовки
Математический анализ и приложения**

**Уровень высшего образования
*Бакалавриат***

**Форма обучения
*Очная***

Статус дисциплины: *Вариативный*

Махачкала, 2018

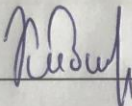
Рабочая программа дисциплины «Методы оптимизации» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 – Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) от 07.08.2014 г. №949

Разработчики:

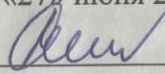
1. кафедра прикладной математики – Гаджиева Т.Ю. к. ф.-м. н., доцент;
2. кафедра прикладной математики – Лугуева А.С. – к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

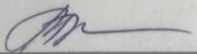
на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018 г.,
протокол №10

И. о. зав. кафедрой  Кадиев Р.И.

На заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук от «27» июня 2018 г., протокол №6

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа согласована с учебно-методическим управлением

«28» 06 2018 г. 

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина методы оптимизации входит в *вариативную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению 02.03.01 – Математика и компьютерные науки.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения классических экстремальных задач, а также знакомством с современными направлениями развития методов оптимизации.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1; профессиональных – ПК-7.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума и промежуточный контроль в форме зачета.

Объем дисциплины 4 зачетных единицы, в том числе по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия								Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе:								
	всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экзамен	
		всего	из них						
			Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
7	144	76	38		38			68	зачет

1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения курса «Методы оптимизации» - владение студентами умения разрабатывать методы решения задач в которых требуется определить значения таких параметров, которые доставляют функционалу его минимальное или максимальное значение встречающиеся в естествознании и во многих экономических задачах; закрепление студентами ряд понятий изученных в курсах.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Методы оптимизации» входит в *вариативную* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению 02.03.01 – Математика и компьютерные науки.

Курс «Методы оптимизации» вводится после изучения дисциплин алгебра, информатика, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Разработанные в курсе методы могут применяться при изучении отдельных тем курсов «Численные методы», «Дифференциальные уравнения», «Физика» и др.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Знает: формулировку и постановку классических задач нелинейного и линейного, целочисленного программирования; Умеет: использовать базовые знания для решения задач по методам оптимизации; Владеет: методами построения математических моделей задач на экстремум.
ПК-7	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний	Знает: основы построения оптимизационных задач и алгоритмы их решения; Умеет: использовать полученные фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии; при моделировании социальных задач и производственных процессов; Владеет: навыками решения практических задач

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические	Лабораторные	Контроль сам. раб.		
Модуль 1. Математическое программирование.									
1	Введение. Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами.	7	1	2				4	Индивидуальный фронталь-ный опрос, тестирование, проверка групп журнала ---
2	Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем. Формула Тейлора. Теорема Ферма.	7	2	4	4			4	
3	Теорема о полном дифференциале. Теорема об обратной функции.	7	3	2	2			4	---
4	Задачи без ограничений для функционалов.	7	4	2	2			6	Контрольная работа
	Итого по 1 мод.			10	8			18	
Модуль 2. Элементы выпуклого анализа									

5	Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.	7	5	2	4			6	---
6	Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.	7	6	2	2			4	
7	Некоторые численные методы решения задачи с ограничениями.	7	7	2	2			4	---
8	Элементы выпуклого анализа. Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.	7	8	2	2			4	Контрольная работа
	Итого по 2 мод.			8	10			18	
Модуль 3 Линейное программирование									
9	Выпуклые функции и их основные свойства. Выпуклое исчисление.	7	9		2			6	---
10	Задачи выпуклого программирования. Примеры.	7	10	2	2			4	---
11	Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода. Алгоритм симплекс-метода.	7	11	2	2			4	---

	Задачи.								
12	Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса	7	12	1	2			4	
13	Двойственные задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.	7	13	1	2			4	Контрольная работа Коллоквиум
	Итого по 3 мод.			8	10			18	
Модуль 4. Вариационное исчисление. Оптимальное управление.									
14	Уравнения Эйлера. Задача Больца. Изопериметрическая задача.	7	14	2	1			4	
15	Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.	7	15	2	1			4	
16	Задача с подвижными концами.	7	16	2	2			4	
17	Задачи со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.	7	17	2	2			2	
18	Задачи, зависящие от многих функций.	7	18	2	2			2	Контрольная работа Коллоквиум
	Итого по 4 мод.			10	8			18	
ИТОГО:				38	38			68	Зачет

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Модуль 1. Математическое программирование

Тема 1. Введение.

