

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

*Факультет математики и компьютерных наук*

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Обобщенные функции**

*Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
факультета математики и компьютерных наук*

Образовательная программа

**01.04.01 - Математика**

Профили подготовки:

**Дифференциальные уравнения, математический анализ**

Уровень высшего образования  
**магистратура**

Форма обучения  
**очная**

Статус дисциплины: **вариативная**

Махачкала, 2018

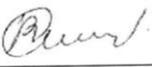
Рабочая программа дисциплины «**Обобщенные функции**» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 Математика (уровень магистратуры) от 17 августа 2015 г. № 827

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Меджидов З. Г., к. ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена: на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018 г., протокол № 10.

Зав. кафедрой  Сиражуудинов М.М.  
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018 г., протокол № 6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.  
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением

«29» июня 2018 г.  Гасангаджиева А.Г.

## Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины.....	4
1. Цели освоения дисциплины.....	5
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.....	5
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения.....	5
4. Объем, структура и содержание дисциплины. ....	6
5. Образовательные технологии.....	7
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.....	11
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины .....	14
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	21
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	22
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.	22
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.....	24
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине. ....	24

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Обобщенные функции» входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 - Математика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, относящихся к теории обобщенных функций и ее приложениям, как в самой математике, так и в других областях естествознания.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-2, профессиональных – ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия и самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости: в форме *контрольных работ и коллоквиумов*, промежуточный контроль в форме *зачета.*

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Се- местр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза- мен	Форма промежу- точной ат- тестации
	Все го	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с пре- подавателем						
		из них						
Лек- ции	Лабора- торные занятия	Практи- ческие занятия	КСР	Кон- суль- тации				
11	180	14		38	2		90+36 =126	Экзамен

## 1. Цели освоения дисциплины

Освоение дисциплины «Обобщенные функции» преследует следующие цели: расширение представления студентов о понятии функции путем введения обобщенных функций, изучение основных операций над обобщенными функциями, ознакомление с применениями обобщенных функций в дифференциальных уравнениях, уравнениях математической физики, физике, демонстрация эффективности применения обобщенных функций в прикладных задачах.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Дисциплина «Обобщенные функции» входит в вариативную часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 – Математика.

Дисциплина «Обобщенные функции» преподается на 6 курсе магистратуры факультета математики и компьютерных наук после изучения основных курсов математических дисциплин: математического анализа, алгебры и геометрии, дифференциальных уравнений и УЧП. Знание материала названных дисциплин необходимо для успешного освоения дисциплины «Обобщенные функции». Данная дисциплина позволяет придать математическую строгость различным физическим понятиям и явлениям.

Знания, умения и навыки, полученные в результате освоения данной дисциплины, окажут неоценимую помощь при написании выпускных квалификационных работ по соответствующей тематике.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-2	Способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	<b>Знает:</b> как выполнять операции над обобщенными функциями, как решать дифференциальные уравнения в пространстве обобщенных функций и совершать интегральные преобразования обобщенных функций. <b>Умеет:</b> формулировать задачи классического анализа на языке обобщенных функций, обосновывать результат. <b>Владеет:</b> методами постановки и решения задач математики и естествознания в пространстве обобщенных функций.
ПК-1	Способность к интенсивной научной рабо-	<b>Знает:</b> основные понятия и методы теории обобщенных функций;

те	<p><b>Умеет:</b> применять различные методы теории обобщенных функций для решения задач математической физики, представлять отдельные механические и физические величины и законы обобщенными функциями</p> <p><b>Владеет:</b> грамотной математической речью; основными математическими понятиями и методами.</p>
----	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетные единицы, 180 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации
				Лекции	Практич. занятия	Лаборат. занятия	Контр. сам. раб.	Самост. работа	
<b>Модуль 1. Обобщенные функции и действия над ними</b>									
1	Пространства основных и обобщенных функций одной переменной	11	1-2	1	2			6	<i>Устный опрос</i>
2	Дифференцирование обобщенных функций	11	3	1	2			6	
3	Обобщенные функции нескольких переменных			1	2			4	<i>Отчет</i>
4	Прямое произведение и свертка обобщенных функций	11	4-5	1	4			8	<i>Контрольная работа</i>
	<i>Итого по модулю 1</i>			<b>4</b>	<b>10</b>			<b>24</b>	<i>Коллоквиум</i>
<b>Модуль 2. Преобразование Фурье обобщенных функций</b>									
1	Обобщенные функции медленного роста	11	6-7	1	2			6	

2	Преобразование Фурье основных функций из пространства Шварца	11	8	1	2			4	
3	Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста	11	9-10	2	4			8	Контрольная работа
4	Преобразование Фурье обобщенных функций бесконечного порядка			1	2			8	Защита рефератов
	<i>Итого по модулю 2</i>			<b>5</b>	<b>10</b>			<b>26</b>	Контрольная работа
<b>Модуль 3. Преобразование Лапласа обобщенных функций</b>									
1	Преобразование Лапласа локально интегрируемых функций	11		1	4			10	Устный опрос
2	Преобразование Лапласа обобщенных функций	11		1	4			10	Отчет
	<i>Итого по модулю 3</i>			<b>2</b>	<b>8</b>			<b>20</b>	Коллоквиум
<b>Модуль 4. Применение обобщенных функций</b>									
1	Применение обобщенных функций в дифференциальных уравнениях	8	11-13	2	6		2	10	Защита контр. сам. работ
2	Применение обобщенных функций в физике	8	14-15	1	4			10	Отчет
	<i>Итого по модулю 4</i>			<b>3</b>	<b>10</b>			<b>20</b>	Коллоквиум
<b>Модуль 5. Промежуточная аттестация</b>									
	Экзамен							<b>36</b>	Экзамен
	<b>ИТОГО</b>			<b>14</b>	<b>38</b>		<b>2</b>	<b>126</b>	

