МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ:

«НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки

Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения:

очная

Статус дисциплины: *вариативная*

по выбору

Махачкала - 2018

Рабочая программа дисциплины **«Нелинейные дифференциальные уравнения»** составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки ***01.03.02 Прикладная математика и информатика*** *(уровень бакалавриат)* от 12.03.2015 г. №228

Разработчик: *кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа*, Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018 г., протокол № 10

Зав. кафедрой ______________ Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018г., протокол № 6

Председатель ______________ Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «_29_» июня 2018г.

Начальник УМУ Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина **"Нелинейные дифференциальные уравнения"** входит в вариативную часть дисциплин по выбору образовательной программы **бакалавриата** по направлению (специальности) **01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующей компетенции выпускника:

- способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям (ПК-1);
- способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2).

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические и лабораторные занятия, самостоятельная работа**.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **зачета**.

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в 108 академических часах по видам учебных занятий

<table>
<tr><td rowspan="5">Семестр</td><td colspan="8">Учебные занятия</td><td rowspan="5">Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен</td></tr>
<tr><td colspan="8">в том числе:</td></tr>
<tr><td rowspan="3">всего</td><td colspan="6">Контактная работа обучающихся с преподавателем</td><td rowspan="3">СРС, в том числе зачет</td></tr>
<tr><td rowspan="2">всего</td><td colspan="5">из них</td></tr>
<tr><td>Лекции</td><td>Лабораторные занятия</td><td>Практические занятия</td><td>КСР</td><td>консультации</td></tr>
<tr><td>5</td><td>108</td><td>26</td><td>10</td><td>6</td><td>10</td><td>-</td><td>-</td><td>82</td><td>зачет</td></tr>
</table>

1. Цели освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины "Нелинейные дифференциальные уравнения" является формирование ключевых компетенций (общенаучных, инструментальных, общепрофессиональных, профильно-специализированных) на основании углубленного изучения современных методов решения нелинейных уравнений в частных производных и практических навыков в решении и исследовании основных типов нелинейных дифференциальных уравнений

2.Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина "Нелинейные дифференциальные уравнения " входит в вариативную часть дисциплин по выбору математического и естественно - научного цикла.

Основными задачами изучения дисциплины " Нелинейные дифференциальные уравнения " являются развитие у студентов: •

собственного видения прикладного аспекта в строгих математических формулировках;

- навыков определения общих форм, закономерностей, инструментальных средств для групп дисциплин;
- навыков владения методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук;
- способностей к интенсивной научно-исследовательской и научноизыскательской деятельности;
- навыков самостоятельного построения целостной картины дисциплины;
- возможностей преподавания физико-математических дисциплин в высшей, средней школе и техникуме на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения.

Знания, умения и навыки, полученные студентами в результате усвоения материала по курсу «Нелинейные дифференциальные уравнения», могут быть использованы ими во всех видах деятельности в соответствии с ФГОС ВПО.

Для изучения дисциплины «Нелинейные дифференциальные уравнения» необходимо, чтобы студентами были усвоены дисциплины

- Математический анализ
- Дифференциальные уравнения
- Уравнения математической физики
- Функциональный анализ
- Методы вычислений
- Прикладные вопросы функционального анализа

Данная дисциплина служит основной для приобретения навыков, необходимых для написания магистерской диссертации.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ПК-1	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	Знает: основные понятия и результаты нелинейных дифференциальных уравнений. Владеет: основными методами и приемами применения нелинейных дифференциальных уравнений для составлении математических моделей Умеет: собирать, обрабатывать и применять их в профессиональной деятельности
ПК-2	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	Знает: основные понятия и результаты нелинейных дифференциальных уравнений. Владеет: основными методами и приемами применения нелинейных дифференциальных уравнений для составлении современных математических моделей Умеет: применять нелинейные дифференциальные уравнения в профессиональной деятельности

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов

Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетных единиц **108 часов**

№	**Раздел дисциплины**	**Всего**	**Виды учебной работы, включая сам.раб. студ-в и трудоемк. (в час.)**				**Экзамен**	**Формы текущ.контр. успевти. Форма промежут. аттестации**
			лек.	**пр. зан.**	**лаб**	**сам. раб.**		
Модуль 1.								
1	Тема 1. Стационарные нелинейные операторные уравнения	*18*	2	2	1	13		Контрольная работа

2	Тема 2. Функциональные пространства, используемые при изучении нестационарных задач	*18*	2	2	1	13		Контрольная работа
3	**Итого за модуль**	***36***	**4**	**4**	**2**	**26**		Коллоквиум
Модуль 2.								
4	Тема 3. Нестационарные нелинейные операторные уравнения. Метод монотонности	*18*	2	2	2	14		Контрольная работа
5	Тема 4. Метод слабой аппроксимации	*18*	2	2	2	14		Контрольная работа
6	**Итого за модуль 2**	***36***	**4**	**4**	**4**	**28**		
Модуль 3. Системы линейных дифференциальных уравнений								
7	Тема 5. Обратные задачи и методы их решения	***36***	2	2		28		Коллоквиум
8	**Итого за модуль 3**	***36***	**2**	**2**		**28**		
9	Подготовка к зачету							**зачет**
10	**ИТОГО**	**108**	**10**	**10**	**6**	**82**		

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

Модуль 1.

