#### МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

#### «ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «Внешние дифференциальные формы и некоторые их приложения»

Кафедра <u>дифференциальных уравнений и</u> функционального анализа факультета <u>математики и</u> компьютерных наук

> Образовательная программа: 01.04.01 Математика

Профиль подготовки: «Дифференциальные уравнения», «Математический анализ»

Уровень высшего образования: <u>магистратура</u>

> Форма обучения: *Очная*

Статус дисциплины: вариативная (по выбору)

Махачкала 2018

Рабочая программа дисциплины «Внешние дифференциальные формы и некоторые их приложения» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки <u>01.04.01</u> <u>Математика (уровень магистратуры)</u> от 17.08.2015г. № 827.

Разработчик: <u>кафедра дифференциальных уравнений и функционального</u> <u>анализа</u>, Насрулаев Ф. М-С., к. ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена: на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018 г., протокол № 10

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета <u>М и КН</u> от 27.06.2018г., протокол № 6

Председатель Оний Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « 29 » <u>июня</u> 2018г.

Начальник УМУ

**)** Гасангаджиева А.Г.

#### Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина Внешние дифференциальные формы и некоторые их приложения входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с алгеброй внешних форм, внешними дифференциальными формами, внешним дифференцированием, интегрированием внешней формы по сингулярному кубу и по цепи, формулой Стокса. Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

Общепрофессиональных – ОПК-2; профессиональных – ПК-1, ПК-3.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать фундаментальные понятия, связанные с внешними дифференциальными формами; уметь находить внешние дифференциалы и интегралы от внешних форм по цепи;

владеть элементами теории внешних дифференциальных форм для применения в математике и в области других естественнонаучных дисциплин.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.* 

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме контрольной работы и коллоквиума и промежуточного контроля в форме экзамена.

Семес	Учебн	ые заняти	Форма					
тр			промежуточной					
1	в том	числе			аттестации			
	Конта	ктная раб						
	Bce	числе						
	го			экзам				
		Лекц	Лаборатор	Практич	КСР	консульт	ен	
		ии	ные занятия	еские занятия		ации		
В	180	12		44			124	экзамен

#### 1. Цели освоения дисциплины

Владение элементами теории внешних дифференциальных форм и умение применять внешние дифференциальные формы при решении практических задач.

#### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина включена в вариативную часть образовательной программы по направлению *01.04.01 Математика*.

К исходным требованиям для изучения дисциплины относятся знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин: алгебра, геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения.

Знания по данному курсу необходимы при изучении других дисциплин и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

#### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Код компетенции из ФГОС ВО	Формулировка компетенции из ФГОС ВПО	Планируемые результаты обучения
ОПК-2	Обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знает: различные подходы к построению внешних форм; различные приемы нахождения внешних дифференциалов и интегралов от внешних форм.  Умеет: создавать модели явлений, процессов и конструкций в виде внешней формы или интеграла от внешней формы.  Владеет: методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов от внешних форм.
ПК-1	Обладать способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	Знает: определения и важнейшие свойства внешних форм, внешних дифференциалов и интегралов от внешних форм.  Умеет: анализировать существование внешних дифференциалов и интегралов от внешних форм, применять их в прикладных задачах.  Владеет: современными методами теории внешних дифференциальных форм.
ПК-3	Обладать способностью публично представить собственные новые научные результаты	Знает: формулировки основных теорем о свойствах внешних форм, о свойствах внешних дифференциалов и интегралов от внешних форм.  Умеет: доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем теории внешних дифференциальных форм путем построения соответствующих
		контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеет: достаточной информацией о современном уровне развития теории внешних дифференциальных форм в разделах публично представляемых научных результатов.

#### 4.Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

#### 4.2. Структура дисциплины

Пеоромия полголог			Аудит	орные з	анятия,	в том	г работа	Формы текущего контроля успеваемости
Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.	Самостоят работа	(по неделям семестра)  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
Модуль 1. Алгебра внешн	их форм	vi	Ĕ					
Всего по модулю 1	В		2	6			28	коллоквиум
1. Пространство внешних форм.			1	2				
2. Внешнее произведение.			1	4				
Модуль 2. Внешнее диффе	ренцир	ование						1
Всего по модулю 2	В		4	17			15	коллоквиум, контрольная работа
1. Внешние дифференциальные			2	9				
формы.								
2. Отображения пространства внешних форм.			2	8				
Модуль 3. Интегрирование	внешни	их дифф	реренци	альных ф	оорм			
Всего по модулю 3	В		4	15			17	коллоквиум, контрольная работа
1. Интегралы от форм в евклидовом пространстве.			2	7				
2. Интегралы от форм по цепи.			2	8				
Модуль 4. Теорема Стокса								

Всего по модулю 4	В		2	6			28	коллоквиум
1.Формула Стокса и			2	6				
приложения.								
Модуль 5. Промежуточная аттестация								
Экзамен								36
ИТОГО за семестр			12	44			88	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### ЛЕКЦИИ

#### Модуль 1. Алгебра внешних форм

Тема 1.Пространство внешних форм.

