МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ:

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

10.03.01 Информационная безопасность

Профиль подготовки

Безопасность компьютерных систем

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения:

очная

Статус дисциплины: *вариативная*

Махачкала - 2018

Рабочая программа дисциплины **«Дифференциальные уравнения»** составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки ***10.03.01 Информационная безопасность*** *(уровень бакалавриат)* от 01.12.2016 № 1515

Разработчик: *кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа*, Сиражудинов М.М., д. ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018 г., протокол № 10

Зав. кафедрой ____________ Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018г., протокол № 6

Председатель ______________ Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «_29_» июня 2018г.

Начальник УМУ Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина **"Дифференциальные уравнения"** входит в вариативную часть обязательных дисциплин образовательной программы **бакалавриата** по направлению (специальности) **10.03.01 Информационная безопасность**

Дисциплина реализуется на факультете информатики и информационных технологий кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:

- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-8);
- способностью применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач (ОПК-2).

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа**.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **зачета**.

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в 108 академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе зачет	
	Всего	из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
5	108	36	-	16	-	-	56	зачет

1. Цели освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины "Дифференциальные уравнения" является формирование современных теоретических знаний в области обыкновенных дифференциальных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.

2.Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата.

Дисциплина " Дифференциальные уравнения " входит в вариативную часть обязательных дисциплин математического и естественно - научного цикла.

Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы дифференциальных уравнений находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплины вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Код компетенц	Формулировка компетенции из ФГОС ВПО	Планируемые результаты обучения

ии из ФГОС ВО		
ОК-8	способностью к самоорганизации и самообразованию	Знает: основные понятия и методы дифференциальных уравнений. Владеет: методами самообразования по дифференциальным уравнениям, используя электронные носители. Умеет: использовать электронные и твердые носители в процессе самообразования
ОПК-2	способностью применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач	Знает: основные понятия и методы дифференциальных уравнений. Владеет: основными приемами применения дифференциальных уравнений в профессиональной деятельностиж Умеет: использовать электронные и твердые носители в профессиональной деятельности

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов.

4.2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетных единиц **108 часов**

№	**Раздел дисциплины**	**Всего**	**Виды учебной работы, включая сам.раб. студ-в и трудоемк. (в час.)**			**Экзамен**	**Формы текущ.контр. успевти. Форма промежут. аттестации**
			лек.	**пр. зан.**	**сам. раб.**		
	Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка						
1	Раздел1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	*16*	8	6	2		Контрольная работа
2	Раздел 2. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	*10*	4	2	4		Контрольная работа
3	Раздел 3. Уравнения, неразрешенные относительно производной	*10*	6	2	2		Коллоквиум
4	**Итого за модуль**	***36***	**18**	**10**	**8**		
	Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков						
5	Раздел 4. Дифференциальные уравнения высших порядков..	***16***	4	2	10		Контрольная работа
6	Раздел 5. Линейные уравнения n-го порядка	***20***	8	2	10		Контрольная работа
7	**Итого за модуль 2**	***36***	**12**	**4**	**20**		
	Модуль 3. Системы линейных дифференциальных уравнений						

8	Раздел 6. Системы линейных дифференциальных уравнений	***36***	6	2	28		Коллоквиум
9	**Итого за модуль 3**	***36***	**6**	**2**	**28**		
10	Подготовка к зачету						**зачет**
11	**ИТОГО**	**108**	**16**	**36**	**56**		

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине.

Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Целью изучения модуля «Дифференциальные уравнения первого порядка» является овладение студентами знаний интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка.

Основными задачами модуля являются изучение методов интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, установление достаточных условий существования и единственности задачи Коши, два метода нахождения особых решений.

В результате усвоения модуля студент должен иметь целостное представление о составлении дифференциальных уравнений заданного семейства линий.

Раздел 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка

Тема 1. **Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.**

Историческая справка. Технические, геометрические и биологические задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения первого порядка. Частное решение, общий интеграл, общее решение, поле направлений, изоклины. Составление дифференциальных уравнений семейства линий.

Тема 2. **Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящие к ним.**

Понятие дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Приведение его к уравнению с разделенными переменными.

Понятие однородной функции любого порядка. Формула Эйлера. Понятие однородного дифференциального уравнения и метод приведения его к уравнению с разделяющимися переменными. Типы уравнений, приводящиеся к однородным уравнениям.

Тема 3. **Линейное уравнение 1-го порядка. Уравнение Бернулли.**

Однородные линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Неоднородные линейные уравнения первого порядка. Свойства этих уравнений. Взаимосвязь этих уравнений. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному неоднородному уравнению. Возможность обобщения последнего.

Раздел 2. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Тема 4. **Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.**

Определение полного дифференциала функции двух переменных и его связь с уравнением в полных дифференциалах. Существование бесконечного множества интегрирующих множителей у любого дифференциального уравнения первого порядка с непрерывно дифференцируемыми коэффициентами.

Тема 5. **Теорема Коши для уравнений первого порядка.**

Теорема существования и единственность решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Метод последовательных приближений Пикара. Условие Липшица. Анализ случаев необходимых и достаточных условий. Вопросы продолжения решений. Приложения к приближенным решениям дифференциальных уравнений.

Раздел 3. Уравнения, неразрешенные относительно производной

Тема 6. **Уравнения, неразрешенные относительно производной.**

Нахождение решений методом введения параметра. Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро. Огибающая семейства решений (прямых) уравнения Клеро.