Тема 1. Стационарные нелинейные операторные уравнения .

1.1.Коэрцитивные операторные уравнения. Лемма об «остром угле».

1.2.Разрешимость операторного уравнения вида A(u)=h, где оператор A является коэрцитивным и слабо компактным.

1.3. Разрешимость нелинейных уравнений с монотонным оператором..

1.4. Разрешимость нелинейных уравнений с полуограниченной вариацией.

1.5. Сильная сходимость галеркинских приближений.

1.6. Краевые задачи как операторные уравнения в банаховых пространствах.

Тема 2. Функциональные пространства, используемые при изучении нестационарных задач.

2.1. Понятие абстрактной функции, непрерывность и дифференцируемость абстрактной функции.

2.2. Пространство $C^m(S,X)$ и его свойства. Аппроксимационная теорема Вейерштрасса.

2.3. Пространство $L_p(S,X)$ и его свойства.

2.4. Теорема о представлении функционала.

2.5. Некоторые специальные пространства с интегрируемыми производными.

Модуль 2.

Тема 3. Нестационарные нелинейные операторные уравнения. Метод монотонности.

3.1. Нелинейные параболические уравнения с монотонным оператором. Постановки задач.

3.2. Свойства оператора: коэрцитивность, семинепрерывность, ограниченность в нестационарном случае. Примеры

3.3. Теоремы разрешимости нелинейных операторных уравнений.

3.4. Нелинейные параболические уравнения с полуограниченной вариацией.

3.5. Задачи с краевыми и начальными условиями как операторные дифференциальные уравнения в банаховых пространствах.

Тема 4. Метод слабой аппроксимации.

4.1. Примеры, приводящие к понятию метода слабой аппроксимации. Формулировка метода слабой аппроксимации.

4.2. Первая теорема метода слабой аппроксимации.

4.3. Вторая теорема метода слабой аппроксимации.

4.4. Разрешимость задачи Коши для уравнения в частных производных.

4.5. Задача Коши для уравнения Бюргерса. Построение слабо аппроксимирующей задачи.

4.6. Теорема разрешимости задачи Коши для уравнения Бюргерса.

4.7. Вопросы разрешимости уравнения типа нестационарной фильтрации.

4.8. Применение метода расщепления для исследования разрешимости задач для интегро-дифференциальных уравнений.

Модуль 5.

Тема 5. Обратные задачи и методы их решения

5.1. Введение в теорию обратных задач. Примеры.

5.2. Обзор постановок обратных задач.

5.3. Виды условий переопределения и их физический смысл.

5.4. Преобразование Фурье и его свойства.

5.5. Методы сведения обратных задач к прямым задачам .

5.6. Обратная задача с неизвестной функцией источника. Постановка задачи. Переход к прямой задаче.

5.7. Теорема о разрешимости обратной задачи с неизвестной функцией источника.

5.8. Задача идентификации коэффициента при младшем члене параболического уравнения.

5.9. Теоремы единственности решения обратных задач.

4.4. Темы практических занятий

№ п/п	Тема дисциплины	Наименование практических занятий
1.	Стационарные нелинейные операторные уравнения (2ч)	1. Понятие оператора, операторного уравнения) 2. Свойства операторов 3. Построение галеркинских последовательностей, исследование их свойств
2.	Функциональные пространства, используемые при изучении нестационарных задач (2ч)	4. Определение и свойства простых функции, функции класса(S->X). 5. Понятие дифференцируемости функций класса (S->X), $C^m(S,X)$). пространство 6. Понятие измеримости и интегрируемости по Бохнеруфункций класса (S->X), пространство $L_p(S,X)$).
3.	Нестационарные нелинейные операторные уравнения. Метод монотонности (4ч)	7. Понятие и свойства нестационарных/эволюционных операторных уравнений 8. Свойства нестационарных операторов 9. Построение галеркинских последовательностей, исследование их свойств для эволюционных уравнений
4.	Метод слабой аппроксимации (4ч)	10. Примеры, приводящие к понятию метода слабой аппроксимации. 11. Понятие слабой аппроксимации, примеры. 12. Расщепление простых дифференциальных уравнений первого порядка, построение решений, сходимость. 13. Примеры расщеплений дифференциальных уравнений второго порядка, линеаризация .