Исторический очерк. Основные понятия, связанные с экстремальными задачами. Предмет и объект курса МО как задачи математического программирования (МП). Математические модели экономических систем. Примеры их построения. Постановка задачи МП в общем виде. Классификация задач МП.

Тема 2. Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков.

Экстремальные задачи для функционалов. Их классификация. Точки локального и глобального экстремума. Дифференцируемость по Фреше операторов, функционалов, функций многих переменных. Примеры. Производные старших порядков. Формулы Тейлора. Дифференцируемость сложных операторов.

Тема 3. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем. Формула Тейлора. Теорема Ферма.

Теорема Ферма. Использование критерия Сильвестра при исследовании критических точек. Прямой метод испытания критических точек.

Тема 4. Теорема о полном дифференциале. Теорема об обратной функции.

Понятие об обратном отображении: функция одной переменной, линейное отображение, конечномерная теорема об обратном отображении. Необходимое условие экстремума в задаче на безусловный экстремум для функционалов. Достаточное условие.

Тема 5. Задачи без ограничений для функционалов.

Задача на безусловный экстремум для функционалов. Задачи математического программирования.

Модуль 2. Элементы выпуклого программирования

Тема 6. Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.

Метод множителей Лагранжа в задачах на условный экстремум. О достаточных условиях. Прямой метод испытания критических точек. Задача на условный экстремум.

Ограничения-равенства. Алгоритм решения задачи без ограничений для функций многих переменных.

Тема 7. Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.

Постановка задачи. Алгоритм решения задач с ограничениями типа неравенств.

Тема 8. Некоторые численные методы решения задачи с ограничениями.

Тема 9. Элементы выпуклого анализа.

Определения. Примеры. Операции над выпуклыми объектами. Теоремы отделимости.

Модуль 3 Линейное программирование.

Тема 10. Выпуклые функции и их основные свойства.

Выпуклые функции, множества. Их основные свойства. Теоремы отделимости. Неравенства Иенсена.

Тема 11. Теоремы двойственности и компактности. Выпуклое исчисление.

Субдифференциал. Основные свойства. Субдифференциал суммы и верхней оболочки функции

Тема 12. Задачи выпуклого программирования. Примеры.

Особенности задач выпуклого программирования. Регулярные задачи. Необходимое и достаточное условие экстремума. Теорема Куна-Таккера.

Тема 13. Задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.

Различные формы задачи линейного программирования. Основные задачи линейного программирования. Обоснование симплекс метода.

Тема 14. Алгоритм симплекс-метода. Задачи.

Достаточное условие оптимальности. Прямой симплекс-метод. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.

Тема 15. Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса

Базис и базисное решение. Критерий разрешимости. Метод искусственного базиса.

Тема 16. Транспортная задача.

Постановка транспортной задачи линейного программирования и ее разновидности (закрытая, открытая). Методы построения опорных планов для решения транспортной задачи ЛП. Условия невырожденности решения транспортной задачи ЛП. Метод потенциалов решения транспортной задачи.

Тема 17. Двойственные задачи линейного программирования. Их экономическая интерпретация.

Двойственность, признак оптимальности, методы решения задач линейного программирования. Теорема двойственности. Некоторые специальные задачи линейного программирования. Линейное программирование и матричные игры.

Модуль 4. Вариационное исчисление. Оптимальное управление.

Тема 18. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.

Методы нахождения экстремумов функционалов, определенных на подмножествах множества непрерывных функций. Основная лемма К.В.И. Лемма Дюбуа-Реймона. Простейшая задача К.В.И.

Тема 19. Задача Больца.

Необходимое условие локального экстремума. Условие стационарности. Условие трансверсальности.

Тема 20. Изопериметрическая задача.

Метод множителей Лагранжа в изопериметрической задаче. Необходимое условие экстремума.

Тема 21. Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

О достаточных условиях в вариационном исчислении. Задача Лагранжа.