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

##### Модуль 1. Обобщенные функции и действия над ними

##### Тема 1. Пространства основных и обобщенных функций одной переменной.

Пространства  $K$  и  $S$  основных функций. Линейные операции и сходимость в основных пространствах. Разбиение единицы. Умножение основной и бесконечно

дифференцируемой функций. Определение обобщенной функции бесконечного порядка. Линейная замена аргумента. Носитель обобщенной функции. Сходимость. Формулы Сохоцкого. Ряды в пространстве обобщенных функций. Теорема о полноте.

### *Тема 2. Дифференцирование обобщенных функций.*

Производная обобщенной функции. Связь между обычной и обобщенной производными. Почленная дифференцируемость рядов обобщенных функций. Первообразная. Существование первообразных высокого порядка.

### *Тема 3. Обобщенные функции нескольких переменных*

Пространства основных функций нескольких переменных. Пространства обобщенных функций нескольких переменных. Дифференцируемость. Теорема о существовании первообразной обобщенной функции нескольких переменных.

### *Тема 4. Прямое произведение и свертка обобщенных функций*

Прямое произведение обычных и обобщенных функций. Корректность определения. Свойства прямого произведения. Свертка обычных и обобщенных функций. Корректность определения и свойства. Случаи существования свертки обычных и обобщенных функций.

## **Модуль 2. Преобразование Фурье обобщенных функций**

### *Тема 5. Обобщенные функции медленного роста*

Обобщенные функции медленного роста. Структура обобщенных функций медленного роста с точечным носителем. Прямое произведение и свертка.

### *Тема 6. Преобразование Фурье основных функций из пространства Шварца*

Пространство  $S$ . Плотность в пространстве  $K$ . Пространство Шварца функций многих переменных. Преобразование Фурье функций пространства Шварца и его свойства. Формула обращения.

### *Тема 7. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста*

Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста и его свойства. Формула обращения и двойное преобразование Фурье.

### *Тема 8. Преобразование Фурье обобщенных функций бесконечного порядка*

Пространство  $Z$ . Пространство  $Z'$ . Преобразование Фурье обобщенных функций нескольких переменных.

## **Модуль 3. Преобразование Лапласа обобщенных функций**

### *Тема 9. Преобразование Лапласа обычных функций*

Преобразование Лапласа локально интегрируемых функций и его свойства.

### *Тема 10. Преобразование Лапласа обобщенных функций.*

Преобразование Лапласа обобщенных функций медленного роста и его свойства.

## **Модуль 4. Применение обобщенных функций**

### *Тема 11. Применение обобщенных функций в дифференциальных уравнениях*

Линейные дифференциальные уравнения и системы с бесконечно дифференцируемыми коэффициентами в пространстве обобщенных функций. Понятие обобщенного решения на данном множестве. Фундаментальное решение дифференциального оператора с постоянными коэффициентами. Метод нахождения. Выражение решения неоднородного уравнения через фундаментальное решение. Фундаментальные решения операторов математической физики.

### *Тема 12. Применение обобщенных функций в физике*

Задачи типа Коши в механике. Применение обобщенных функций в акустике. Линейные колебания в механике и физике.

## **4.3.2. Содержание лабораторно-практических занятий по дисциплине**

### **Модуль 1. Обобщенные функции и действия над ними**

#### *Тема 1. Пространства основных и обобщенных функций одной переменной.*

Пространства  $K$  и  $S$  основных функций. Линейные операции и сходимость в основных пространствах. Разбиение единицы. Умножение основной и бесконечно дифференцируемой функций. Определение обобщенной функции бесконечного порядка. Линейная замена аргумента. Носитель обобщенной функции. Сходимость. Формулы Сохоцкого. Ряды в пространстве обобщенных функций. Теорема о полноте.

#### *Тема 2. Дифференцирование обобщенных функций.*

Производная обобщенной функции. Связь между обычной и обобщенной производными. Почленная дифференцируемость рядов обобщенных функций. Первообразная. Существование первообразных высокого порядка.

#### *Тема 3. Обобщенные функции нескольких переменных*

Пространства основных функций нескольких переменных. Пространства обобщенных функций нескольких переменных. Дифференцируемость. Теорема о существовании первообразной обобщенной функции нескольких переменных.

#### *Тема 4. Прямое произведение и свертка обобщенных функций*

Прямое произведение обычных и обобщенных функций. Корректность определения. Свойства прямого произведения. Свертка обычных и обобщенных функций. Корректность определения и свойства. Случаи существования свертки обычных и обобщенных функций.

### **Модуль 2. Преобразование Фурье обобщенных функций**

#### *Тема 5. Обобщенные функции медленного роста*

Обобщенные функции медленного роста. Структура обобщенных функций медленного роста с точечным носителем. Прямое произведение и свертка.

#### *Тема 6. Преобразование Фурье основных функций из пространства Шварца*

Пространство  $S$ . Плотность в пространстве  $K$ . Пространство Шварца функций многих переменных. Преобразование Фурье функций пространства Шварца и его свойства. Формула обращения.

*Тема 7. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста*

Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста и его свойства. Формула обращения и двойное преобразование Фурье.

*Тема 8. Преобразование Фурье обобщенных функций бесконечного порядка*

Пространство  $Z$ . Пространство  $Z'$ . Преобразование Фурье обобщенных функций нескольких переменных.