5.	Обратные задачи и методы их решения (4ч)	14. Линейная обратная задача с неизвестным коэффициентомпри функции источника. Глобальная разрешимость. 15. Нелинейная обратная задача с неизвестным коэффициентом при младшем члене. Разрешимость в малом временном интервале. 16. Нелинейная обратная задача с неизвестным коэффициентом при производной по времени. Функция срезки. 17. Теорема единственности. 18. Ограниченность/стабилизация решения. Устойчивость.

4.5. Лабораторные работы (лабораторный практикум)

Лабораторные работы в компьютерных классах служат для самостоятельной работы студентов над учебными задачами с целью выработки и закрепления практических навыков по предмету «Нелинейные дифференциальные уравнения».

Лабораторные работы	Результаты лабораторной работы
Лаб. раб 1. Решение дифференциальных уравнения методом Эйлера.(2ч)	Реализация программы в MATLAB
Лаб. раб 2. Решение дифференциальных уравнения модифицированным методом Эйлера.(2ч)	Реализация программы в MATLAB
Лаб. раб 3. Решение дифференциальных уравнения методом Рунге-Кутта третьего порядка.(4)	Реализация программы в MATLAB
Лаб. раб 4. Решение дифференциальных уравнения методом Рунге-Кутта четвертого порядка (4ч)	Реализация программы в MATLAB
Лаб. раб 5 . Решение системы дифференциальных уравнения методом Эйлера.(4ч)	Реализация программы в MATLAB

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.

2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе. 5. Подготовка к зачету.

№ п/п	Раздел дисциплины	Самостоятельная работа зачетные единицы (часы)
1	Стационарные нелинейные операторные уравнения	12 часов. Теоремы единственности для операторных уравнений с коэрцитивным, слабо компактным, монотонным оператором. Сильная сходимость галеркинских приближений. [1,2,6,11]
2	Функциональные пространства, используемые при изучении нестационарных задач	12 часов. Понятие сопряженных, самосопряженных пространств. Основные функциональные неравенства. Лемма Гронуолла. [6]
3	Нестационарные нелинейные операторные уравнения. Метод монотонности	6 часов. Метод Фурье для волнового уравнения. Преобразование Фурье и его свойства. [9]
4	Метод слабой аппроксимации	Понятие компактного множества. Теорема Арцела. Расщепление различных дифференциальных уравнений. Доказательство сходимости решения линеаризованной задачи к решению исходной. [4-6]
5	Обратные задачи и методы их решения	24 часа. Исследование обратных задач для систем составного типа.

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Процедура оценивания
ПК-1	способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	Знает: основные понятия и результаты нелинейных дифференциальных уравнений. Владеет: основными методами и приемами применения нелинейных дифференциальных уравнений для составлении математических моделей Умеет: собирать, обрабатывать и применять их в профессиональной деятельности	Устный опрос
ПК-2	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	Знает: основные понятия и результаты нелинейных дифференциальных уравнений. Владеет: основными методами и приемами применения нелинейных дифференциальных уравнений для составлении современных математических моделей Умеет: применять нелинейные дифференциальные уравнения в профессиональной деятельности	Контрольная работа

7.2.Типовые контрольные задания Контрольные вопросы

1.Коэрцитивные операторные уравнения.

2. Лемма об «остром угле».

3. Разрешимость операторного уравнения вида A(u)=h, где оператор A является коэрцитивным и слабо компактным.

4. Разрешимость нелинейных уравнений с монотонным оператором..

5. Разрешимость нелинейных уравнений с полуограниченной вариацией.

6. Сильная сходимость галеркинских приближений.

7. Краевые задачи как операторные уравнения в банаховых пространствах.

8. Понятие абстрактной функции, непрерывность и дифференцируемость абстрактной функции.

9. Пространство $C^m(S,X)$ и его свойства. Аппроксимационная теорема Вейерштрасса.

10. Пространство L_p (S,X) и его свойства.

11. Теорема о представлении функционала.

12.. Некоторые специальные пространства с интегрируемыми производными.

13. Нелинейные параболические уравнения с монотонным оператором. Постановки задач.

14. Свойства оператора: коэрцитивность, семинепрерывность, ограниченность в нестационарном случае. Примеры

15. Теоремы разрешимости нелинейных операторных уравнений.

16. Нелинейные параболические уравнения с полуограниченной вариацией.

17. Задачи с краевыми и начальными условиями как операторные дифференциальные уравнения в банаховых пространствах.