Тема 7. **Особые решения.**

Понятие особого решения дифференциального уравнения первого порядка. Два метода нахождения особого решения. Склеенные решения.

Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n - го порядка.

Целью изучения данного модуля является овладение студентами знаний о линейной зависимости и независимости функций, определителе Вронского, о об общих свойствах уравнений.

Студент должен освоить методы решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, приложение их в различных процессах.

Раздел 4. Дифференциальные уравнения высших порядков..

Тема 1. **Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.**

Дифференциальные уравнения, разрешимые в квадратурах. Функция Коши. Однородные и обобщенно – однородные дифференциальные уравнения относительно различных переменных и методы понижения порядка.

Тема 2. **Общая теория линейных дифференциальных уравнений n-го порядка.**

Определение, общие свойства, фундаментальная система, определитель Вронского. Построение общего решения однородного уравнения. Формула Остроградского – Лиувилля. Построение однородного дифференциального уравнения по заданной фундаментальной системе.

Раздел 5. Линейные уравнения n-го порядка

Тема 3. **Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.**

Однородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка и их свойства. Характеристическое уравнение. Случай различных

характеристических корней (действительных и мнимых). Определитель Вандер-монда. Случай кратных характеристических корней. Использование формулы Лейбница при построении фундаментальной системы. Нахождение частного решения неоднородного уравнения по виду правой части. Уравнение гармонических колебаний. Резонанс. Уравнения Бесселя, Чебышева и др.

Тема 4. **Уравнение Эйлера. Неоднородные уравнения второго порядка.**

Метод вариации произвольных постоянных.

Решение уравнений с помощью рядов.

Различные модификации однородного и неоднородного дифференциального уравнения Эйлера. Метод преобразования уравнения Эйлера в уравнение с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 5. **Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля.**

Понятие о краевых задачах. Функция Грина. Задача Штурма – Лиувилля.

Модуль 3. Системы линейных дифференциальных уравнений.

Целью изучения данного модуля является овладение студентами знаний проведения одного уравнения высшего порядка к системе уравнений первого порядка.

Студент должен освоить методы решения однородных и неоднородных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Раздел 6. Системы линейных дифференциальных уравнений

Тема 1. **Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений** Определение, общие свойства.

Теорема Коши. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Остроградского – Лиувилля. Построение общего решения линейной однородной системы.

Построение однородной линейной системы по заданной фундаментальной системе. Нахождение частного решения неоднородной системы методом вариации произвольных постоянных.

Тема 2. **Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.**

Метод Эйлера нахождения частных решений. Характеристическое уравнение. Случай действительных различных корней.

Случай кратных корней: первый подслучай – число кратности совпадает с числом независимых собственных векторов; второй подслучай – число независимых собственных векторов меньше числа кратности характеристического корны. Метод неопределенных коэффициентов. Исследование траекторий в окрестности особых точек.

Тема 3. **Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.**

Дифференциальные уравнения в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине.

<u>Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка</u>

Раздел1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка

Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Занятие 1. (в аудитории и вне аудитории)

1. Решение с помощью изоклин.
2. Составление дифференциальных уравнений.

(номера задач из сборника № 13, 15, 21, 31, 2, 10, 16, 22, 34)

Тема 2. Уравнения с разделяющими переменными. Однородные и приводящиеся к ним *Занятие 2,3.*

1. Уравнения с разделяющими переменными.
2. Задача, приводящая к уравнению первого порядка.
3. Однородные уравнения. (№ 51, 52, 84, 85, 101, 102)
4. Уравнения, приводящиеся к однородным. (№ 113, 114, 132, 133).

Тема 3. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

Занятие 4.

1. Однородное линейное уравнение 2. Неоднородное уравнение.
3. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному. (№ 140, 167, 173, 174, 175)

Раздел 2. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Тема 4. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Занятие 5.

1. Уравнение в полных дифференциалах.
2. Интегрирующий множитель.

(№ 190, 191, 195, 196, 218, 219)

Тема 5. Теорема Коши для уравнения первого порядка. ***Занятие 6.***

1. Метод последовательных приближений Пикара.
2. Условия единственности решения. (№ 221(а), 223(а), 225(б), 226(б), 227(а,г), 229(а,б), 230(а,б)).

Раздел 3. Уравнения, неразрешенные относительно производной

Тема 6. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Занятие 7,8.

1. Примеры уравнений, неразрешенные относительно производной.
2. Уравнения, решаемые методом введения параметра.

(№ 241, 242, 267, 268, 283, 284).

3. Уравнение Лагранжа.
4. Уравнение Клеро. (№ 297, 288, 289, 290, 295, 296).

Тема 7. Особые решения.

Занятие 9.

1. Нарушение условия Липшица. Понятие особого решения.
2. Уравнения, для которых существуют необходимые и достаточные признаки особых решений. (№ 259, 260, 261, 262, 263, 264).

Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n - го порядка.

Раздел 4. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Тема 1.Дифференциальные уравнения высших порядков Уравнения, допускающие понижение порядка.

Занятие 1.

1. Уравнения, разрешимые в квадратурах.
2. Уравнения, однородные относительно части переменных.
3. Уравнения, левая часть которых есть полный дифференциал. (№ 422, 448, 463, 464, 501, 502).