### **Модуль 3. Преобразование Лапласа обобщенных функций**

*Тема 9. Преобразование Лапласа обычных функций*

Преобразование Лапласа локально интегрируемых функций и его свойства.

*Тема 10. Преобразование Лапласа обобщенных функций.*

Преобразование Лапласа обобщенных функций медленного роста и его свойства.

### **Модуль 4. Применение обобщенных функций**

*Тема 11. Применение обобщенных функций в дифференциальных уравнениях*

Линейные дифференциальные уравнения и системы с бесконечно дифференцируемыми коэффициентами в пространстве обобщенных функций. Понятие обобщенного решения на данном множестве. Фундаментальное решение дифференциального оператора с постоянными коэффициентами. Метод нахождения. Выражение решения неоднородного уравнения через фундаментальное решение. Фундаментальные решения операторов математической физики.

*Тема 12. Применение обобщенных функций в физике*

Задачи типа Коши в механике. Применение обобщенных функций в акустике. Линейные колебания в механике и физике.

## **5. Образовательные технологии**

При освоении дисциплины используются следующие сочетания видов учебной работы с методами и формами активизации познавательной деятельности магистров для достижения запланированных результатов обучения и формирования компетенций: лекции в виде дискуссии, командная работа на практическом занятии, опережающая самостоятельная работа, разбор кейсов и др.

Одной из первых лекций должна быть обзорная лекция о современном состоянии развития теории обобщенных функций.

По теме «Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста» целесообразно провести мастер-класс с приглашением специалистов по математическому анализу.

При изложении темы «Применение обобщенных функций в дифференциальных уравнениях» предполагается встреча со специалистами по дифференциальным уравнениям из ДГПУ и ДНЦ РАН.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Для успешного освоения отдельных разделов рекомендуется выполнить в письменном виде и сдать преподавателю по одной самостоятельной работе. Ниже приведены примерные варианты самостоятельных работ. При выполнении заданий рекомендуется использовать учебные пособия [1] – [6] из списка рекомендованной литературы (п. 8 настоящей Программы).

### 6.1. Примерные варианты самостоятельных работ по теме «Пространства основных и обобщенных функций»

#### Вариант-1

1. Доказать, что функция  $\varphi(x) = e^{-x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , принадлежит основному пространству  $S$ .
2. Доказать, что если непрерывная функция  $f$  обращается в нуль в области  $G$  в смысле обобщенных функций, то  $f(x) = 0$  для всех  $x \in G$ .
3. Доказать, что если функция  $f(x)$  имеет производную в классическом смысле, то она совпадает с производной в смысле обобщенных функций.
4. Доказать, что ряд  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(x - k)$  сходится в  $K'$  при любых  $a_k \in \mathbb{R}$ .
5. Доказать предельное соотношение (в  $K'$ ) при  $t \rightarrow +\infty$ :  $\frac{e^{ixt}}{x - i0} \rightarrow 2\pi i \delta(x)$ .
6. Доказать равенство:  $x^n \delta^{(n)}(x) = (-1)^n n! \delta(x)$ .
7. Пусть  $0 \leq a \leq b$ . Доказать, что
 
$$\theta(x-a) * \theta(x-b) = (x-a-b)\theta(x-a-b).$$

#### Вариант-2

1. Верно ли, что  $e^x \varphi(x) \in S(\mathbb{R})$  для  $\forall \varphi \in S$ ?
2. Доказать равенство  $\theta(x) \sin x * \theta(x) \cos x = \frac{1}{2} x_+ \cdot \sin x$ .
3. Доказать предельное соотношение (в  $K'$ ) при  $t \rightarrow +\infty$ :  $\frac{e^{-ixt}}{x - i0} \rightarrow 0$ .
4. Пусть  $|a_k| \leq A|k|^m + B$  для некоторого  $m > 0$  и  $\forall k = 0 \pm 1, \pm 2, \dots$ . Тогда тригонометрический ряд  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{ikx}$  сходится в  $K'(\mathbb{R})$ .
5. Доказать, что функционал  $(\delta, \varphi) = \varphi(0)$  сингулярен.

- Доказать равенство  $\theta(x)\sin x * \theta(x)\sin x = \frac{1}{2}[\theta(x)\sin x - x_+ \cdot \cos x]$ .
- Доказать, что если ряд  $\sum_{m=0}^{\infty} a_m \delta^{(m)}(x)$  сходится в  $K'$ , то все коэффициенты  $a_m$ , начиная с некоторого номера, равны нулю.

### Вариант-3

- Доказать предельное соотношение (в  $K'$ ) при  $t \rightarrow +\infty$ :  $\frac{e^{-ixt}}{x+i0} \rightarrow -2\pi i \delta(x)$ .
- Доказать, что если  $\varphi(x) \in S$ , то функции  $\varphi^{(n)}(x)$  для любого  $n \geq 0$  абсолютно интегрируемы на всей прямой  $\mathbb{R}$ .
- Доказать, что если последовательность  $\{\varphi_m(x)\}_1^{\infty} \subset K(R)$  сходится в пространстве  $K$  к функции  $\varphi$ , то  $a\varphi_n \xrightarrow{K} a\varphi$  для любой бесконечно дифференцируемой функции  $a$ .
- Доказать, что функция  $\frac{1}{\pi x} \sin \frac{x}{\varepsilon}$  стремится к  $\delta(x)$  при  $\varepsilon \rightarrow +0$ .
- Верно ли, что  $x^n \varphi(x) \in S(R)$ ,  $n \in N$  для  $\forall \varphi \in S$ ?
- Доказать равенство  $\theta(x)\cos x * \theta(x)\cos x = \frac{1}{2}[\theta(x)\sin x + x_+ \cdot \cos x]$ .
- Доказать, что если функция  $f(x)$  имеет производную в классическом смысле, то она совпадает с производной в смысле обобщенных функций.