Сопряженные линейные пространства.

Внешние формы (1-формы, 2-формы, к -формы).

Полилинейные формы. Альтернация полилинейных форм. Альтернация тензоров.

Тема 2.Внешнее произведение.

Внешнее умножение и его свойства.

Внешнее произведение внешних форм. Пространство внешних форм данной степени и базис в нем.

#### Модуль 2. Внешнее дифференцирование

Тема 3. Внешние дифференциальные формы.

Касательные пространства. Дифференциальные 1-формы, дифференциальные k формы. Дифференциальные k -формы в  $R^n$ . Внешний дифференциал и его основные свойства.

Тема 4.Отображения пространства внешних форм.

Поведение дифференциальных форм при отображениях. Индуцированное отображение пространства внешних форм.

### **Модуль 3. Интегрирование внешних дифференциальных форм** Тема 5.Интегралы от форм в евклидовом пространстве.

Интеграл от внешней формы по сингулярному кубу.

Интеграл 1-формы по пути, Интеграл k -формы в k -мерном ориентированном евклидовом пространстве.

Тема 6.Интегралы от форм по цепи.

Понятие цепи. Интеграл от формы по цепи. Граница цепи. Модуль 4. Теорема Стокса

Тема 7. Формула Стокса и приложения.

Формула Стокса для цепи. Оператор проектирования. Теорема Пуанкаре и некоторые другие приложения.

#### ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

#### Модуль 1. Алгебра внешних форм

Тема 1.Пространство внешних форм.

Внешние формы (1-формы, 2-формы).

Полилинейные формы. Альтернация полилинейных форм.

Тема 2.Внешнее произведение.

Внешнее умножение и его свойства.

Внешнее произведение внешних форм. Пространство внешних форм данной степени.

#### Модуль 2. Внешнее дифференцирование

Тема 3. Внешние дифференциальные формы.

Дифференциальные 1-формы, дифференциальные k-формы. Дифференциальные k-формы в  $R^n$ .

Тема 4.Отображения пространства внешних форм. Поведение дифференциальных форм при отображениях.

### **Модуль 3. Интегрирование внешних дифференциальных форм** Тема 5.Интегралы от форм в евклидовом пространстве.

Интеграл от внешней формы по сингулярному кубу.

Интеграл 1-формы по пути. Интеграл к -формы в к -мерном ориентированном евклидовом пространстве.

Тема 6.Интегралы от форм по цепи.

Интеграл от формы по цепи. Граница цепи.

#### Модуль 4. Теорема Стокса

Тема 7. Формула Стокса и приложения.

Формула Стокса для цепи. Частные случаи.

#### 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

#### 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

- 1. Ефимов Н.В. Введение в теорию внешних форм. М.: Наука, 1977.
- 2. Спивак С. Математический анализ на многообразиях. С.-Пб.: Лань, 2008.

#### Перечень вопросов для самостоятельной работы

- 1. Внешние формы (1-формы, 2-формы, к-формы).
- 2. Внешнее умножение и его свойства.
- 3. Дифференциальные 1-формы, дифференциальные к-формы.
- 4. Интеграл 1-формы по пути. Интеграл к-формы в к-мерном ориентированном евклидовом пространстве.
- 5. Поведение дифференциальных форм при отображениях.
- 6. Цепи. Интеграл от формы по цепи.
- 7. Внешнее дифференцирование. Основные свойства.
- 8. Формула Стокса. Частные случаи.
- 9. Замкнутые формы и циклы.

Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

гефераты и доклады по темам для самостоятельн	им раооты
Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Модуль 1</i> . Алгебра внешних форм	<u> </u>
тобуно за запосори длошини форм	
1. Пространство внешних форм.	Доклад на тему:
	Внешние формы (1-формы, 2-формы,
	формы).
2. Внешнее произведение.	Доклад на тему:
	Внешнее умножение и его свойства.
Модуль 2. Внешнее дифференцирование	
1. Внешние дифференциальные формы.	Доклад на тему:
	Дифференциальные 1-формы, дифференциальные к- формы.