Тема 22. Задача с подвижными концами.

Особенности задач с подвижными концами. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона. Понятие об условиях второго порядка Лежандра и Якоби.

Тема 23. Задачи со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.

Постановка задачи. Вывод уравнения Эйлера-Пуассона. Примеры.

Тема 24. Задачи, зависящие от многих функций.

Постановка задачи. Вывод уравнения Эйлера с помощью основных лемм вариационного исчисления.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Модуль 1. Математическое программирование

Тема 1. Производная по Фреше. Частные производные и производные высших порядков.

Экстремальные задачи для функционалов.. Точки локального и глобального экстремума. Дифференцируемость по Фреше операторов, функционалов, функций многих переменных. Примеры. Производные старших порядков.

Тема 2. Задачи без ограничений для функционалов.

Задача на безусловный экстремум для функционалов. Задачи математического программирования.

Тема 3. Гладкие задачи с ограничениями типа равенств.

Метод множителей Лагранжа в задачах на условный экстремум. Прямой метод испытания критических точек.

Тема 4. Правило множителей Лагранжа.

Задача на условный экстремум. Ограничения-равенства. Алгоритм решения задачи без ограничений для функций многих переменных.

Тема 5-6. Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.

Алгоритм решения задач с ограничениями типа неравенств.

Модель 2. Элементы выпуклого программирования

Тема 7. Элементы выпуклого анализа.

Примеры. Операции над выпуклыми объектами.

Тема 8-9. Задачи выпуклого программирования.

Регулярные задачи. Необходимое и достаточное условие экстремума. Теорема Куна-Таккера.

Модуль 3 Линейное программирование.

Тема 10. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.

Различные формы задачи линейного программирования. Примеры.

Тема 11. Алгоритм симплекс-метода. Задачи.

Прямой симплекс-метод.

Тема 12. Нахождение начального базисного решения. Метод исключения базиса

Базис и базисное решение. Критерий разрешимости. Метод искусственного базиса.

Тема 13-14. Двойственные задачи линейного программирования.

Двойственность, признак оптимальности, методы решения задач линейного программирования. Некоторые специальные задачи линейного программирования.

Тема 15-16. Первоначальный план перевозок

Метод северо-западного угла решения транспортной задачи. Метод наименьшей стоимости. Метод Фогеля.

Тема 17. Проверка оптимальности плана.

Вырожденные планы. Циклы и пополнение плана.

Тема 18. Метод потенциалов.

Построение системы потенциалов. Перераспределение поставок с помощью метода потенциалов.

Тема 19. Дельта метод решения транспортной задачи

Составлению оптимального плана перераспределения и перевозки продуктов с помощью дельта-метода.

Модуль 4. Вариационное исчисление. Оптимальное управление.

Тема 20. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.

Простейшая задача К.В.И.

Тема 21. Задача Больца.

Необходимое условие локального экстремума. Условие стационарности. Условие трансверсальности.

Тема 22. Изопериметрическая задача.

Метод множителей Лагранжа в изопериметрической задаче. Необходимое условие экстремума.

Тема 23. Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

Задача Лагранжа.

Тема 24. Задача с подвижными концами.

Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

5. Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение рекомендованной литературы.
2. Подготовка к контрольным работам.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к зачету.

№	Виды самостоятельной работы	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечения
1	Изучение рекомендованной литературы	Устный опрос по разделам дисциплины	См. разделы 6.2, 8,9 данного документа
2	Подготовка к отчетам по лабораторным работам	Проверка выполнения расчетов, оформления работы в лабораторном журнале и проработки вопросов к текущей теме по рекомендованной работе	См. разделы 6.2, 8,9 данного документа
4	Подготовка к коллоквиуму	Промежуточная аттестация в форме контрольной работы	См. разделы 6.2, 8,9 данного документа
5	Подготовка к зачету	Устный опрос, либо компьютерное тестирование	См. разделы 6.2, 8,9 данного документа

Текущий контроль: проверка домашних работ.

Промежуточная аттестация: контрольная работа, коллоквиум.

Текущий контроль успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу практических занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач для решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения домашних заданий.