### Вариант-4

- Доказать предельное соотношение (в  $K'$ ) при  $t \rightarrow +\infty$ :  $\frac{e^{ixt}}{x+i0} \rightarrow 0$ .
- Доказать, что ряд  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(x-k)$  сходится в  $K'$  при любых  $a_k \in R$ .
- Доказать, что если  $f_n(x) = \cos nx$ , то  $f_n^{(k)} \xrightarrow{K'} 0$ ,  $\forall k \geq 0$ .
- Доказать равенство  $x^n \delta^{(n)}(x) = (-1)^n n! \delta(x)$ .
- Пусть  $\varphi(x) \in K(R)$ ,  $\varphi(x) \geq 0$ ,  $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) dx = 1$ . Доказать, что  $\frac{1}{\varepsilon} \varphi\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \xrightarrow{K'} \delta(x)$  при  $\varepsilon \rightarrow +0$ .
- Пусть  $g(x)$  – локально интегрируемая функция,  $\alpha_i = const$ . Доказать, что равенство  $g(x) + \sum_{k=1}^n \alpha_k \delta(x-x_k) = 0$  (в  $K'$ ) имеет место тогда и только тогда, когда  $g(x) = 0$  (в  $K'$ ) и  $\alpha_k = 0, k = 1, \dots, n$ .
- Показать, что функционал  $(y', \varphi) = \int_0^{\infty} \lambda x^{\lambda-1} [\varphi(x) - \varphi(0)] dx$  является производной обобщенной функции  $y = x_+^{\lambda} = \begin{cases} x^{\lambda} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$ .

### Вариант-5

- Вычислить: а)  $\frac{d}{dx}\{x\}$ , где  $\{x\}$  – дробная часть  $x$ ; б)  $\frac{d}{dx}[x]$ , где  $[x]$  – целая часть  $x$ ; в)  $\frac{d}{dx}\theta(1-|x|)$ .
- Доказать предельное соотношение (в  $K'$ ) при  $t \rightarrow +\infty$ :  $\frac{e^{ixt}}{x-i0} \rightarrow 2\pi i\delta(x)$ .
- Показать, что функционал  $(y', \varphi) = \int_0^\infty \frac{1}{x} [\varphi(x) - \varphi(0)\theta(1-x)] dx$  является производной обобщенной функции  $y = \ln x_+ = \begin{cases} \ln x & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$ .
- Доказать, что функционалы  $\left(\mathcal{P}\frac{1}{x}, \varphi\right) = Vp \int_{-\infty}^\infty \frac{\varphi(x)}{x} dx$  и  $\left(\mathcal{P}\frac{1}{x^2}, \varphi\right) = Vp \int_{-\infty}^\infty \frac{\varphi(x) - \varphi(0)}{x^2} dx$  являются обобщенными функциями. Показать, что  $\mathcal{P}\frac{1}{x} \cdot x = 1$ ,  $\mathcal{P}\frac{1}{x^2} \cdot x^2 = 1$ ,  
 $\left(\mathcal{P}\frac{1}{x}\right)' = -\left(\mathcal{P}\frac{1}{x^2}\right)$ .
- Доказать, что  $\text{supp } f' \subset \text{supp } f$ ,  $f \in K'$ .
- Доказать формулу  $\theta(x)\cos x * \theta(x)\cos x = \frac{1}{2}[\theta(x)\sin x + x_+ \cdot \cos x]$ .
- Доказать, что  $\delta^b \xrightarrow{s'} \delta$  при  $b \rightarrow +\infty$ , где  $\delta^b(x) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{|\xi| < b} e^{ix \cdot \xi} d\xi$ ,  
 $x \cdot \xi = x_1\xi_1 + x_2\xi_2 + \dots + x_n\xi_n$ .

6.2. Другие виды самостоятельной работы, распределенные по темам, со ссылками на рекомендуемую литературу

Разделы (модули) и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<b>Модуль 1. Обобщенные функции и действия над ними</b>	
1. Дифференцирование обобщенных функций.	Доклады на темы: 1. Применение обобщенных производных при суммировании расходящихся рядов ([1], [2], [5]). 2. Разбиение единицы и его применение ([1], [2], [5]).
2. Прямое произведение и свертка обобщенных функций.	Доклады на темы: 1. Регуляризация обобщенных функций и ее применение ([3], [5]). 2. Случаи существования свертки обобщенных функций. Сверточная алгебра

	([1], [2], [5]).
<b>Модуль 2. Преобразование Фурье обобщенных функций</b>	
1. Обобщенные функции медленного роста.	Доклад на тему: «Некоторые специальные обобщенные функции»
2. Преобразование Фурье основных функций из пространства Шварца.	Решение задач и упражнений ([4], [7], [8], [10]).
3. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста	Доклад на тему: Обратное преобразование Фурье обобщенной функции. Формула обращения ([6], [9]).
<b>Модуль 3. Применение обобщенных функций</b>	
1. Фундаментальные решения дифференциальных операторов	Доклад на тему: фундаментальные решения операторов математической физики и их применения
2. Применение обобщенных функций в физике	Доклад на тему: применение обобщенной многоточечной задачи Коши в механике