ном
_

## **7.** Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	Формулировка компетенции из ФГОС ВПО	Планируемые результаты обучения	Процедура оценивания
ОПК-2	Обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знает: различные подходы к построению внешних форм; различные приемы нахождения внешних дифференциалов и интегралов от внешних форм.  Умеет: создавать модели явлений, процессов и конструкций в виде внешней формы или интеграла от внешней формы.  Владеет: методами моделирования естественнонаучных задач в форме интегралов от внешних форм.	Коллоквиум, экзамен

Обладать способно		Коллоквиум,
К	стью Знает: определения и важнейшие свойства внешних форм, внешних	экзамен
интенсивной на	1 1	
исследовательской работе	внешних форм.	
	Умеет: анализировать существование внешних дифференциалов и интегралов от внешних форм, применять их в прикладных задачах.	
_ ``	Tagnar a analystnay nugurury dans	Коллоквиум, экзамен
	интенсивной нау исследовательской работе  Обладать способнос публично представ собственные новые	интенсивной научно исследовательской работе  Дифференциалов и интегралов от внешних форм.  Умеет: анализировать существование внешних дифференциалов и интегралов от внешних форм, применять их в прикладных задачах.  Владеет: современными методами теории внешних дифференциальных форм.  Обладать способностью публично представить собственные новые научные результаты  Знает: формулировки основных теорем о свойствах внешних форм, о свойствах внешних дифференциалов от внешних форм.  Умеет: доказывать существенность или необходимость исходных условий важнейших теорем теории внешних дифференциальных форм путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеет: достаточной информацией о современном уровне развития теории внешних дифференциальных форм в разделах публично

#### 7.2. Типовые контрольные задания

#### Примерный перечень вопросов к коллоквиуму

- 1. Внешние формы.
- 2. Внешнее умножение и его свойства.
- 3. Дифференциальные формы.
- 4. Интеграл в к-мерном ориентированном евклидовом пространстве.
- 5. Поведение дифференциальных форм при отображениях.
- 6. Цепи. Интеграл от формы по цепи.
- 7. Внешнее дифференцирование. Основные свойства.
- 8. Формула Стокса. Частные случаи.
- 7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%. Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий 10 баллов,
- участие на практических занятиях 20 баллов,
- коллоквиум 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

# **8.** Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины *а) основная литература:*

#### 1. Спивак, Майкл.

Математический анализ на многообразиях : учеб. пособие: [пер. с англ.] / Спивак, Майкл . - 2-е изд. - СПб. [и др.] : Лань, 2005. - 158 с. : ил. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 155. - Предм. указ.: с. 156-158. - ISBN 5-8114-0646-0 : 94-38.

#### 2. Ефимов, Николай Владимирович.

Введение в теорию внешних форм / Ефимов, Николай Владимирович. - М.: "Наука", 1977. - 87с.: ил.; 19см. - 0-15.

#### 3. Зорич, Владимир Антонович.

Математический анализ: [Учебник для ун-тов по спец. "Математика" и "Механика"]. Ч.1 / Зорич, Владимир Антонович. - М.: Наука, 1981. - 543 с.: ил.; 22 см. - Библиогр.: с. 536-537. Алф. указатель: с. 538-543. - 1-40.

4. Ефимов Н.В. Линейная алгебра и многомерная геометрия.

Учебник / Н. В. Ефимов ; Ефимов Н. В. - М. : Физматлит, 2005. - 464 с. - ISBN 978-5-9221-0386-5. **Местонахождение:** Российская государственная библиотека (РГБ) **URL:** 

http://нэб.pd/catalog/000199 000009 002707416/

- б) дополнительная литература:
  - 1. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: Наука, 1974.
  - 2. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. М.: Наука, 1969.
  - 3. Ж. де Рам. Дифференцируемые многообразия. М.:Ил, 1956.

#### 4. Арнольд, Владимир Игоревич.

Математические методы классической механики : [Учеб. пособие для ун-тов] / Арнольд, Владимир Игоревич. - 2-е изд., стереотип. - М. : Наука, 1979. - 431с. : ил. ; 22см. - ISBN 20302-007 : 1-20.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

### 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

- 1. Федеральный портал http://edu.ru:
- 2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ

http://elib.dgu.ru: http://edu.icc.dgu.ru:

#### 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий — подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

# 11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационносправочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

### 12.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.