Тема 2. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений *n*- го порядка.

Занятие 2.

1. Линейные преобразования
2. Линейная зависимость и независимость функций.
3. Построение уравнения по заданной системе решений. (№ 641, 642, 649, 650, 661, 662, 665, 667, 673, 681, 682, 704, 705, 719).

Раздел 5. Линейные уравнения n-го порядка

Тема 3. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Занятие 3.

1. Однородные уравнения.
2. Случай различных характеристических корней. (№ 511, 512, 513, 514, 517, 518).
3. Случай кратных характеристических корней.
4. Составление однородных уравнений. (№ 522, 523, 524, 527, 613, 615).

Занятие 4.

1. Неоднородные системы.
2. Метод вариации постоянных
3. Метод неопределенных коэффициентов. (№ 537, 538, 575, 577, 601, 602).

Тема 4. Уравнение Эйлера.

Занятие 5.

1. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами.
2. Преобразование уравнений. (№ 593, 594, 599, 600).

Тема 5. Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля.

Занятие 6.

1. Понятие о краевой задаче.
2. Функция Грина.
3. Задача Штурма – Лиувилля.

(№ 751, 753, 755, 764, 766, 767, 770, 771, 782, 784, 785)

<u>**Модуль 3. Системы линейных дифференциальных уравнений.**</u>

Раздел 6. Системы линейных дифференциальных уравнений

Тема 1. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений *Занятие 1.*

1. Условие существования и единственности решений.
2. Фундаментальная система решений. (№ 846, 876).

Тема 2. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие о теории устойчивости Ляпунова. *Занятие 2,3.*

1. Решение систем методом исключения переменных.
2. Построение однородных систем по заданным решениям.
3. Решение однородных систем методом Эйлера.

(№ 786, 787, 788, 789, 790, 791, 800, 801, 802, 803, 804).

4. Случай кратных корней характеристического уравнения. (№ 808, 809, 810, 811, 812).

5. Неоднородные системы линейных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных. (№ 834, 847, 848, 849).

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе. 5. Подготовка к экзамену.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	**Виды и содержание самостоятельной работы**	**Литература**
Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.	1.Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Классические задачи динамики, статики и механики.	[1], [7]
Тема 2. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность. Автономные уравнения.	Доклады на тему: 1. .Задача Коши для уравнений 1 порядка и систем дифуравнений. 2.Фазовый портрет и динамика.	[1], [7]
Тема 3.Операционный метод и его применение к решению дифференциальных уравнений и систем.	Доклады на тему: 1.Метод Рунге-Кутта и его применение для решения дифференциального уравнения.	[3], [6]
Тема 4.Метод изоклин и его использование для приближенного построения интегральных кривых.	Доклады на тему: 1.Непрерывная зависимость решения от начальных условий и параметра.	[2], [4]
Тема 5 .Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости	Доклад на тему: Фазовый портрет системы дифуравнений.	
Тема 6. Решение уравнений с помощью рядов.	Доклады на тему: 1.Численные методы решения дифуравнений.	[2], [7]

Тема 7 .Краевые задачи	Доклады на тему: 1.Задача Штурма -Лиувилля . 2.Функция Грина и ее построение.	[2], [6]
Тема 8. Непростые неподвижные точки. Классификация особых точек.Устойчивость.	Доклады на тему: 1. Некоторые дифференциальные модели в биологии и химической кинетике и физике. Примеры полного качественного исследования	[5], [7]

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	**Формулировка компетенции из ФГОС ВПО**	**Планируемые результаты обучения**	**Процедура оценивания**
ОК -8	способностью к самоорганизации и самообразованию	Знает: основные понятия и методы дифференциальных уравнений. Владеет: методами самообразования по дифференциальным уравнениям, используя электронные носители. Умеет: использовать электронные и твердые носители в процессе самообразования	Контрольная работа;
ОПК -2	способностью применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач	Знает: основные понятия и методы дифференциальных уравнений. Владеет: основными приемами применения дифференциальных уравнений в профессиональной деятельностиж Умеет: использовать электронные и твердые носители в профессиональной деятельности	Контрольная работа; коллоквиум

7.2. Типовые контрольные задания

1. Контрольные вопросы

1. Теорема Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка. Формулировка.
2. Однородные линейные дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка.
3. Уравнения с разделяющимися переменными
4. Исследование устойчивости по первому приближению.
5. Теорема Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка. Д-во существования решения.
6. Понятие об уравнениях в частных производных.
7. Однородные уравнения.
8. Задача Коши для линейного однородного дифференциального уравнения в частных производных 1-го порядка.
9. Теорема Коши. Доказательство единственности для дифференциальных уравнений $y' = f(x, y)$