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-2	Знает: как выполнять операции над обобщенными функциями, как решать дифференциальные уравнения в пространстве обобщенных функций и совершать интегральные преобразования обобщенных функций. Умеет: формулировать задачи классического анализа на языке обобщенных функций, обосновывать результат. Владеет: методами постановки и решения задач математики и естествознания в пространстве обобщенных функций.	Повторение постановок задач и их решения в классическом анализе, сравнение с аналогичными задачами в теории обобщенных функций. Проверка освоения в виде устного опроса и тестирования.
ПК-1	Знает: основные понятия и методы теории обобщенных функций; Умеет: применять различные методы теории обобщенных функций для ре-	Изучение тем дисциплины по лекциям, основной литературе [1] – [4], на практических занятиях

	<p>шения задач математической физики, представлять отдельные механические и физические величины и законы обобщенными функциями          Владеет: грамотной математической речью; основными математическими понятиями и методами.</p>	<p>решать задачи из книг [1], [2], [6]; выступления с докладами; круглый стол на тему «Обобщенная производная и ее применение».</p>
--	--	---

## 7.2. Типовые контрольные задания

### 7.2.1. Примерные темы рефератов по дисциплине:

- 1) Сверточная алгебра обобщенных функций  $K'_+$ . Уравнения в сверточной алгебре  $K'_+$
- 2) Преобразование Радона обобщенных функций и его применение.
- 3) Преобразование Хартли обобщенных функций и его применение.
- 4) Теория обобщенных функций вещественной переменной (секвенциальный подход).
- 5) Теория обобщенных функций вещественных переменных (секвенциальный подход).
- 6) Свертка и скалярное произведение обобщенных функций (секвенциальный подход).
- 7) Обобщенные функции и ряды Эрмита медленного роста.
- 8) Преобразование Гильберта обобщенных функций и его применения.
- 9) Преобразование Ханкеля обобщенных функций и его применения.
- 10) Пассивные системы и обобщенные функции.

### 7.2.2. Примерные контрольные вопросы для подготовки к зачету

1. Задачи, приводящие к необходимости введения обобщенных функций.
2. Пространства  $K^m$ ,  $K$ ,  $S$  основных функций. Сходимость. Примеры. Доказать, что  $K$  плотно в  $S$ .
3. Доказать, что если  $\varphi(x) \in S$ , то функции  $\varphi^{(n)}(x)$  для любого  $n \geq 0$  абсолютно интегрируемы на всей прямой  $R$ .
4. Теорема о существовании основной функции  $\varphi \in K$ , равной единице на заданном компактном множестве.
5. Определение обобщенной функции. Пространства обобщенных функций. Регулярные и сингулярные обобщенные функции.
6. Равенство обобщенных функций. Носитель о.ф. Умножение о.ф. на бесконечно дифференцируемую функцию.
7. Лемма дю Буа-Реймонда.
8. Линейная замена аргумента в обобщенной функции. Четность дельта-функции Дирака.
9. Производная о.ф. Корректность определения. Линейность и непрерывность. Связь с производной в обычном смысле.

- 10.Ряды обобщенных функций. Почленная дифференцируемость рядов о.ф.
- 11.Доказать, что если ряд, составленный из обычных функций, сходится в смысле обобщенных функций на каждом компакте, то его можно почленно дифференцировать любое число раз, и полученные ряды будут сходиться в  $K'$ .
- 12.Пусть  $|a_k| \leq A|k|^m + B$  для некоторого  $m > 0$  и  $\forall k = 0 \pm 1, \pm 2, \dots$ . Тогда тригонометрический ряд  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{ikx}$  сходится в  $K'(R)$ .
- 13.Дельтообразные последовательности.
- 14.Первообразная обобщенной функции. Теорема о существовании.
- 15.Первообразные высших порядков обобщенных функций. Теорема о существовании.
- 16.Прямое произведение обобщенных функций. Корректность определения.
- 17.Доказать, что если  $g \in K'(R^n)$ ,  $\varphi \in K(R^{n+m})$ , то функция  $\varphi(x) = (g(y), \varphi(x, y))$  принадлежит  $K(R^n)$ , причем справедлива формула  $D^\alpha \varphi(x) = (g(y), D_x^\alpha \varphi(x, y))$ .
- 18.Свойства прямого произведения о.ф.
- 19.Свертка обычных функций. Случай существования свертки.
- 20.Свертка обобщенных функций. Корректность определения и свойства.
- 21.Теорема о существовании свертки обобщенной функции с основной функцией.
- 22.Регуляризация обобщенных функций. Плотность пространства  $K$  в пространстве обобщенных функций  $K'$ .
- 23.Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье функций пространства Шварца. Примеры. Формула обращения преобразования Фурье.
- 24.Взаимная однозначность и непрерывность преобразования Фурье в пространстве Шварца.
- 25.Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Примеры и свойства.
- 26.Обратное преобразование Фурье обобщенных функций. Формула обращения.
- 27.Взаимная однозначность и непрерывность преобразования Фурье в пространстве  $S'$ .
- 28.Преобразование Фурье обобщенных функций с компактным носителем.
- 29.Преобразование Фурье свертки обобщенных функций.
- 30.Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с бесконечно дифференцируемыми коэффициентами в пространстве обобщенных функций и обобщенными неоднородностями.
- 31.Системы линейных дифференциальных уравнений с бесконечно дифференцируемыми коэффициентами и обобщенными неоднородностями.
- 32.Обобщенное решение неоднородного дифференциального уравнения на данном множестве.
- 33.Фундаментальное решение дифференциального оператора с постоянными коэффициентами.
- 34.Выражение решения неоднородного уравнения через фундаментальное решение.