18. Примеры, приводящие к понятию метода слабой аппроксимации. Формулировка метода слабой аппроксимации.

19. Первая теорема метода слабой аппроксимации.

20. Вторая теорема метода слабой аппроксимации.

21. Разрешимость задачи Коши для уравнения в частных производных.

22. Задача Коши для уравнения Бюргерса.

23. Построение слабо аппроксимирующей задачи.

24. Теорема разрешимости задачи Коши для уравнения Бюргерса.

25. Вопросы разрешимости уравнения типа нестационарной фильтрации.

26. Применение метода расщепления для исследования разрешимости задач для интегро-дифференциальных уравнений.

27. Введение в теорию обратных задач. Примеры.

28. Обзор постановок обратных задач.

29. Виды условий переопределения и их физический смысл.

30. Преобразование Фурье и его свойства.

31. Методы сведения обратных задач к прямым задачам .

32. Обратная задача с неизвестной функцией источника. Постановка задачи. Переход к прямой задаче.

33. Теорема о разрешимости обратной задачи с неизвестной функцией источника.

34. Задача идентификации коэффициента при младшем члене параболического уравнения.

35. Теоремы единственности решения обратных задач.

Примеры для самостоятельной работы

7.2.1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.

7.2.2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$

7.2.3. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.

7.2.4. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.

7.2.5. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.

7.2.6. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.

7.2.7. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.

7.2.8. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.

7.2.9. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.

7.2.10. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.

7.2.11. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, x(0) = 1$.

7.2.12. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.

7.2.13. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.

7.2.14. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.

7.2.15. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0{,}5y - 0{,}5x^3y$.

7.2.16. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$

7.2.17. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.

7.2.18. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = \ln(e + ax) - e^y$, $y' = bx + \operatorname{tg} y$.

7.2.19. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.

7.2.20. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$.

7.2.21. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.

7.2.22. Решить уравнение $x\frac{\partial u}{\partial x} + 3y\frac{\partial u}{\partial y} + 5z\frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

7.2.23. Найти решение уравнения $2^x\frac{\partial z}{\partial x} - 3^y\frac{\partial z}{\partial y} = 0$, удовлетворяющее условию

$z = 2x$ при $y = 1$.

7.2.24. Найти y_0, y_1, y_2, если $y' = x^2 - y^2, y(0) = 0$.

7.2.25. Решить систему $x' = -x + y + z, y' = x - y + z, z' = x + y - z$.

7.2.26. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' - (y')^2$. 27. Решить задачу Коши $x' = 4x - 5y, y' = x, x(0) = 1, y(0) = 0$

28. Решить задачу Коши $y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, z(0, y) = \frac{1}{y^2}$.

29. Решить задачу Коши $y'' - 4y' - 5y = x, y(0) = 1, y'(0) = 0$.

30. Решить систему $x' = y - 5\cos t, y' = 2x + y$.

31. Являются ли $\phi_1 = t^2 + 2xy, \phi_2 = y^2 - t^2x^2$ первыми интегралами системы уравнений $x' = -y, y' = y^2 - \frac{t}{x}$.

32. Решить уравнение $y''' - y'' = x + 2$.

33. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = 2x + by$.

34. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы $x' = -x + 2xy^2$, $y' = -y - 2x^2y$.

Тесты для самостоятельной работы

(для проверки остаточных знаний)

Тест №1

I. Семейство линий $y = Cx^3$ является общим решением дифференциального уравнение:

1) $xy' = 3y$; 2) $y^2 + y'^2 = 1$; 3) $x^2y' - xy = yy'$; 4) $y' = 3y^3$; 5) $y = e^{2/xy'y}$.

II. Выражение $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$ - общий интеграл дифференциального уравнения: 1)$xydx + (x+1)dy = 0$; 2) $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$; 3)$(x - y)dx + (x + y)dy = 0$; 4) $xy' + y = y^2$; 5) $y' = 10^{x+y}$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1)$(x + 2y - 1)dx + xdy = 0$; 2)$(x - y)dx + (x + y)dy = 0$; 3)$(x + y)dx + (y - 1)dy = 0$;

4)$(x^2 + y)dx - xydy = 0$; 5)$(1 - x)dx + (x + y)dy = 0$.

IV. Функция $\mu(x, y) = \dfrac{\quad}{x^2 + y^2}$ - интегрирующий множитель дифференциального уравнения:

1) $(x^2 - y)dx + x(y+1)dy = 0$; 2) $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$; 3) $(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$; 4) $xy^2(xy' + y) = 1$; 5) $(x^2 + 3\ln y)ydx = xdy$.