10. Понятие о колеблющихся и не колеблющихся решениях.
11. Задачи, приводящие к понятию дифференциальных уравнений.
12. Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Случай кратных характеристических корней.
13. Линейные уравнения 1-го порядка.
14. Формулировка теоремы Коши для системы дифференциальных уравнений.
15. Уравнение Бернулли.
16. Общие свойства систем линейных дифференциальных уравнений.
17. Уравнение Лагранжа.
18. Определитель Вронского и формула Остроградского - Лиувилля для однородной линейной системы д.у.
19. Уравнение Клеро.
20. Метод вариации для линейной неоднородной системы.
21. Два метода нахождения особых решений уравнения $F(x, y, y') = 0$.
22. Построение общего решения линейной однородной системы.
23. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений. высших порядков.
24. Линейная однородная система дифференциальных уравнений. с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.
25. Уравнения в полных дифференциалах.
26. Линейная однородная система дифференциальных уравнений. с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных характеристических корней.
27. Уравнения, приводящиеся к однородным.
28. Теорема о неколеблемости.
29. Интегрирующий множитель.
30. Теорема об устойчивости по Ляпунову.
31. Общие свойства линейных уравнений n-го порядка.
32. Теорема об асимптотической устойчивости.
33. Построение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка.
34. Особая точка. Узел.
35. Фундаментальная система решений для однородного линейного уравнения n-го порядка. Теорема существования.
36. Теорема Штурма.
37. Формула Остроградского-Лиувилля для однородного линейного дифференциальные уравнения n-го порядка.
38. Первые интегралы системы дифференциальных уравнений.
39. Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения n-го порядка методом вариации произвольных постоянных.
40. Особая точка. Седло.
41. Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.

42. Теорема сравнения.

43. Построение однородного линейного дифференциальные уравнения по известным решениям.

44. Теорема об устойчивости по первому приближению.

45. Уравнение Эйлера.

46. Теорема об асимптотической устойчивости.

47. Линейное однородное дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных характеристических корней.

48. Квазилинейные уравнения в частных производных.

49. Линейное однородное дифференциальное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами. Случай мнимых корней.

50. Построение линейной однородной системы по заданной фундаментальной системе решений.

51. Нахождение частных решений неоднородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами по виду правой части.

52. Особая точка. Случаи фокуса и центра.

53. Непрерывная зависимость решений от начальных данных.

54. Два метода нахождения особых решений уравнения $F(x, y, y') = 0$.

55. Теорема Линделефа.

Примеры для самостоятельной работы

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.

2. Решить систему $x' = 2x - y + z,\ y' = x + 2y - z,\ z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$

3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.

4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t},\ y' = x + 2y$.

5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.

6. Решить систему $x' = x + 2y,\ y' = x + 5\cos t$.

7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.

8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2,\ y' = x + y + xy$.

9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.

10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy,\ y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.

11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.

12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy,\ y' = x + 2y + y^2$.

13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.

14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y,\ \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, x(0) = 1$.

15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения

$(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.

16. Решить задачу Коши $x' = x + y,\ y' = 4y - 2x, x(0) = 0,\ y(0) = 1$.

17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.

18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3,\ y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.

19. Решить уравнение $y''' + y^{I} = x$.

20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0,\ y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2y^2,\ y' = x - 0{,}5y - 0{,}5x^3y$.

21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{2x + y}$.

22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы $x' = -2x + x^2 + y^2,\ y' = -x + 3y + 5x^2$

23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.

24. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = \ell n\,(e + ax) - e^y$, $y' = bx + tgy$.

25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.

26. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y,\ y' = -x + by + x^2$.

27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.

28. Решить систему $x' = y + z,\ y' = x + z, z' = x + y$.

29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x,\ y_2 = (x + 1)^2$.

30. Решить уравнение $x\frac{\partial u}{\partial x} + 3y\frac{\partial u}{\partial y} + 5z\frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

31. Решить уравнение $y''' - 2y'' - 3y' = x + e^{-x}$.

32. Найти решение уравнения $2^x \frac{\partial z}{\partial x} - 3^y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, удовлетворяющее условию

$z = 2x$ при $y = 1$.

33. Найти y_0, y_1, y_2 , если $y' = x^2 - y^2,\ y(0) = 0$.

34. Решить систему $x' = -x + y + z,\ y' = x - y + z, z' = x + y - z$.

35. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' - (y')^2$.

36. Решить задачу Коши $x' = 4x - 5y,\ y' = x, x(0) = 1,\ y(0) = 0$

37. Построить диф. уравнение семейства кривых $x^2 + c\,(x - 3y) + c^2 = 0$.

38. Решить задачу Коши $x' = x + 2y,\ y' = 4y + 2x, x(0) = 0,\ y(0) = 1$.

39. Найти линии, ортогональные линиям семейства окружностей $x^2 + y^2 = 2cx$.

40. Решить систему $x' = x - y,\ y' = y - x$.

41. Определить тип особой точки системы $x' = 2x - y,\ y' = x - 3y$.

42. Решить задачу Коши $y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, z(0, y) = \frac{1}{y^2}$.

43. Решить задачу Коши $y'' - 4y' - 5y = x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$.

44. Установить тип особой точки системы $x' = 2x - 3y,\ y' = 4x + y$.

45. Решить задачу Коши $y'' + 4y = \cos x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

46. Решить систему $x' = x - y - z$, $y' = x + y$, $z' = 3x + z$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_{2,3} = 1 \pm i$.

47. Найти расстояние между нулями решений уравнения $y'' + 6xy = 0$ на [6;15].

48. Решить систему $x' = y - 5\cos t$, $y' = 2x + y$.

49. Оценить количество нулей любого решения уравнения $y' + 5xy = 0$ на [5;125].