35. Метод вариации постоянных нахождения частного обобщенного решения дифференциального уравнения.
36. Фундаментальное решение волнового оператора.
37. Фундаментальное решение оператора теплопроводности.
38. Фундаментальное решение оператора Лапласа.
39. Линейные колебания в механике. Применение обобщенных функций для решения задачи с начальными данными.
40. Решение двухточечной задачи для уравнения колебаний материальной точки.
41. Применение обобщенных функций в методах фильтрации и Фурье-синтеза обращения преобразования Радона.

7.2.3. Примерные варианты контрольных работ по теме «Пространства основных и обобщенных функций»

**Вариант-1**

1. Доказать, что функция  $\varphi(x) = \begin{cases} e^{-\frac{|ab|}{(x-a)(b-x)}} & \text{при } x \in (a, b), \\ 0 & \text{при } x \notin (a, b) \end{cases}$  принадлежит основному пространству  $K(\mathbb{R})$ .
2. Доказать, что если последовательность  $\{\varphi_m(x)\}_1^\infty \subset K(R)$  сходится в пространстве  $K$  к функции  $\varphi$ , то  $a\varphi_n \rightarrow a\varphi$  для любой бесконечно дифференцируемой функции  $a$ .
3. Доказать, что функционал  $(\delta, \varphi) = \varphi(0)$  сингулярен.
4. Доказать, что функционалы  $(P\frac{1}{x}, \varphi) = \text{Vp} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(x)}{x} dx$  и  $(P\frac{1}{x^2}, \varphi) = \text{Vp} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(x) - \varphi(0)}{x^2} dx$  являются обобщенными функциями. Показать, что  $P\frac{1}{x} \cdot x = 1$ ,  $P\frac{1}{x^2} \cdot x^2 = 1$ ,  $(P\frac{1}{x})' = -(P\frac{1}{x^2})$ .
5. Показать, что функционал  $(y', \varphi) = \int_0^\infty \lambda x^{\lambda-1} [\varphi(x) - \varphi(0)] dx$  является производной обобщенной функции  $y = x_+^\lambda = \begin{cases} x^\lambda & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$ .
6. Показать, что:  $\theta'(x) = \delta(x)$ ,  $\theta'(x-h) = \delta(x-h)$ ,  $\text{supp } \delta(x-h) = \{h\}$ .
7. Доказать, что если ряд  $\sum_{m=0}^\infty a_m \delta^{(m)}(x)$  сходится в  $K'$ , то все коэффициенты  $a_m$ , начиная с некоторого номера, равны нулю.

**Вариант-2**

1. Доказать, что функция  $\varphi(x) = \begin{cases} \sin^{m+1} \frac{x-a}{b-a} & \text{при } x \in [a, b], \\ 0 & \text{при } x \notin [a, b] \end{cases}$  принадлежит основному пространству  $K^m[a, b]$ .

2. Доказать, что если последовательность  $\{\varphi_m(x)\}_1^\infty \subset K(\mathbf{R})$  сходится в пространстве  $K$  к функции  $\varphi$ , то  $a\varphi_n \rightarrow a\varphi$  для любой бесконечно дифференцируемой функции  $a$ .
3. Доказать, что следующие функции стремятся к  $\delta(x)$  при  $\varepsilon \rightarrow +0$ :
- а)  $\frac{1}{2\sqrt{\pi\varepsilon}} e^{-\frac{x^2}{4\varepsilon}}$ , б)  $\frac{1}{\pi x} \sin \frac{x}{\varepsilon}$ .
4. Показать, что функционал  $(y', \varphi) = \int_0^1 [\varphi(x) - \varphi(0)\theta(1-x)] dx$  является производной обобщенной функции  $y = \ln x_+ = \begin{cases} \ln x & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$
5. Вычислить  $\frac{d^3}{dt^3}|t|$ .
6. Пусть  $g(x)$  – локально интегрируемая функция,  $\alpha_i = \text{const}$ . Доказать, что равенство (в  $K'$ )  $g(x) + \sum_{k=1}^n \alpha_k \delta(x - x_k) = 0$  имеет место тогда и только тогда, когда  $g(x) \stackrel{K'}{=} 0$  и  $\alpha_k = 0$ ,  $k=1, \dots, n$ .
7. Доказать равенство:  $x^n \delta^{(n+k)}(x) = (-1)^n \frac{(n+k)!}{k!} \delta^{(k)}(x)$

### Вариант-3

1. Доказать, что если  $\varphi(x) \in S$ , то функции  $\varphi^{(n)}(x)$  для любого  $n \geq 0$  абсолютно интегрируемы на всей прямой  $\mathbf{R}$ .
2. Доказать, что для того чтобы для функции  $\varphi \in K$  существовала  $\psi \in K$  такая, что  $\varphi = \psi'$  необходимо и достаточно, чтобы  $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) dt = 0$ .
3. Доказать, что следующие функции стремятся к  $\delta(x)$  при  $\varepsilon \rightarrow +0$ :
- а)  $\frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{x^2 + \varepsilon^2}$ , б)  $\frac{1}{\pi \varepsilon x^2} \sin^2 \frac{x}{\varepsilon}$ .
4. Доказать, что если  $f_n(x) = \cos nx$ , то  $f_n^{(k)} \rightarrow 0$ ,  $\forall k \geq 0$ .
5. Вычислить: а)  $\frac{d}{dx} \{x\}$ , где  $\{x\}$  – дробная часть  $x$ ; б)  $\frac{d}{dx} [x]$ , где  $[x]$  – целая часть  $x$ ; в)  $\frac{d}{dx} \theta(1 - |x|)$ .
6. Разложив функцию  $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4\pi}$  в ряд Фурье на отрезке  $[0, 2\pi]$  и дважды продифференцировав полученный ряд, доказать формулу

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{ikx} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(x - 2k\pi).$$

7. Пусть  $|a_k| \leq A|k|^m + B$  для некоторого  $m > 0$  и  $\forall k = 0 \pm 1, \pm 2, \dots$ . Доказать, что тогда тригонометрический ряд  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{ikx}$  сходится в  $K'(R)$ .