V. Дифференциальное уравнение $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$ имеет единственное решение при начальных условиях:

1) $x_0 = -1, y_0 < 0, y_0'$ - любое; 2) $x_0 = -1, y_0 > 0, y_0'$ - любое; 3) $x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1$; 4) $x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0$; 5) $x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0$.

VI. Функция $y = 0{,}25x^2$ является особым решением дифференциального уравнения:

1) $y = 2xy' - 4y'^2$; 2) $y = xy' - y'^2$; 3) $y = -xy' + 4y'$; 4) $x\sqrt{y'} - y = \ln y'$; 5) $x = y^2 + y'$.

VII. Уравнение $y'' - 2y' = 2e^x$ имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям $y(1) = -1, y'(1) = 0$:

1) $y = (7 - 3x)e^{x-2}$; 2) $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$; 3) $y = e^{2x} - 3e^x - 1$; 4) $y = e^{-x} - e + x - 1$; 5) $y = -2x^2 + 4x + 1$.

VIII. Выражение $y = x^2e^x$ - частное решение (возможно более низкого порядка) дифференциального уравнения:

1) $y'' - 4y' + 5y = 0$; 2) $y^{IV} + 2y' + y = 0$; 3) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$. IX. Система функций линейно зависима:

1) $x + 2, x - 2$; 2) $6x + 9, 8x + 12$; 3) $\sin x, \cos x$; 4) $1, x, x^2$; 5) e^x, e^{2x}, e^{3x}. X. Уравнением Эйлера является:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$; 4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x-2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XI. Функция $y = x^3$ является решением уравнение:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$; 4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x-2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XII. Функция $f(x, y)$ не удовлетворяет условию Липшица по y на прямой $y = -x$:

1) $f(x, y) = x^2 - y^2$; 2) $f(x, y) = x + y$; 3) $f(x, y) = x^2 + y^2$; 4) $f(x, y) = 1 + x + y$; 5) $f(x, y) = 1 + \sqrt{x + y}$.

XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения $y'' + 2xy = 0$ на $[20;45]$ удовлетворяет оценкам:

1) $0{,}5 < d < 1$; 2) $0{,}33 < d < 0{,}5$; 3) $0{,}2 < d < 0{,}3$; 4) $0{,}1 < d < 0{,}2$; 5) $0{,}31 < d < 0{,}33$.

XIV. Нулевое решение системы устойчиво:

1)$x' = x, y' = 2y$; 2)$x' = 2x, y' = y$; 3) $x' = -x, y' = y$; 4)$x' = -x, y' = -2y$; 5)$x' = x, y' = -y$;

XV. Особая точка (0,0) системы является седлом:

1)$x' = 3x, y' = 2x + y$; 2) $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$; 3) $x' = x, y' = 2x - y$; 4) $x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$; 5) $x' = 3x + y, y' = y - x$.

XVI. Выражение $z = f(x^2 + y^2)$ есть общее решение уравнения:

$y\frac{\partial z}{\partial x} + x\frac{\partial z}{\partial y} = 0$ 1); 2) $y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 3) ; 4) $2y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0$ $y\frac{\partial z}{\partial x} - 2x\frac{\partial z}{\partial y} = 0$;

5) $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

Тест №2 (для проверки остаточных знаний)

I. Функция $y = x + C\sqrt{1 + x^2}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнение:

1) $(xy - 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$; 2) $(xy + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$; 3)$(xy + 1)dx + (x^2 + 1)dy = 0$.

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = 2y$ имеют вид: 1) $xy = C$; 2) $y = C + x^2$; 3) $y = Cx^2$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1)$(x - y + 1)dx + (x + y)dy = 0$; 2) $xdy = (y + \sqrt{x^2 - y^2})dx$; 3)$(x + 2y)dx - (x + 1)dy = 0$.

IV. Заменой $z = y^{-1}$ к линейному приводится уравнение:

1) $y^3y' - xy = x$; 2) $y' + x^2y = xy^2$; 3) $y^2y' - xy = x^2$.

V. Последовательные приближения $y_0(x), y_1(x), y_2(x)$ в задаче Коши $y' = x - y^2, y(0) = 0$ имеют вид: $\frac{x^2}{2}$, $y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{\ }$; 2) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}$, $y_2(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{\ }$;

1) $y_0(x) = 0, y_1(x) =$

2 2 10 2 2 20 $\frac{x^2}{\ }$, $y_2(x) = \frac{x^2}{\ } + \frac{x^4}{\ }$.

3) $y_0(x) = 0, y_1(x) =$

2 2 20

VI. Общим решением уравнения $y''' - \frac{1}{x}y'' = 0$ является:

1) $y = x^2 + C_1x + C_2$; 2) $y = C_1x + C_2$; 3) $y = C_1x^2 + C_2x + C_3$.