50. Являются ли $\phi_1 = t^2 + 2xy$, $\phi_2 = y^2 - t^2x^2$ первыми интегралами системы уравнений $x' = -y$, $y' = y^2 - \frac{t}{x}$. 51. Найти решение уравнения $y'' + 2xy = 0$ в виде степенного ряда. 52. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы

53. $x' = -x + \alpha y + \beta z$, $y' = -\alpha x - y + \alpha z$, $z' = -\beta x - \alpha y - z$.

54. Решить уравнение $y''' - y'' = x + 2$.

55. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y$, $y' = 2x + by$.

56. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы $x' = -x + 2xy^2$, $y' = -y - 2x^2y$.

Тесты для самостоятельной работы

Тест №1

по дифференциальным уравнениям для студентов 3 курса ФИиИТ

I. Семейство линий $y = Cx^3$ является общим решением дифференциального уравнение:

1) $xy' = 3y$; 2) $y^2 + y'^2 = 1$; 3) $x^2y' - xy = yy'$; 4) $y' = 3y^3$; 5) $y = e^{2xy'/y}$.

II. Выражение $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$ - общий интеграл дифференциального уравнения: 1) $xydx + (x+1)dy = 0$; 2) $y^2 + 1dx = xydy$; 3) $(x - y)dx + (x + \sqrt{y})dy = 0$; 4) $xy' + y = y^2$; 5) $y' = 10^{x+y}$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $(x + 2y - 1)dx + xdy = 0$; 2) $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$; 3) $(x + y)dx + (y - 1)dy = 0$; 4) $(x^2 + y)dx - xydy = 0$; 5) $(1 - x)dx + (x + y)dy = 0$.

IV. Функция $\mu(x, y) = \frac{}{x^2 + y^2}$ - интегрирующий множитель дифференциального уравнения:

1) $(x^2 - y)dx + x(y + 1)dy = 0$; 2) $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$; 3) $(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$; 4) $xy^2(xy' + y) = 1$; 5) $(x^2 + 3\ln y)ydx = xdy$.

V. Дифференциальное уравнение $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$ имеет единственное решение при начальных условиях:

1) $x_0 = -1, y_0 < 0, y_0'$ - любое; 2) $x_0 = -1, y_0 > 0, y_0'$ - любое; 3) $x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1$; 4) $x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0$; 5) $x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0$.

VI. Функция $y = 0{,}25x^2$ является особым решением дифференциального уравнения:

1) $y = 2xy' - 4y'^2$; 2) $y = xy' - y'^2$; 3) $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$; 4) $xy' - y = \ln y'$; 5) $x = y^2 + y'$.

VII. Уравнение $y'' - 2y' = 2e^x$ имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям $y(1) = -1$, $y'(1) = 0$:

1) $y = (7-3x)e^{x-2}$; 2) $y = e^{2x-1} - 2e^{x} + e - 1$; 3) $y = e^{2x} - 3e^{x} - 1$; 4) $y = e^{-x} - e + x - 1$; 5) $y = -2x^2 + 4x + 1$.

VIII. Выражение $y = x^2e^x$ - частное решение (возможно более низкого порядка) дифференциального уравнения:

1) $y'' - 4y' + 5y = 0$; 2) $y^{IV} + 2y' + y = 0$; 3) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$. IX. Система функций линейно зависима:

1) $x+2, x-2$; 2) $6x+9, 8x+12$; 3) $\sin x, \cos x$; 4) $1, x, x^2$; 5) e^x, e^{2x}, e^{3x} . X. Уравнением Эйлера является:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$; 4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x-2)^2 y'' - 3y' + 4y = 0$.

XI. Функция $y = x^3$ является решением уравнение:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$; 4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x-2)^2 y'' - 3y' + 4y = 0$.

XII. Функция $f(x, y)$ не удовлетворяет условию Липшица по y на прямой $y = -x$:

1) $f(x,y) = x^2 - y^2$; 2) $f(x,y) = x + y$; 3) $f(x,y) = x^2 + y^2$; 4) $f(x,y) = 1 + x + y$; 5) $f(x,y) = \sqrt{1 + x + y}$.

XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения $y'' + 2xy = 0$ на $[20;45]$ удовлетворяет оценкам:

1) $0{,}5 < d < 1$; 2) $0{,}33 < d < 0{,}5$; 3) $0{,}2 < d < 0{,}3$; 4) $0{,}1 < d < 0{,}2$; 5) $0{,}31 < d < 0{,}33$.

XIV. Нулевое решение системы устойчиво:

1) $x' = x, y' = 2y$; 2) $x' = 2x, y' = y$; 3) $x' = -x, y' = y$; 4) $x' = -x, y' = -2y$; 5) $x' = x, y' = -y$;

XV. Особая точка (0,0) системы является седлом:

1) $x' = 3x, y' = 2x + y$; 2) $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$; 3) $x' = x, y' = 2x - y$; 4) $x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$; 5) $x' = 3x + y, y' = y - x$.

XVI. Выражение $z = f(x^2 + y^2)$ есть общее решение уравнения:

1) $y\dfrac{\partial z}{\partial x} + x\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$; 2) $y\dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$; 3) $2y\dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$; 4) $y\dfrac{\partial z}{\partial x} - 2x\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$; 5) $\dfrac{\partial z}{\partial x} - \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$.

Тест №2

по дифференциальным уравнениям для студентов 3 курса ФИиИТ

I. Функция $y = x + C\sqrt{1 + x^2}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнение:

1) $(xy - 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$; 2) $(xy + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$; 3) $(xy + 1)dx + (x^2 + 1)dy = 0$.