#### 7.2.4. Примерные варианты контрольных работ по модулю «Преобразование Фурье обобщенных функций»

##### Вариант-1

1. Найти преобразование Фурье обобщенной функции  $F[\theta(1 - |x|)x](\xi)$ .
2. Найти фундаментальное решение дифференциального оператора  $\frac{d^2}{dt^2} + \frac{d}{dt}$ .
3. В пространстве обобщенных функций найти общее решение дифференциального уравнения  $y' + xy = \delta$ .

##### Вариант-2

1. Найти преобразование Фурье обобщенной функции  $F\left[\text{sign} \frac{x-1}{2}\right](\xi)$ .
2. Найти фундаментальное решение дифференциального оператора  $\frac{d^2}{dt^2} - 2\frac{d}{dt} + 1$ .
3. В пространстве обобщенных функций найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + y = x_+$ .

##### Вариант-3

1. Найти преобразование Фурье обобщенной функции  $F\left[P \frac{1}{(x+1)^2}\right](\xi)$ .
2. Найти общее обобщенное решение дифференциального уравнения  $xf' = \text{sign } x + \delta$ .
3. Найти фундаментальное решение дифференциального оператора  $\frac{d^2}{dt^2} + \frac{d}{dt} - 2$ .

#### 7.2.5. Примерные задания тестов

##### Тест №1

1. Какие из приведенных ниже функционалов  $f$  являются обобщенными функциями (из  $K'$ ):

1)  $(f, \varphi) = \int_{-1}^{\infty} \varphi(x) dx$ ; 2)  $(f, \varphi) = \varphi(0) + 1$ ; 3)  $(f, \varphi) = |\varphi(1)|$ ; 4)  $(f, \varphi) = \varphi'(0)$ ;

5)  $(f, \varphi) = \varphi(0) - \varphi'(-1)$ ; 6)  $(f, \varphi) = \varphi(0) \cdot \varphi'(0)$ .

2. Вычислить:  $x\delta(x)$ .

1) 1; 2)  $x^2$ ; 3) 0; 4)  $\theta(x)$ .

3. Вычислить значения функционала  $\delta(-x)$  на функциях  $\varphi(x) \in K$ .

1)  $\varphi(0)$ ; 2)  $-\varphi(0)$ ; 3)  $\varphi(1)$ ; 4)  $-\varphi(1)$ .

4. Вычислить пределы в  $K'$  последовательности  $f_n(x) = \frac{1}{\pi} \frac{n}{\operatorname{ch} nx}$  обобщенных функций при  $n \rightarrow \infty$ .

1)  $\delta(x)$ ; 2) 0; 3) 1; 4)  $2\pi$ .

5. Пусть  $f_n(x) = \cos nx$ . Чему равен предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n'(x)$  в пространстве обобщенных функций.

1) 0; 2) не существует; 3) 1; 4)  $\sin x$ .

6. Вычислить  $x\delta^{(4)}(x)$ .

1)  $-4\delta^{(3)}(x)$ ; 2)  $3\delta^{(3)}(x)$ ; 3) 0; 4)  $-4\delta^{(5)}(x)$

7. Вычислить  $\theta(x) * x_+^3$ .

1)  $\frac{1}{4}x_+^4$ ; 2)  $4x_+^4$ ; 3) свертка не определена; 4) 0.

8. Найти преобразование Фурье  $F[\delta(x-2)](\xi)$ .

1)  $e^{-2i\xi}$ ; 2)  $e^{2i\xi}$ ; 3)  $e^{-2\xi}$ ; 4)  $e^{2\xi}$ .

9. Найдите фундаментальное решение дифференциального оператора  $\frac{d}{dt} - 1$ .

1)  $\theta(t)e^t$ ; 2)  $\theta(t)e^{-t}$ ; 3)  $\delta(t)$ ; 4)  $e^{-it}$ .

10. Выберите фундаментальное решение волнового оператора  $\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ .

$$1) \frac{1}{2} \theta(t - |x|); 2) \frac{1}{2} \theta(t + |x|); 3) 2\theta(t - |x|); 4) -\frac{1}{4\pi|x|}.$$

### 7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 50% и промежуточного контроля – 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий – 10 баллов,
- участие на практических занятиях – 10 баллов,
- коллоквиум – 40 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ – 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос – 50 баллов,
- письменная контрольная работа – 50 баллов.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### а) основная литература:

#### 1) Владимирова, Василий Сергеевич.

Уравнения математической физики : учебник для физ.-техн. спец. вузов. / Владимирова, Василий Сергеевич. - 5-е доп. - М : Наука, 1988. - 512 с. : ил. ; 22 см. - с.509-512. - ISBN 5-02-013769-X : 1-30.