VII. Определитель Вронского системы функций $5, \cos^2 x, \sin^2 x$ равен:

1)1; 2)-1; 3)0.

VIII. Уравнение не является уравнением в полных дифференциалах: 1) $(x+y)dx + (x-y+1)dy = 0$; 2) $(2x+y)dx + (x-3y+4)dy = 0$;

3) $\left(1+\frac{y}{x}\right)dx + \left(1-\frac{y-1}{x}\right)dy = 0$.

IX. Функции $y_1 = e^{2x}$, $y_2 = e^{-2x}$ образуют фундаментальную систему решений уравнения:

1) $y'' + 4y = 0$; 2) $y'' - 4y = 0$; 3) $y'' - 2y = 0$.

X. Функция $y = x^2$ является частным решением уравнения:

1) $x^3y''' - xy' - 3y = -5x^2$; 2) $x^3y''' - xy' - 3y = x^2$; 3) $x^3y''' + xy' - 3y = x^2$.

XI. Общим решением системы $\frac{dx}{dt} = x\sin t$, $\frac{dy}{dt} = xe^{\cos t}$ является:

1) $x = C_1e^{\cos t}$, $y = C_1t + C_2$; 2) $x = C_1e^{-\cos t}$, $y = C_1t + C_2$; 3) $x = C_1e^{-\cos t}$, $y = C_1 + C_2t$.

XII. Соотношение $\varphi = t^2 + 2xy$, является первым интегралом системы уравнений:

1) $\frac{dx}{dt} = -y$, $\frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - t}{x}$; 2) $\frac{dx}{dt} = 2y$, $\frac{dy}{dt} = 2x$; 3) $\frac{dx}{dt} = x - y$, $\frac{dy}{dt} = y - 4x$.

XIII. Выражение $x = C_1e^{-t}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} + C_2e^{-t}\begin{pmatrix}2t\\2t-1\end{pmatrix}$ есть общее решение системы:

1) $\frac{dx}{dt} = Ax$, $x = \begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix}1 & -2\\2 & 2\end{pmatrix}$; 2) $\frac{dx}{dt} = Ax$, $x = \begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix}1 & -2\\2 & 3\end{pmatrix}$;

3) $\frac{dx}{dt} = Ax$, $x = \begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix}1 & -2\\2 & -3\end{pmatrix}$.

XIV. Решения системы $\frac{dx}{dt} = -x + \alpha y$, $\frac{dy}{dt} = \alpha x - y$ асимптотически устойчивы,

если:

1) $-2 < \alpha < -1$; 2) $1 < \alpha < 2$; 3) $-1 < \alpha < 1$.

XV. Функция $V(x, y)$ является знакоопределённой:

1) $V(x,y) = x^2 + y^2$; 2) $V(x,y) = (x+y)^2$; 3) $V(x,y) = x^2 - y^2$.

XVI. Положение равновесия системы уравнений устойчивый узел:

1) $\frac{dx}{dt} = x$, $\frac{dy}{dt} = x + 2y$; 2) $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y$, $\frac{dy}{dt} = x - 4y$; 3) $\frac{dx}{dt} = 2y$, $\frac{dy}{dt} = 2x + 3y$.

XVII. Функция $z = x^3 + y^2 + 1$ есть решения уравнения:

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$ $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ 1) ; 2) ; 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$.

XVIII. Расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \pi^2 y = 0$ равно:

1) 2; 2) 1; 3) 0,5.

Тест №3

(для проверки остаточных знаний)

I. Функция $y = Cx + \sqrt{1 + C^2}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнение: 1) $y + xy' = \sqrt{1 + y'^2}$; 2) $y - xy' = \sqrt{1 + y'^2}$; 3) $y - xy' = \sqrt{1 + y'^2}$.

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = -y$ имеют вид: 1) $y = Cx$; 2) $y = C + x$; 3) $xy = C$.

III. Дифференциальное уравнение является линейным: 1) $y = xy' + 1$; 2) $y = xy' + y^2$; 3) $yy' = x$.

IV. Решением дифференциального уравнения $y' + y = 2$ являются: 1) $y = x$; 2) $y = 2$; 3) $y = -2$.

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $x^2\sqrt{-y^2}dx + xdy = 0$; 2) $\sqrt{x^2 - y^2}dx + dy = 0$; 3) $\sqrt{x^2 - y^2}dx + xydy = 0$.

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

1) $(y^2 + 1)dx - xdy = 0$; 2) $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$; 3) $(x - y)dx + (-x + y)dy = 0$.