Промежуточный контроль проводится в форме коллоквиума, в которых содержатся теоретические вопросы.

Итоговый контроль проводится либо в виде устного зачета, либо в форме тестирования.

Оценка «зачтено» ставится при достаточном выполнении требований к прохождению курса и владении конкретными знаниями по программе курса.

Оценка «незачтено» ставится, если требования к прохождению курса не выполнены и студент не может показать владение материалом.

6.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы, обучающихся по дисциплине.

Вопросы для самостоятельного изучения по конкретным разделам (модулям)

приведены в п. 7.2 настоящей Программы. Там же приведены типовые контрольные работы и вопросы к зачету по методам оптимизации.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	Знает: формулировку и постановку классических задач нелинейного и линейного, целочисленного программирования; Умеет: использовать базовые знания для решения задач по методам оптимизации; Владеет: методами построения математических моделей задач на экстремум.	Контрольные работы, зачет
ПК-7	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе	Знает: основы построения оптимизационных задач и алгоритмы их решения; Умеет: использовать полученные	Контрольные работы, экзамен

	и гуманитарных областях знаний	фундаментальные знания при решении теоретических и практических задач физики, техники, экономики, экологии; при моделировании социальных задач и производственных процессов; Владеет: навыками решения практических задач	
--	-----------------------------------	--	--

7.2. Типовые контрольные задания

Контрольная работа № 1

Найти производную функционала, если $X=C[0,1]$:

$$1. f(x) = \left(\int_0^1 x^2(t) \sin t dt \right)^3;$$

$$2. f(x) = \int_0^1 x^3(t) dt;$$

$$3. f(x) = \left(\int_0^1 x^2(t) dt \right)^3;$$

$$4. f(x) = x(0);$$

$$5. f(x) = \sin x(1).$$

Контрольная работа № 2

1. Решить задачу без ограничений

$$2x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - x_1x_2 + x_1 - 2x_3 \rightarrow \text{extr};$$

2. Решить задачу с ограничениями – равенствами

$$x_1x_2x_3 \rightarrow \text{extr}, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1, x_1 + x_2 + x_3 = 1.$$

3. Решить задачу с ограничениями типа неравенств

$$x_1^2 + 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \rightarrow \text{mir},$$

$$8x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 40, \quad -2x_1 + x_2 - x_3 = -3, \quad x_2 \geq 0$$

Контрольная работа № 3

Следующую задачу решить графическим и симплексным методами

$$2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 - x_2 \leq 4,$$

$$x_1 + x_2 \geq 8,$$

$$x_2 \leq 6.$$

Контрольная работа № 4

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x}^2 - x^2 + 4x \cos t) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$2. \int_0^1 (\dot{x}_1 \dot{x}_2 + x_1 x_2) dt + x_1(0)x_2(1) + x_1(1)x_2(0) \rightarrow \text{extl}.$$

$$3. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \text{extr}, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin t dt = 1, \quad x(0) = x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$4. \int_0^2 x dt \rightarrow \min, \quad |\ddot{x}| \leq 2, \quad x(0) + x(2) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0$$

Вопросы к зачету:

1. Производная по Фреше.
2. Частные производные и производные высших порядков.
3. Теорема суперпозиции. Теорема о среднем.
4. Формула Тейлора. Теорема Ферма.
5. Дифференцируемость операторов и функционалов.
6. Дифференциал суперпозиции.
7. Конечномерная теорема об обратном отображении.
8. Задачи на экстремум. Определение базовых понятий.
9. Необходимое и достаточное условие экстремума функционалов.