#### 2) Владимирова, Василий Сергеевич.

Обобщенные функции в математической физике. / Владимирова, Василий Сергеевич. - 2-е испр, доп. - М : Наука, 1979. - 318 с. : ил. ; 22 см. - (Соврем. физ.-техн. проблемы.). - с.310-314.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

#### 3) Гельфанд И.М.

Обобщение функции и действия на них. / И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов. - Изд. 2-е. - М. : Госизд. физ.-мат. лит-ры, 1959. - 470с. - ([Обобщенные функции]. Вып.1).

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

#### 4) Гельфанд И.М.

Обобщение функции и действия на них. / И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов. - М. : Госизд. физ.-мат. лит-ры, 1958. - 439с.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

#### 5) Гельфанд И.М.

Пространства основных и обобщенных функций. / И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов. - М. : Госизд. физ.-мат. лит-ры, 1958. - 307с.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

6) **Кеч, В.**

Введение в теорию обобщённых функций с приложениями в технике / В. Кеч, П. Теодореску; пер. с рум. О.Е. Булгару под ред. Б.Е. Победри. - М. : Мир, 1978. - 518 с. - Библиогр.: с. 504-507. - Предм. указ.: с. 508-514. - 60-00.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

**б) дополнительная литература:**

7) **Гольдштейн, Владимир Михайлович.**

Введение в теорию функций с обобщенными производными и квазиконформные отображения / Гольдштейн, Владимир Михайлович, Решетняк, Юрий Григорьевич. - М.: Наука, 1983. - 284с. - 0-0.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

8) **Шилов Г.Е.** Математический анализ. Второй спец. курс. М.: Изд. МГУ, 1984.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

9) **Владимиров В.С.** и др. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1982.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

10) **Бремерман Г.**

Распределения, комплексные переменные и преобразования Фурье. : Пер с англ В.П. Павлова и Б.М. Степанова. / Г. Бремерман. - М. : Мир., 1968. – 276 с.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

11) **Асташова И.В.** Функциональный анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Асташова И.В.– Электрон. текстовые данные.– М.: Евразийский открытый институт, 2011.– 112 с.– Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11120.html>. – ЭБС «IPRbooks»

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Math.ru	www.math.ru	Сайт посвящён математике (и математикам. Этот сайт – для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. Тех, кого интересует зона роста современной науки математика.
2.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	<b>Студентам:</b> - запустить установленный у Вас математический пакет - выбрать в списке примеров, решенных в среде этого пакета, подходящий и решить свою задачу по аналогии; <b>Преподавателям:</b> - использовать математические пакеты для поддержки курса лекций.

			<p><b>Всем заинтересованным пользователям:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. можно ознакомиться с примерами применения математических пакетов в образовательном процессе.</li> <li>2. найти демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.</li> </ol>
3.	Математика	<a href="http://www.mathematics.ru">www.mathematics.ru</a>	учебный материал по различным разделам математики – алгебра, планиметрия, стереометрия, функции, графики и другие.
4.	Российское образование.	<a href="http://www.edu.ru">www.edu.ru</a>	федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.
5.	Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ	<a href="http://elib.dgu.ru">http://elib.dgu.ru</a> , <a href="http://edu.icc.dgu.ru">http://edu.icc.dgu.ru</a>	
6.	Общероссийский математический портал (Math-Net.Ru)	<a href="http://www.mathnet.ru">www.mathnet.ru</a>	Портал, предоставляет различные возможности в поиске информации о математической жизни в России Портал содержит разделы: журналы, видеотека, библиотека, персоналии, организации, конференции.

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Язык обобщенных функций (или распределений, как их еще называют в литературе) является основным языком многих современных направлений математики. Дисциплина «Обобщенные функции» способствует выработке этого языка у магистров. Поэтому творческое овладение этой дисциплиной особенно важно для тех, кто собирается продолжить учебу в аспирантуре по различным направлениям. Специфика дисциплины состоит в том, что здесь подвергаются пересмотру такие базовые понятия классического анализа, как предел, производная и др. Обобщение этих понятий не только расширяет круг решаемых задач, но и значительно упрощает решение этих задач, автоматизируя многие математические операции.

Систематическое изложение научных материалов, освещение главных тем данной дисциплины проводится в ходе лекционного курса. Изучение теоретического курса выполняется самостоятельно каждым студентом по итогам каждой из лекций, используя конспект лекций, учебники, представленные в разделе 8 «Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины», результаты контролируются преподавателем на практических занятиях.

Если возникают вопросы, следует обратиться на кафедру к преподавателю, согласно графику консультаций ведущего преподавателя. Обращаясь за консультацией, необходимо указать, каким учебником пользовались и какой раздел, глава, параграф вам не понятен.

Решения задач и самостоятельные работы по заданию (индивидуальному, где требуется) преподавателя сдаются в конце каждой зачетной единицы.

Для сдачи зачетной единицы «Дифференциальные уравнения в пространстве обобщенных функций» необходимо проанализировать лекционный материал с использованием источников литературы, предварительно повторить темы «Дифференциальные уравнения высокого порядка» и «Системы линейных дифференциальных уравнений».

Для подготовки к практическим занятиям нужно изучить соответствующий теоретический материал из следующих литературных источников, рекомендованных в п. 8: [1], [2], [5], [6].

Решать задачи и упражнения из учебных пособий и задачников: [1], [5], [6].

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине: «Обобщенные функции» необходимы:

**Системное программное обеспечение:** ОС Windows 7/8/10;

**Прикладное программное обеспечение:** MSOffice 2007/2010/2013;

**Сетевые приложения:** электронная почта, поисковые системы Google, Yandex.

### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Для проведения лекционных занятий на факультете необходима аудитория на 25-35 мест, оборудованная ноутбуком, экраном и цифровым проектором.