VII. Функция $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$ - является интегрирующим множителем уравнения:

1) $\left(1 + \frac{y}{x}\right)dx + \left(2xy + \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}\right)dy = 0$; 2) $\left(1 - \frac{y}{x}\right)dx + \left(2xy + \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}\right)dy = 0$;

3) $\left(1 - \frac{y}{x}\right)dx + \left(2xy - \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}\right)dy = 0$.

VIII. Функция линейно зависима:

1) $1, x$; 2) $\sin x, \cos x$; 3) $\sin^2 x, \cos^2 x$.

IX. Функции $y_1 = e^x$, $y_2 = e^{-x}$ образуют фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения:

1) $y'' - y = 0$; 2) $y'' + y = 0$; 3) $y'' - 4y = 0$.

X. Особая точка (положение равновесия) системы уравнения является седлом:

1) $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$; 2) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$; 3) $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$.

XI. Сколько особых точек (положений равновесия) имеет система уравнений

- $\frac{dx}{dt} = x2 - y2 - 5,\ \frac{dy}{dt} = x2 + y2 - 13$:

1) 2; 2) 3; 3) 4.

XII. Функция $V(x, y)$ является знакопостоянной:

1) $V(x, y) = x^4 + y^4$; 2) $V(x, y) = (x - y)^2$; 3) $V(x, y) = x^2 - y^2$.

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \frac{\pi^2}{4} y = 0$ равно:

1) 2; 2) 3; 3) 0,5.

XIV. С помощью функции $V(x, y) = x^2 + y^2$ можно установит неустойчивость тривиального решения системы:

1) $x' = -x, y' = -y$; 2) $x' = -x + 2y, y' = -2x - y$; 3) $x' = x - y, y' = -x + y$.

XV. Особая точка системы $\frac{dx}{dt} = x(x + y - 2),\ \frac{dy}{dt} = y(1 - x)$ является фокусом:

1)$O_1(0,0)$; 2)$O_2(1,1)$; 3)$O_3(2,0)$.

XVI. Функция $u(x, y) = \ln x + \ln y$ является решением уравнения:

1) $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 2$; 2) $y\frac{\partial u}{\partial x} + x\frac{\partial u}{\partial y} = 1$; 3) $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 1$

Вопросы к зачету

1.Коэрцитивные операторные уравнения.

2. Лемма об «остром угле».
3. Разрешимость операторного уравнения вида A(u)=h, где оператор A является коэрцитивным и слабо компактным.
4. Разрешимость нелинейных уравнений с монотонным оператором..
5. Разрешимость нелинейных уравнений с полуограниченной вариацией.
6. Сильная сходимость галеркинских приближений.
7. Краевые задачи как операторные уравнения в банаховых пространствах.
8. Понятие абстрактной функции, непрерывность и дифференцируемость абстрактной функции.
9. Пространство $C^m(S,X)$ и его свойства. Аппроксимационная теорема Вейерштрасса.
10. Пространство $L_p(S,X)$ и его свойства.
11. Теорема о представлении функционала.

12.. Некоторые специальные пространства с интегрируемыми производными.

13. Нелинейные параболические уравнения с монотонным оператором. Постановки задач.
14. Свойства оператора: коэрцитивность, семинепрерывность, ограниченность в нестационарном случае. Примеры
15. Теоремы разрешимости нелинейных операторных уравнений.
16. Нелинейные параболические уравнения с полуограниченной вариацией.
17. Задачи с краевыми и начальными условиями как операторные дифференциальные уравнения в банаховых пространствах.
18. Примеры, приводящие к понятию метода слабой аппроксимации. Формулировка метода слабой аппроксимации.
19. Первая теорема метода слабой аппроксимации.
20. Вторая теорема метода слабой аппроксимации.
21. Разрешимость задачи Коши для уравнения в частных производных.
22. Задача Коши для уравнения Бюргерса.
23. Построение слабо аппроксимирующей задачи.
24. Теорема разрешимости задачи Коши для уравнения Бюргерса.
25. Вопросы разрешимости уравнения типа нестационарной фильтрации.
26. Применение метода расщепления для исследования разрешимости задач для интегро-дифференциальных уравнений.
27. Введение в теорию обратных задач. Примеры.
28. Обзор постановок обратных задач.
29. Виды условий переопределения и их физический смысл.
30. Преобразование Фурье и его свойства.
31. Методы сведения обратных задач к прямым задачам .
32. Обратная задача с неизвестной функцией источника. Постановка задачи. Переход к прямой задаче.
33. Теорема о разрешимости обратной задачи с неизвестной функцией источника.
34. Задача идентификации коэффициента при младшем члене параболического уравнения.
35. Теоремы единственности решения обратных задач.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценка за модуль определяется как сумма баллов за текущую и контрольную работу.

Коэффициент весомости баллов, набранных за текущую и контрольную работу, составляет 0,5/0,5.