10. Основные два этапа решения задач на экстремум.
11. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
12. Достаточное условие экстремума функции многих переменных.
13. Выпуклые множества. Основные свойства.
14. Выпуклые функции.
15. Первая теорема отделимости.
16. Вторая теорема отделимости.
17. Свойства выпуклых функций.
18. Три особенности задачи выпуклого анализа.
19. Задача на безусловный экстремум для выпуклых функций.
20. Субдифференциал. Основные свойства.
21. Теорема Куна-Таккера.
22. Задачи выпуклого программирования. Примеры.
23. Задача линейного программирования. Основные свойства.
24. Симплекс. Метод решения задач линейного программирования.
25. Двойственность в линейном программировании.
26. Графический метод решения экстремальных задач.
27. Задача Больца, Бернулли. Изопериметрическая задача.
28. Пример полного исследования вариационной задачи на экстремум.
29. Лемма Дюбуа-Раймоне.
30. Задача о наименьшей поверхности вращения.
31. Задача о брахистохроне и ее решение.
32. Многомерный случай вариационных задач.
33. Некоторые случаи решения уравнения Эйлера.
34. Задача Лагранжа. Постановка задачи, формулировка теоремы.
35. Задача Дидоны.
36. Задача со старшими производными.
37. Постановка задачи оптимального управления. Связь с задачей Лагранжа.
38. Формулировка теоремы Понтрягина. Пример ее применения.
39. Простейшая задача о быстродействии.

Задания для самостоятельной работы студентов

В примерах задаем только выражения для функции f и не ставим знак « $\rightarrow \text{extr}$ ».

- а) x^2 , б) x^3 , в) $-x^4$.
- В эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вписать прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат, площадь которого наибольшая. $(a\sqrt{2}, b\sqrt{2})$.
- В шар радиуса R вписать цилиндр наибольшего объема. $(\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}R^3)$.
- В шар радиуса R вписать цилиндр с наибольшей площадью полной поверхности. $(\pi R^2 + \pi R^2 \sqrt{5})$.
- Около данного шара радиуса R описать конус наименьшего объема. $(\frac{8\pi}{3}R^3)$.
- Найти наибольший объем конуса с данной образующей l . $(\frac{2\pi}{9\sqrt{3}}l^2)$.
- Найти кратчайшее расстояние точки $M(p, p)$ от параболы $y^2 = 2px$. $(p(\sqrt[3]{2}-1)\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}})$.
- $x_1^2 + (x_2 - 1)^2$.
- $x_1^2 - (x_2 - 1)^2$.
- $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + x_2$.
- $x_1^2 \cdot x_2^2(6 - x_1 - x_2)$.
- $x_1^3 + x_2^3 - 3x_1x_2$.
- $x_1^4 + x_2^4 - x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2$.
- $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1 + 4x_2 - 6x_3$.
- $x_1 + \frac{x_2^2}{4x_1} + \frac{x_3^2}{x_2} + \frac{2}{x_3}$ ($x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0$).
- $x_1 \cdot x_2^2 \cdot x_3^3(a - x_1 - 2x_2 - 3x_3)$ ($a > 0$).
- $x_1 \cdot x_2^2 \cdot \dots \cdot x_n^n \cdot (1 - x_1 - 2x_2 - \dots - nx_n)$ ($x_1 > 0, \dots, x_n > 0$).
- $x_1 + \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_3}{x_2} + \dots + \frac{x_n}{x_{n-1}} + \frac{2}{x_n}$ ($x_1 > 0, \dots, x_n > 0$).
- $x_1x_2 + \frac{50}{x_1} + \frac{50}{x_2}$.
- $5x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 - 16x_1 - 12x_2$.
- $3x_1x_2 - x_1^2x_2 - x_1x_2^2$.
- Исследовать на экстремум квадратичную формулу от двух переменных $u(x) = a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + a_{22}x_2^2$.
- Исследовать на экстремум квадратичную формулу от двух переменных $v(x) = a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + b_1x_1 + b_2x_2$.

$$24. \quad 2x_1^2 + 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} 8x_1 - 3x_2 + 3x_3 \leq 40 \\ x_2 \geq 0, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 \leq -3 \end{cases}$$

$$25. \quad 3x_1^2 - 11x_1 - 3x_2 - x_3 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} x_1 - 7x_2 + 3x_3 + 7 \leq 0, \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2, \\ x_3 \geq 0, \end{cases}$$

$$26. \quad x_1 - 2x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \end{cases}$$