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = 2y$ имеют вид: 1) $xy = C$; 2) $y = C + x^2$; 3) $y = Cx^2$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $(x - y + 1)dx + (x + y)dy = 0$; 2) $xdy = (y + \sqrt{x^2 - y^2})dx$; 3) $(x + 2y)dx - (x + 1)dy = 0$.

IV. Заменой $z = y^{-1}$ к линейному приводится уравнение:

1) $y^3y' - xy = x$; 2) $y' + x^2y = xy^2$; 3) $y^2y' - xy = x^2$.

V. Последовательные приближения $y_0(x), y_1(x), y_2(x)$ в задаче Коши $y' = x - y^2,\ y(0) = 0$ имеют вид:

1) $y_0(x) = 0,\ y_1(x) = \frac{x^2}{2},\ y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{10}$;   2) $y_0(x) = 0,\ y_1(x) = \frac{x^2}{2},\ y_2(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{20}$;

3) $y_0(x) = 0,\ y_1(x) = \frac{x^2}{2},\ y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{20}$.

VI. Общим решением уравнения $y''' - \frac{1}{x}y'' = 0$ является:

1) $y = x^2 + C_1x + C_2$;   2) $y = C_1x + C_2$;   3) $y = C_1x^2 + C_2x + C_3$.

VII. Определитель Вронского системы функций $5, \cos^2 x, \sin^2 x$ равен:

1)1;   2)-1;   3)0.

VIII. Уравнение не является уравнением в полных дифференциалах:

1) $(x + y)dx + (x - y + 1)dy = 0$;   2) $(2x + y)dx + (x - 3y + 4)dy = 0$;

3) $\left(1 + \frac{y}{x}\right)dx + \left(1 - \frac{y-1}{x}\right)dy = 0$.

IX. Функции $y_1 = e^{2x},\ y_2 = e^{-2x}$ образуют фундаментальную систему решений уравнения:

1) $y'' + 4y = 0$;   2) $y'' - 4y = 0$;   3) $y'' - 2y = 0$.

X. Функция $y = x^2$ является частным решением уравнения:

1) $x^3y''' - xy' - 3y = -5x^2$;   2) $x^3y''' - xy' - 3y = x^2$;   3) $x^3y''' + xy' - 3y = x^2$.

XI. Общим решением системы $\frac{dx}{dt} = x\sin t,\ \frac{dy}{dt} = xe^{\cos t}$ является:

1) $x = C_1e^{\cos t},\ y = C_1t + C_2$;   2) $x = C_1e^{-\cos t},\ y = C_1t + C_2$;   3) $x = C_1e^{-\cos t},\ y = C_1 + C_2t$.

XII. Соотношение $\varphi = t^2 + 2xy$, является первым интегралом системы уравнений:

1) $\frac{dx}{dt} = -y,\ \frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - t}{x}$;   2) $\frac{dx}{dt} = 2y,\ \frac{dy}{dt} = 2x$;   3) $\frac{dx}{dt} = x - y,\ \frac{dy}{dt} = y - 4x$.

XIII. Выражение $x = C_1e^{-t}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} + C_2e^{-t}\begin{pmatrix}2t\\2t-1\end{pmatrix}$ есть общее решение системы:

1) $\frac{dx}{dt} = Ax,\ x = \begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$;   2) $\frac{dx}{dt} = Ax,\ x = \begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$;

3) $\frac{dx}{dt} = Ax,\ x = \begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix}1 & -3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

XIV. Решения системы $\frac{dx}{dt} = -x + \alpha y,\ \frac{dy}{dt} = \alpha x - y$ асимптотически устойчивы, если:

1) $-2 < \alpha < -1$;   2) $1 < \alpha < 2$;   3) $-1 < \alpha < 1$.

XV. Функция $V(x, y)$ является знакоопределённой:

1) $V(x, y) = x^2 + y^2$;   2) $V(x, y) = (x + y)^2$;   3) $V(x, y) = x^2 - y^2$.

XVI. Положение равновесия системы уравнений устойчивый узел:

1) $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$; 2) $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$; 3) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$.

XVII. Функция $z = x^3 + y^2 + 1$ есть решения уравнения:

1) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$; 2) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$; 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$.

XVIII. Расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \pi^2 y = 0$ равно:

1) 2; 2) 1; 3) 0,5.

Тест №3

по дифференциальным уравнениям для студентов 3 курса ФИиИТ

I. Функция $y = Cx + \sqrt{1+C^2}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнение:

1) $y + xy' = \sqrt{1+y'^2}$; 2) $y - xy' = \sqrt{1+y'^2}$; 3) $y - xy' = y\sqrt{1+y'^2}$.

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = -y$ имеют вид: 1) $y = Cx$; 2) $y = C + x$; 3) $xy = C$.

III. Дифференциальное уравнение является линейным: 1) $y = xy' + 1$; 2) $y = xy' + y^2$; 3) $yy' = x$.

IV. Решением дифференциального уравнения $y' + y = 2$ являются: 1) $y = x$; 2) $y = 2$; 3) $y = -2$.

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $\sqrt{x^2 - y^2}dx + xdy = 0$; 2) $\sqrt{x^2 - y^2}dx + dy = 0$; 3) $\sqrt{x^2 - y^2}dx + xydy = 0$.