Текущая работа включает оценку аудиторной и самостоятельной работы.

Оценка знаний студента на практическом занятии (аудиторная работа) производится по 100-балльной шкале.

Оценка самостоятельной работы студента (написание эссе, подготовка доклада, выполнение домашней контрольной работы и др.) также осуществляется по 100-балльной шкале.

Для определения среднего балла за текущую работу суммируются баллы, полученные за аудиторную и самостоятельную работу, полученная сумма делится на количество полученных оценок.

Итоговый балл за текущий работу определяется как произведение среднего балла за текущую работу и коэффициента весомости.

Если студент пропустил занятие без уважительной причины, то это занятие оценивается в 0 баллов и учитывается при подсчете среднего балла за текущую работу.

Если студент пропустил занятие по уважительной причине, подтвержденной документально, то преподаватель может принять у него отработку и поставить определенное количество баллов за занятие. Если преподаватель по тем или иным причинам не принимает отработку, то это занятие при делении суммарного балла не учитывается.

Контрольная работа за модуль также оценивается по 100-балльной шкале. Итоговый балл за контрольную работу определяется как произведение баллов за контрольную работу и коэффициента весомости.

Критерии оценок аудиторной работы студентов по 100-балльной шкале:

«0 баллов» - студент не смог ответить ни на один из поставленных вопросов «10-50 баллов» - обнаружено незнание большей части изучаемого материала, есть слабые знания по некоторым аспектам рассматриваемых вопросов

«51-65 баллов» - неполно раскрыто содержание материала, студент дает ответы на некоторые рассматриваемые вопросы, показывает общее понимание, но допускает ошибки

«66-85 баллов» - студент дает почти полные ответы на поставленные вопросы с небольшими проблемами в изложении. Делает самостоятельные выводы, имеет собственные суждения.

«86-90 баллов» - студент полно раскрыл содержание материала, на все поставленные вопросы готов дать абсолютно полные ответы, дополненные собственными суждениями, выводами. Студент подготовил и отвечает дополнительный материал по рассматриваемым вопросам. Таблица перевода рейтингового балла в «5»-балльную шкалу

Итоговая сумма баллов по дисциплине по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
0-50	Неудовлетворительно
51-65	Удовлетворительно
66-85	Хорошо

86-100	Отлично

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%. Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,

- участие на практических занятиях - 40 баллов, - выполнение домашних работ–30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,

- письменная контрольная работа - 30 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

1. Треногин, Владилен Александрович.
Функциональный анализ : Учеб. по специальностям "Математика" и "Прикладная математика" / Треногин, Владилен Александрович. - 3-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2002. - 488 с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 482-483. - ISBN 5-9221-0272-9 : 0-0.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
2. Кудряшов Н.А. Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]/ Кудряшов Н.А.— Электрон. текстовые данные.— Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2004.— 360 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/16489.html .— ЭБС «IPRbooks»
3. Треногин В.А., Филиппов А.Ф. Нелинейный анализ и нелинейные дифференциальные уравнения. http://bookre.org/reader?file=442754
4. Рейссиг Р. И др. Качественная теория нелинейных дифференциальных уравнений. http://bookre.org/reader?file=638966

Дополнительная литература

5. Козлов В.В. Асимптотики решений сильно нелинейных систем дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]/ Козлов В.В., Фурта С.Д.— Электрон. текстовые данные.— Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2009.— 312 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/16491.html .— ЭБС «IPRbooks»
6. Тихонов, Александр Николаевич.
Дифференциальные уравнения : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Тихонов, Александр Николаевич ; А.Б.Васильева, А.Г.Свешников; под ред. А.Н.Тихонова и др.; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - 4-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2005, 2002. - 253 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики. вып.6) (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 249-250. - Предм. указ.: с. 251-253. - ISBN 5-9221-0134-X : 126-28.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ
7. Тихонов, Андрей Николаевич.
Уравнения математической физики : [учеб. пособие для вузов] / Тихонов, Андрей Николаевич, А. А. Самарский. - 5-е изд., стер. - М. : Наука, 1977, 1972. - 735 с. : граф. ; 22

см. - 1-80.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

8. Дж. Марри. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях. http://bookre.org/reader?file=363790

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_17811
www.bookvoed.ru/book?id=413420 www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-**metod**i.htm
www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich_for_highschool.pdf
www.alleng.ru/d/math/math97.htm

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине "Нелинейные дифференциальные уравнения » рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски. В-третьих, компьютерные классы с набором лицензионного базового программного обеспечения для проведения занятий

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов

- При освоении дисциплины для выполнения лабораторных работ необходимы классы персональных компьютеров с определенным набором приложений.