Решить следующие задачи линейного программирования:

$$27. \quad -2x_1 + 6x_2 - 5x_5 \rightarrow \text{mir}$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 20 \\ -x_1 - 2x_2 + x_4 + 3x_5 = 24 \\ 3x_1 - x_2 - 12x_5 + x_6 = 18 \\ x \geq 0. \end{cases}$$

$$28. \quad 2x_1 + x_2 \rightarrow \text{max}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 + 2x_2 \leq 7, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

$$29. \quad 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 + x_4 \rightarrow \text{max}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 24 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 22 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 10 \\ x \geq 0. \end{cases}$$

Найти решение следующих задач вариационного исчисления:

30. $\int_0^T \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^T x dt = 0, x(0) = 1;$
31. $\int_0^T \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^T x dt = 0, x(0) = 3;$
32. $\int_0^T \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^T x dt = \frac{1}{3}, x(T) = 1;$
33. $\int_0^T \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}, \int_0^T x \sin t dt = 1, x(0) = 0;$

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Мицель А.А. Методы оптимизации [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Мицель, А.А. Шелестов, В.В. Романенко. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2017. — 198 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/72127.html>. (13.06.18)

2. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач. М.: Изд-во МГУ, 1989. 204 с.

3. Загиров Н.Ш., Гаджиева Т.Ю. Методы оптимизации (методические указания по решению задач). Махачкала, Изд. ДГУ, 2014. 88 с.

б) дополнительная литература

1. Ренин С.В. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: сборник задач и упражнений / С.В. Ренин, Н.Д. Ганелина. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2011. — 54 с. — 978-5-7782-1688-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45389.html>. (13.06.18)

2. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. М.: Наука, 1984. 288 с.

3. Загиров Н.Ш., Ризаев М.К., Вариационное исчисление и методы оптимизации. Изд-во ДГУ, Махачкала, 2010.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Глебов Н.И., Кочетов Ю.А., Плясунов А.В. «Методы оптимизации». Учебное пособие. Новосибирск: НГУ, 2000. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>.
6. Ларин Р.М., Плясунов А.В., Пяткин А.В. Методы оптимизации. Примеры и задачи. Учебное пособие. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2009. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Перечень учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам, для подготовки к занятиям представлен в разделе «Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины».

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Важнейшей задачей учебного процесса в университете является формирование у студента общекультурных и профессиональных компетенций, в том числе способностей к саморазвитию и самообразованию, а также умений творчески мыслить и принимать решения

на должном уровне. Выработка этих компетенций возможна только при условии активной учебно-познавательной деятельности самого студента на всём протяжении образовательного процесса с использованием интерактивных технологий.

Такие виды учебно-познавательной деятельности студента как лекции, семинарские занятия и самостоятельная работа составляют систему вузовского образования.

Лекция является главным звеном дидактического цикла обучения в отечественной высшей школе. Несмотря на развитие современных технологий и появление новых методик обучения лекция остаётся основной формой учебного процесса. Она представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, разбор какой-либо узловой проблемы. Вузовская лекция ориентирована на формирование у студентов информативной основы для последующего глубокого усвоения материала методом самостоятельной работы, призвана помочь студенту сформировать собственный взгляд на ту или иную проблему.

При изучении дисциплины рекомендуется рейтинговая технология обучения, которая позволяет реализовать комплексную систему оценивания учебных достижений студентов. Текущие оценки усредняются на протяжении семестра при изучении модулей. Комплексность означает учет всех форм учебной и творческой работы студента в течение семестра.

Рейтинг направлен на повышение ритмичности и эффективности самостоятельной работы студентов. Он основывается на широком использовании тестов и заинтересованности каждого студента в получении более высокой оценки знаний по дисциплине.

Рейтинговый балл студента на каждом занятии зависит от его инициативности, качества выполненной работы, аргументированности выступления, характера использованного материала и т.д. Уровень усвоения материала напрямую зависит от внеаудиторной самостоятельной работы, которая традиционно такие формы деятельности, как выполнение письменного домашнего задания, подготовка к разбору ранее прослушанного лекционного материала, подготовка доклада и выполнение реферата.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных, семинарских и лабораторных занятий, компьютерные классы факультета и ИВЦ ДГУ. В университете имеется пакет необходимого лицензионного программного обеспечения.

При кафедре прикладной математики имеется студенческая научно-исследовательская лаборатория «Математическое моделирование».