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

1) $(y^2 + 1)dx - xdy = 0$; 2) $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$; 3) $(x - y)dx + (-x + y)dy = 0$.

VII. Функция $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$ - является интегрирующим множителем уравнения:

1) $\left(1 + \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x}{y^2}\right)dy = 0$;

2) $\left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x}{y^2}\right)dy = 0$;

3) $\left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy - \frac{x}{y} + \frac{x}{y^2}\right)dy = 0$.

VIII. Функция линейно зависима:

1) $1, x$; 2) $\sin x, \cos x$; 3) $\sin^2 x, \cos^2 x$.

IX. Функции $y_1 = e^x$, $y_2 = e^{-x}$ образуют фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения:

1) $y'' - y = 0$; 2) $y'' + y = 0$; 3) $y'' - 4y = 0$.

X. Особая точка (положение равновесия) системы уравнения является седлом:

1) $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$; 2) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$; 3) $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$.

XI. Сколько особых точек (положений равновесия) имеет система уравнений

- $\frac{dx}{dt} = x2 - y2 - 5$, $\frac{dy}{dt} = x2 + y2 - 13$:

1) 2; 2) 3; 3) 4.

XII. Функция $V(x, y)$ является знакопостоянной:

1) $V(x, y) = x^4 + y^4$; 2) $V(x, y) = (x - y)^2$; 3) $V(x, y) = x^2 - y^2$.

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \frac{\pi^2}{4} y = 0$ равно: 1) 2; 2) 3; 3) 0,5.

XIV. С помощью функции $V(x, y) = x^2 + y^2$ можно установит неустойчивость тривиального решения системы:

1) $x' = -x, y' = -y$; 2) $x' = -x + 2y, y' = -2x - y$; 3) $x' = x - y, y' = -x + y$.

XV. Особая точка системы $\frac{dx}{dt} = x(x + y - 2)$, $\frac{dy}{dt} = y(1 - x)$ является фокусом:

1) $O_1(0,0)$; 2) $O_2(1,1)$; 3) $O_3(2,0)$.

XVI. Функция $u(x, y) = \ln x + \ln y$ является решением уравнения:

1) $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 2$; 2) $y\frac{\partial u}{\partial x} + x\frac{\partial u}{\partial y} = 1$; 3) $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 1$

Тест №4

по дифференциальным уравнениям для студентов 3 курса ФИиИТ

I. Дифференциальным уравнением семейства кривых $x^2 + y^2 = Cx$, где $C \in R$, является уравнение:

1) $2xyy' = y^2 + x^2$; 2) $2xyy' = y^2 - x^2$; 3) $xyy' = y^2 - x^2$

II. Интегральные кривые уравнения $y' = 2xy$ имеют вид: 1) $ye^{x2} = C$; 2) $y = Ce^x$; 3) $y = Ce^{x2}$.

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

1) $xy' = y + x$; 2) $xy' = y^2 + x$; 3) $xy' = \sqrt{y}$; IV. Решением дифференциального уравнения $y' + y = -3$являются:

1) $y = -x$; 2) $y = 3$; 3) $y = -3$.

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $xdx + \sqrt{(x - y)}dy = 0$; 2) $ydx - xdy = 0$; 3) $(y + 1)dx + xdy = 0$.

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

1) $(x + y^2)dx - 2xydy = 0$; 2) $dx + xydy = 0$; 3) $(x + 2y)dx + (2x - y)dy = 0$.

VII. Функция $\mu(x, y) = \frac{1}{x^2}$ является интегрирующим множителем дифференциального уравнения:

1) $(x^2 + \sin^2 y)dx + x\sin 2ydy = 0$; 2) $(x^2 - \sin^2 y)dx + x\sin 2ydy = 0$; 3) $(x^2 - \sin^2 y)dx - x\sin 2ydy = 0$.

VIII. Функции линейно зависимые:

1) $4 - x, 2x - 8$; 2) e^x, e^{2x}; 3) $1, x$.

IX. Функции $y_1 = \cos x$, $y_2 = \sin x$ образуют фундаментальную систему решений уравнения:

1) $y'' - 2y = 0$; 2) $y'' + 2y = 0$; 3) $y'' + y = 0$.

X. Особая точка (положение равновесия) системы является узлом:

1) $\frac{dx}{dt} = 2y,\ \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$; 2) $\frac{dx}{dt} = x,\ \frac{dy}{dt} = x + 2y$; 3) $\frac{dx}{dt} = y,\ \frac{dy}{dt} = -x$.

XI. Сколько особых точек (положение равновесия) имеет система уравнений $\frac{dx}{dt} = xy + 4,\ \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 17$: 1) 3; 2) 1; 3) 4.

XII. Функция $V(x, y)$ является знакопеременной:

1) $V(x, y) = x^4 - y^4$; 2) $V(x, y) = x^2 + y^2$; 3) $V(x, y) = (x + y)^2$;

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + 4\pi^2 y = 0$ равно: 1) 1; 2) 0,5; 3)2.

XIV. С помощью функции $V(x, y) = x^2 + y^2$ можно установит устойчивость тривиального решения системы:

1) $x' = x - y,\ y' = x + y$; 2) $x' = -x + y,\ y' = -x + y$; 3) $x' = -x + y,\ y' = -x - y$.

XV. Нулевое решение системы $\frac{dx}{dt} = -x - \alpha y,\ \frac{dy}{dt} = -\beta x - y$ асимптотически устойчиво, если:

1) $\alpha\beta = -1$; 2) $\alpha\beta > -1$; 3) $\alpha\beta < -1$.

XVI. Функция $u(x, y) = \ln x + y$ является решением уравнения:

1) $x\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$; 2) $x\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$; 3) $x\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 1$.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценка за модуль определяется как сумма баллов за текущую и контрольную работу.

Коэффициент весомости баллов, набранных за текущую и контрольную работу, составляет 0,5/0,5.

Текущая работа включает оценку аудиторной и самостоятельной работы.

Оценка знаний студента на практическом занятии (аудиторная работа) производится по 100-балльной шкале.

Оценка самостоятельной работы студента (написание эссе, подготовка доклада, выполнение домашней контрольной работы и др.) также осуществляется по 100-балльной шкале.

Для определения среднего балла за текущую работу суммируются баллы, полученные за аудиторную и самостоятельную работу, полученная сумма делится на количество полученных оценок.

Итоговый балл за текущий работу определяется как произведение среднего балла за текущую работу и коэффициента весомости.

Если студент пропустил занятие без уважительной причины, то это занятие оценивается в 0 баллов и учитывается при подсчете среднего балла за текущую работу.

Если студент пропустил занятие по уважительной причине, подтвержденной документально, то преподаватель может принять у него отработку и поставить определенное количество баллов за занятие. Если преподаватель по тем или иным причинам не принимает отработку, то это занятие при делении суммарного балла не учитывается.

Контрольная работа за модуль также оценивается по 100-балльной шкале. Итоговый балл за контрольную работу определяется как произведение баллов за контрольную работу и коэффициента весомости.

Критерии оценок аудиторной работы студентов по 100-балльной шкале:

«0 баллов» - студент не смог ответить ни на один из поставленных вопросов «10-50 баллов» - обнаружено незнание большей части изучаемого материала, есть слабые знания по некоторым аспектам рассматриваемых вопросов

«51-65 баллов» - неполно раскрыто содержание материала, студент дает ответы на некоторые рассматриваемые вопросы, показывает общее понимание, но допускает ошибки

«66-85 баллов» - студент дает почти полные ответы на поставленные вопросы с небольшими проблемами в изложении. Делает самостоятельные выводы, имеет собственные суждения.

«86-90 баллов» - студент полно раскрыл содержание материала, на все поставленные вопросы готов дать абсолютно полные ответы, дополненные собственными суждениями, выводами. Студент подготовил и отвечает дополнительный материал по рассматриваемым вопросам. Таблица перевода рейтингового балла в «5»-балльную шкалу

Итоговая сумма баллов по дисциплине по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
0-50	Неудовлетворительно
51-65	Удовлетворительно
66-85	Хорошо
86-100	Отлично

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%. Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,

- участие на практических занятиях - 40 баллов, - выполнение домашних работ–30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,

- письменная контрольная работа - 30 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература

1. **Щербакова Ю.В**. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.В. Щербакова. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Научная книга, 2012. — 159 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/6264.html

2. **Тихонов, Александр Николаевич.**
Дифференциальные уравнения : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Тихонов, Александр Николаевич ; А.Б.Васильева, А.Г.Свешников; под ред. А.Н.Тихонова и др.; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - 4-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2005, 2002. - 253 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики. вып.6) (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 249-250. - Предм. указ.: с. 251-253. - ISBN 5-9221-0134-Х : 126-28.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

3. **Сборник задач** по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко ; под ред. В.К.Романко. - М. : Лаб. Баз. Знаний: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 255,[1] с. - (Технический университет). - ISBN 5-93208-120-1 : 127-00.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

4. **Егоров, Александр Иванович**.
Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / Егоров, Александр Иванович. - М. : Физматлит, 2005. - 384 с. : ил. ; 24 см. - Библиогр.: с.375-376.- Предм. указ.: с.377-380. - ISBN 5-9221-0385-7 : 350-00.

Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

б) Дополнительная литература

5. **Пантелеев А.В**. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, К.А. Рыбаков. — Электрон. текстовые данные. — М. : Логос, 2010. — 383 c. — 5-98704-465-0. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/9280.html

6. **Филиппов, Алексей Фёдорович** .
Введение в теорию дифференциальных уравнений : [учеб. для вузов по группе физ.-мат. направлений и специальностей] / Филиппов, Алексей Фёдорович . - М. : Едиториал УРСС, 2004. - 238,[1] с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 234-236. - Предм. указ.: с. 237-239. - Допущено МО РФ. - ISBN 5-354-00416-0 : 120-70.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

7. **Эфендиев, Ахмад Рамазанович**.
Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / Эфендиев, Ахмад Рамазанович ; М-во образования РФ. Дагест. гос. ун-т. - Махачкала : ИПЦ ДГУ, 2002. - 43 с. - 05-00.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

8. **Практикум** по дифференциальным уравнениям / сост. Эфендиев А.Р. - Махачкала : ДГУ, 2000. - 32 с. - 5-00.
Местонахождение: Научная библиотека ДГУ

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины. www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_17811 www.bookvoed.ru/book?id=413420 www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-**metod**i.htm www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich_for_highschool.pdf www.alleng.ru/d/math/math97.htm

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине "Дифференциальные уравнения » рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов