

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа по дисциплине:

## **«Дифференциальные уравнения»**

Направление :

**01.03.01 Математика**

Профиль подготовки

Квалификация (степень) выпускника  
Академический бакалавр

Форма обучения  
очная

Махачкала 2018

Рабочая программа дисциплины «**Дифференциальные уравнения**»  
составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по  
направлению **01.03.01 Математика**

Приказ Минобрнауки от «7» августа 2014г. № 943.

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Джабраилова Лейла Мусаевна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры ДУ и ФА от 31.05.2018г., протокол № 10

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  Сиражудинов М.М.  
(подпись)

на заседании Методической комиссии факультета М и КН от 27.06.2018г.,  
протокол № 6.

Председатель \_\_\_\_\_  Бейбалаев В.Д.  
(подпись)

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим  
управлением

«29» июня 2018г. \_\_\_\_\_  Гасангаджиева А.Г.

## Содержание

### Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина "Дифференциальные уравнения" входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению **01.03.01 Математика**

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОПК-1, ПК-1**.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа**.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **зачета и экзамена**.

Объем дисциплины 8 зачетных единиц, в том числе в 288 академических часах по видам учебных

№ п/п	Раздел учебной дисциплины	Семестр	Виды учебной работы, в т.ч. СРС и трудоёмкость (в часах)			контроль
			лекции	практические занятия	СРС*	
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	3	14	18	20	
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков	3	18	18	20	
	За семестр	108	32	36	40	18
3.	Системы дифференциальных уравнений	4	12	12	10	
4.	Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений	4	12	12	10	
5.	Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.	4	10	12	4	
6.	За семестр	180	34	36	24	18
7.	Итого	288	66	72	64	36

### 1. Цели освоения дисциплины.

Целью дисциплины "Дифференциальные уравнения" является обучение студентов основным методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений и использованию при математическом моделировании физических, биологических и других процессов. Обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных уравнений как средства математического моделирования детерминированных явлений, ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов. Научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата. :**

Дисциплина " Дифференциальные уравнения " входит в базовую часть математического и естественно - научного цикла.

Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных дисциплин, т.к. методы дифференциальных уравнений находят самое широкое применение во многих науках. Эта дисциплина вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука. В дисциплине используется материал следующих дисциплин «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Теория функции комплексной переменной». Материал дисциплины является опорным для изучения таких дисциплин, как «Вычислительные методы», «Методы оптимизации и исследование операций», «Теория устойчивости дифференциальных уравнений»

## **Задачи изучения дисциплины**

Основными задачами дисциплины являются изучение вопросов существования и единственности решений различных типов дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, нахождения точных решений уравнений 1-го порядка, интегрируемых в квадратурах, уравнений  $n$ -го порядка, допускающих понижения порядка, линейных дифференциальных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами; изучение основных методов доказательства существования и единственности решений начально-краевых задач для указанных уравнений, вопросов устойчивости решений по Ляпунову, ознакомление с приближенными методами решения указанных уравнений и обучение студентов применению теории дифференциальных уравнений в прикладных задачах.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).**

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	<p>Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры и аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.</p>	<p><b>Знает:</b> основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений, математического анализа</p> <p><b>Умеет:</b> применять полученные знания для решения дифференциальных уравнений и их систем, в том числе, с применением численных методов.</p> <p><b>Владеет:</b> навыками и методами исследования и решения дифференциальных уравнений и их систем, решения задачи Коши, исследования устойчивости решений. Методами качественного анализа полученных решений с применением информационных технологий.</p>
ПК-1	<p>Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области</p>	<p><b>Знает:</b> взаимосвязи предметов математического направления и общие формы и закономерности математических моделей прикладных задач современного естествознания.</p> <p><b>Умеет:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях экономики и других наук, таких как физика, биология, медицина и т.д.</p> <p><b>Владеет:</b> методами исследования прикладных задач современного естествознания с помощью дифференциальных уравнений с применением современных информационных технологий.</p>

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

**4.1. Объем дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.**

**4.2. Структура и содержание дисциплины**

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		3	4		
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	288	66	70		
В том числе:	-	-	-	-	-
Лекции	66	32	34		
Практические занятия (ПЗ)	72	36	36		
Семинары (С)					
Контрольные работы	36	16	20		
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	114	40	74		
В том числе:	-	-	-	-	-
Коллоквиум					
Расчетно-графические работы					
Реферат					
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>					
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		зачет	экзамен		
Общая трудоемкость	час	288	108	188	
	зач. ед.	8			

**4.3. Содержание разделов учебной дисциплины**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
	Модуль 1.		
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые	КР 1

		решения. Неполные уравнения. Уравнения Лагранжа и Клеро. Метод введения параметра.	
	Модуль 2		
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков	Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления..	КР 2
	Модуль 3.		
		Линейный дифференциальный оператор. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов. Уравнение Бесселя. Задача Штурма Лиувилля. Свойства. Самосопряженные операторы.	КР 3
	Модуль 4.		
3.	Системы дифференциальных уравнений	Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности. Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского. Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами. Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной. Метод Эйлера решения неоднородных систем. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма. Теорема	КР 4



		сравнения.	
	Модуль 5.		
		Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы. Теорема о приводимости линейной системы. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений. Методы интегрирования нелинейных систем	КР 5
	Модуль 6.		
4.	Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений	Устойчивость линейных систем. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому линейному приближению. Второй метод Ляпунова в теории устойчивости. Теоремы о неустойчивости. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений. Качественное исследование плоских систем, точки покоя. Предельные циклы автономных систем. Прикладные задачи естествознания.	КР 6
	Модуль 7.		
5.	Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.	Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши. Однородные уравнения с частными производными первого порядка. Теорема существования и единственности для линейного однородного уравнения в частных производных первого порядка. Неоднородные уравнения с частными производными. Нелинейные системы уравнений с частными производными первого порядка. Уравнение Пфаффа.	КР 7

#### 4.5. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	конт роль ные	экзамен	СРС	Все-го час.
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	16	18	8		20	62
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков	16	18	8		20	62
3	Системы дифференциальных	12	12	6		30	60

	уравнений						
4.	Устойчивость решений	12	12	6		30	60
5.	Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.	10	12	8		14	44
		66	72	36		114	288

### Практические занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (час.)
	Модуль 1.		
1.		Дифференциальные уравнения первого порядка.. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводимые к однородным. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли и Риккати. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Интегрируемые в квадратурах дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.	18
	Модуль 2		
2.		Дифференциальные уравнения n-го порядка. Случаи понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения. Методом вариации произвольных постоянных. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами.	18
	Модуль 4.		
3.		Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Матричный метод. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной. Линейные неоднородные системы со специальной правой частью.	12
	Модуль 5.		
4.		Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы. Теорема о приводимости линейной системы. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.	
	Модуль 6.		
5.		Исследование на устойчивость систем дифференциальных уравнений по линейному приближению, с помощью функций Ляпунова.	12

		Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений. Качественное исследование плоских систем, точки покоя. Предельные циклы автономных систем.	
	Модуль 7.		
6.		Линейные однородные уравнения с частными производными первого порядка. Линейные неоднородные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши.	12

### 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов. По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы экспертов и специалистов.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Лабораторные занятия.

### 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. А.Р. Эфендиев, Дифференциальные уравнения (пособие), ДГУ, 2012 г.
2. А.Р. Эфендиев, Практикум по дифференциальным уравнениям (пособие), ДГУ, 2012 г.
3. Киясов, С.Н.Шурыгин В.В. Дифференциальные уравнения. Основы теории. Учебное пособие. - Казань, КФУ, 2011 г.
4. Мухарлямов Р.К. Панкратьева Т.Н. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. / Метод пособие. Казань, КФУ. - 2013 г.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка	
Тема 1. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая	Доклады на тему: 1. Математическая модель

интер-претация. Задача Коши. Экономические задачи и математические модели приводящие к дифуравнениям.	естественного роста.2.Рост производства с учетом инвестиций.
Тема 2.Дифференциальные уравнения высших порядков.	Доклады на тему: 1.Модель колебания рыночных цен. 2.Динамическая модель Леонтьева.
Раздел 2.Прикладные задачи решаемые с применением аппарата дифференциальных уравнений	Доклады на тему: Модель Солоу.
Тема1.Системы дифференциальных уравнений	Доклад: Устойчивость решений систем дифуравнений
Тема 2. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами .	Доклады на тему: 1.Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.
Раздел 3.Дифуравнения высших порядков .	Доклады на тему:1. Задачи по теоретической механике решаемые с помощью ДУ.
Тема 1.Дифуравнения в частных производных первого порядка	Доклады на тему:1.Физические задачи решаемые с применением уравнений в частных производных первого прорядка.

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры и аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, теоретической	<b>Знает:</b> основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений, математического анализа <b>Умеет:</b> применять полученные знания для решения дифференциальных уравнений и их систем ,в том числе , с применением численных методов. <b>Владеет:</b> навыками и методами исследования и решения дифференциальных уравнений и их систем, решения задачи Коши, исследования устойчивости решений .Методами качественного анализа полученных решений с	Коллоквиум, контрольная работа, экзамен

	механики в будущей профессиональной деятельности.	применением информационных технологий.	
ПК-1	Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	<p><b>Знает:</b> взаимосвязи предметов математического направления и общие формы и закономерности математических моделей прикладных задач современного естествознания .</p> <p><b>Умеет:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях экономики и других наук, таких как физика ,биология, медицина и т д.</p> <p><b>Владеет :</b> методами исследования прикладных задач современного естествознания с помощью дифференциальных уравнений с применением современных информационных технологий</p>	Написание курсовых, рефератов, выступления на конференциях.

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

## 7.2. Типовые контрольные задания

### Вопросы к экзамену

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши.
2. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные уравнения первого порядка.
4. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати.
5. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
6. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
7. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной (неполные уравнения).
8. Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка.
9. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.
10. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
11. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
12. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.
13. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.

14. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.
15. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности.
16. Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений.
17. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского.
18. Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
19. Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
20. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной.
21. Метод Эйлера решения неоднородных систем.
22. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма.
23. Теорема сравнения.
24. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы.
25. Теорема о приводимости линейной системы.
26. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.
27. Периодические решения линейных систем.
28. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
29. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.
30. Метод малого параметра.
31. Решения периодических квазилинейных систем.
32. Устойчивость линейных систем.
33. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому линейному приближению.
34. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости.
35. Теоремы о неустойчивости.
36. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений.
37. Автономные системы. Виды траекторий.
38. Качественное исследование плоских систем, точки покоя.
39. Предельные циклы автономных систем.
40. Общий интеграл. Теорема существования независимых интегралов автономной системы.
41. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
42. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов.
43. Уравнение Бесселя.
44. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши.
45. Однородные уравнения с частными производными первого порядка.
46. Теорема существования и единственности для линейного однородного уравнения в частных производных первого порядка.
47. Неоднородные уравнения с частными производными.
48. Нелинейные системы уравнений с частными производными первого порядка
49. Уравнение Пфаффа.
50. Операционный метод решения линейных уравнений и линейных систем дифференциальных уравнений.

### Контрольная работа № 1

1. Решить уравнения
  - а)  $y'''(x-1) - y'' = 0$ ;
  - б)  $yy'' - y'^2 = yy' / \sqrt{1+x^2}$ ;
2. Решить задачу Коши

$$y''+4y'-12y = 8 \sin 2x + e^x, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

3. Найти общее решение линейного однородного уравнения. Частное решение искать в виде многочлена или показательной функции.

$$(2x + 1)y''+4xy'-4y = 0.$$

### Контрольная работа № 2

1. Найти решение системы, удовлетворяющее начальным условиям

$$\dot{x} = 5x + 5y,$$

$$\dot{y} = -4x + y, \quad x(0) = 0, y(0) = 0.$$

2. Решить систему матричным методом

$$\dot{x} = 6x - 12y - z,$$

$$\dot{y} = x - 3y - z,$$

$$\dot{z} = -4x + 12y + 3z.$$

3. Найти общее решение системы

$$\dot{x} = 4x - 3y + t^2,$$

$$\dot{y} = 3x + 4y - e^t.$$

### Вопросы к зачету:

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения 1-го порядка.
2. Начальные условия, задача Коши.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Уравнения с однородной функцией.
5. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Структура общего решения неоднородного линейного уравнения.
6. Уравнение Бернулли.
7. Уравнение в полных дифференциалах.
8. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Общее и частное решения.
9. Уравнения, допускающие понижение степени.
10. Линейные однородные уравнения 2-го порядка. Общее решение. Определитель Вронского.
11. Однородные линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
12. Неоднородные линейные уравнения 2-го порядка. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.
13. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов.
14. Линейные однородные уравнения высших порядков. Общее решение. Определитель Вронского.
15. Линейные однородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
16. Неоднородные линейные уравнения высших порядков. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.
17. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Эквивалентность

дифференциального уравнения и нормальной системы. Метод исключения.

18. Однородные нормальные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.

19. Неоднородные нормальные системы дифференциальных уравнений. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.

20. Устойчивые и неустойчивые решения систем дифференциальных уравнений.

21. Автономные нормальные системы. Состояния равновесия.

22. Типы состояний равновесия автономных систем 2-го порядка.

23. Прикладные задачи решаемые с помощью систем дифуравнений.

24. Однородные уравнения с частными производными первого порядка.

25. Неоднородные уравнения с частными производными второго порядка.

### Примеры для самостоятельной работы

1. Решить уравнение  $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$ .
2. Решить систему  $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение  $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$ .
4. Решите систему  $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$ .
5. Решить уравнение  $xy' + y = y'^2$ .
6. Решить систему  $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$ .
7. Решить уравнение  $xy' - y = x^3$ .
8. При каких значениях  $a$  асимптотически устойчиво нулевое решение системы  $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$ .
9. Решить уравнение  $xy' - y = x^3y^2$ .
10. Исследовать систему  $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$  на устойчивость.
11. Решить уравнение  $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$ .
12. Исследовать на устойчивость  $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$ .
13. Найти особые решения уравнения  $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$ .
14. Решить задачу Коши для системы  $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$ .
15. Каждая из функций семейства  $y = Ce^x + \frac{4}{c}$  является решением уравнения  $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$ . Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши  $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$ .
17. Решить уравнение  $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$ .
18. С помощью  $V = x^2 + y^2$  исследовать систему  $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$  на устойчивость.



19. Решить уравнение  $y''' + y' = x$ .
20. С помощью функции  $V = x^2 + 2y^2$  исследовать на устойчивость тривиальное решение  $x \equiv 0, y \equiv 0$  системы  $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$ .
21. Определить тип особой точки уравнения  $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{2x+y}$ .
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы  $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения  $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$ .
24. Найти область асимптотической устойчивости системы  $x' = \ln(e+ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg}y$ .
25. Решить уравнение  $y = 2xy' - y'^2$ .
26. Найти область асимптотической устойчивости системы  $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$ .
27. Являются ли функции  $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$  линейно зависимыми.
28. Решить систему  $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$ .
29. Найти общее решение уравнения  $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$ , зная два частных решения  $y_1 = 2x, y_2 = (x+1)^2$ .
30. Решить уравнение  $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ .

### Тесты для самостоятельной работы

#### Тест №1

#### по дифференциальным уравнениям

- I. Семейство линий  $y = Cx^3$  является общим решением дифференциального уравнение:
- 1)  $xy' = 3y$ ; 2)  $y^2 + y'^2 = 1$ ; 3)  $x^2y' - xy = yy'$ ; 4)  $y' = 3y^{2/3}$ ; 5)  $y = e^{xy'/y}$ .
- II. Выражение  $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$  - общий интеграл дифференциального уравнения:
- 1)  $xydx + (x+1)dy = 0$ ; 2)  $\sqrt{y^2+1}dx = xydy$ ; 3)  $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$ ;  
4)  $xy' + y = y^2$ ; 5)  $y' = 10^{x+y}$ .
- III. Дифференциальное уравнение является однородным:
- 1)  $(x+2y-1)dx + xdy = 0$ ; 2)  $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$ ; 3)  $(x+y)dx + (y-1)dy = 0$ ;  
4)  $(x^2+y)dx - xydy = 0$ ; 5)  $(1-x)dx + (x+y)dy = 0$ .

IV. Функция  $\mu(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$  - интегрирующий множитель дифференциального

уравнения:

1)  $(x^2 - y)dx + x(y + 1)dy = 0$ ; 2)  $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$ ;

3)  $(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$ ; 4)  $xy^2(xy' + y) = 1$ ; 5)  $(x^2 + 3\ln y)ydx = xdy$ .

V. Дифференциальное уравнение  $(x + 1)y'' = y + \sqrt{y}$  имеет единственное решение при начальных условиях:

1)  $x_0 = -1, y_0 < 0, y_0'$  - любое; 2)  $x_0 = -1, y_0 > 0, y_0'$  - любое; 3)  $x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1$ ;

4)  $x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0$ ; 5)  $x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0$ .

VI. Функция  $y = 0,25x^2$  является особым решением дифференциального уравнения:

1)  $y = 2xy' - 4y'^2$ ; 2)  $y = xy' - y'^2$ ; 3)  $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$ ; 4)  $xy' - y = \ln y'$ ;

5)  $x = y^2 + y'$ .

VII. Уравнение  $y'' - 2y' = 2e^x$  имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям  $y(1) = -1, y'(1) = 0$ :

1)  $y = (7 - 3x)e^{x-2}$ ; 2)  $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$ ; 3)  $y = e^{2x} - 3e^x - 1$ ; 4)  $y = e^{-x} - e + x - 1$ ;

5)  $y = -2x^2 + 4x + 1$ .

VIII. Выражение  $y = x^2e^x$  - частное решение (возможно более низкого порядка) дифференциального уравнения:

1)  $y'' - 4y' + 5y = 0$ ; 2)  $y^{IV} + 2y' + y = 0$ ; 3)  $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ .

IX. Система функций линейно зависима:

1)  $x + 2, x - 2$ ; 2)  $6x + 9, 8x + 12$ ; 3)  $\sin x, \cos x$ ; 4)  $1, x, x^2$ ; 5)  $e^x, e^{2x}, e^{3x}$ .

X. Уравнением Эйлера является:

1)  $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$ ; 2)  $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$ ; 3)  $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$ ;

4)  $x^3y''' + x^2y' - y = 0$ ; 5)  $(x - 2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$ .

XI. Функция  $y = x^3$  является решением уравнение:

1)  $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$ ; 2)  $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$ ; 3)  $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$ ;

4)  $x^3y''' + x^2y' - y = 0$ ; 5)  $(x - 2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$ .

XII. Функция  $f(x, y)$  не удовлетворяет условию Липшица по  $y$  на прямой  $y = -x$ :

1)  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ; 2)  $f(x, y) = x + y$ ; 3)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ; 4)  $f(x, y) = 1 + \sqrt{x + y}$ ; 5)

$f(x, y) = 1 + x + y$ .

XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения  $y'' + 2xy = 0$  на  $[20;45]$

удовлетворяет оценкам:

1)  $0,5 < d < 1$ ; 2)  $0,33 < d < 0,5$ ; 3)  $0,2 < d < 0,3$ ; 4)  $0,1 < d < 0,2$ ; 5)  $0,31 < d < 0,33$ .

XIV. Нулевое решение системы устойчиво:

1)  $x' = x, y' = 2y$ ; 2)  $x' = 2x, y' = y$ ; 3)  $x' = -x, y' = y$ ; 4)  $x' = -x, y' = -2y$ ;

5)  $x' = x, y' = -y$ ;

XV. Особая точка  $(0,0)$  системы является седлом:

1)  $x' = 3x, y' = 2x + y$ ; 2)  $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$ ; 3)  $x' = x, y' = 2x - y$ ; 4)

$x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$ ; 5)  $x' = 3x + y, y' = y - x$ .

XVI. Выражение  $z = f(x^2 + y^2)$  есть общее решение уравнения:

1)  $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; 2)  $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; 3)  $2y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; 4)  $y \frac{\partial z}{\partial x} - 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ;

5)  $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .

### Тест №2

по дифференциальным уравнениям

I. Функция  $y = x + C\sqrt{1+x^2}$ , где  $C \in R$ , является решением дифференциального уравнения:

1)  $(xy - 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$ ; 2)  $(xy + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$ ;

3)  $(xy + 1)dx + (x^2 + 1)dy = 0$ .

II. Интегральные кривые уравнения  $xy' = 2y$  имеют вид:

1)  $xy = C$ ; 2)  $y = C + x^2$ ; 3)  $y = Cx^2$ .

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1)  $(x - y + 1)dx + (x + y)dy = 0$ ; 2)  $x dy = (y + \sqrt{x^2 - y^2})dx$ ;

3)  $(x + 2y)dx - (x + 1)dy = 0$ .

IV. Заменой  $z = y^{-1}$  к линейному приводится уравнение:

1)  $y^3 y' - xy = x$ ; 2)  $y' + x^2 y = xy^2$ ; 3)  $y^2 y' - xy = x^2$ .

V. Последовательные приближения  $y_0(x), y_1(x), y_2(x)$  в задаче Коши

$y' = x - y^2, y(0) = 0$  имеют вид:

1)  $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{10}$ ; 2)  $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{20}$ ;

3)  $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{20}$ .

- VI. Общим решением уравнения  $y''' - \frac{1}{x}y'' = 0$  является:
- 1)  $y = x^2 + C_1x + C_2$ ; 2)  $y = C_1x + C_2$ ; 3)  $y = C_1x^2 + C_2x + C_3$ .
- VII. Определитель Вронского системы функций  $5, \cos^2 x, \sin^2 x$  равен:
- 1) 1; 2) -1; 3) 0.
- VIII. Уравнение не является уравнением в полных дифференциалах:
- 1)  $(x + y)dx + (x - y + 1)dy = 0$ ; 2)  $(2x + y)dx + (x - 3y + 4)dy = 0$ ;
- 3)  $\left(1 + \frac{y}{x}\right)dx + \left(1 - \frac{y-1}{x}\right)dy = 0$ .
- IX. Функции  $y_1 = e^{2x}, y_2 = e^{-2x}$  образуют фундаментальную систему решений уравнения:
- 1)  $y'' + 4y = 0$ ; 2)  $y'' - 4y = 0$ ; 3)  $y'' - 2y = 0$ .
- X. Функция  $y = x^2$  является частным решением уравнения:
- 1)  $x^3y''' - xy' - 3y = -5x^2$ ; 2)  $x^3y''' - xy' - 3y = x^2$ ; 3)  $x^3y''' + xy' - 3y = x^2$ .
- XI. Общим решением системы  $\frac{dx}{dt} = x \sin t, \frac{dy}{dt} = xe^{\cos t}$  является:
- 1)  $x = C_1e^{\cos t}, y = C_1t + C_2$ ; 2)  $x = C_1e^{-\cos t}, y = C_1t + C_2$ ; 3)  $x = C_1e^{-\cos t}, y = C_1 + C_2t$ .
- XII. Соотношение  $\varphi = t^2 + 2xy$ , является первым интегралом системы уравнений:
- 1)  $\frac{dx}{dt} = -y, \frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - t}{x}$ ; 2)  $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x$ ; 3)  $\frac{dx}{dt} = x - y, \frac{dy}{dt} = y - 4x$ .
- XIII. Выражение  $x = C_1e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2e^{-t} \begin{pmatrix} 2t \\ 2t - 1 \end{pmatrix}$  есть общее решение системы:
- 1)  $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ ; 2)  $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ ;
- 3)  $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ .
- XIV. Решения системы  $\frac{dx}{dt} = -x + \alpha y, \frac{dy}{dt} = \alpha x - y$  асимптотически устойчивы, если:
- 1)  $-2 < \alpha < -1$ ; 2)  $1 < \alpha < 2$ ; 3)  $-1 < \alpha < 1$ .
- XV. Функция  $V(x, y)$  является знакоопределённой:
- 1)  $V(x, y) = x^2 + y^2$ ; 2)  $V(x, y) = (x + y)^2$ ; 3)  $V(x, y) = x^2 - y^2$ .
- XVI. Положение равновесия системы уравнений устойчивый узел:
- 1)  $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$ ; 2)  $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$ ; 3)  $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$ .

XVII. Функция  $z = x^3 + y^2 + 1$  есть решения уравнения:

$$1) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0; \quad 2) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0; \quad 3) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

XVIII. Расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения  $y'' + \pi^2 y = 0$  равно:

$$1) 2; \quad 2) 1; \quad 3) 0,5.$$

### Тест №3

по дифференциальным уравнениям

I. Функция  $y = Cx + \frac{C}{\sqrt{1+C^2}}$ , где  $C \in R$ , является решением дифференциального

уравнение:

$$1) y + xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 2) y - xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 3) y - xy' = \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y'}.$$

II. Интегральные кривые уравнения  $xy' = -y$  имеют вид:

$$1) y = Cx; \quad 2) y = C + x; \quad 3) xy = C.$$

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

$$1) y = xy' + 1; \quad 2) y = xy' + y^2; \quad 3) yy' = x.$$

IV. Решением дифференциального уравнения  $y' + y = 2$  являются:

$$1) y = x; \quad 2) y = 2; \quad 3) y = -2.$$

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

$$1) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xdy = 0; \quad 2) \sqrt{x^2 - y^2} dx + dy = 0; \quad 3) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xydy = 0.$$

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

$$1) (y^2 + 1)dx - xdy = 0; \quad 2) (x - y)dx + (x + y)dy = 0; \quad 3) (x - y)dx + (-x + y)dy = 0.$$

VII. Функция  $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$  является интегрирующим множителем уравнения:

$$1) \left(1 + \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0; \quad 2) \left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0; \quad 3)$$

$$\left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy - \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0.$$

VIII. Функция линейно зависима:

$$1) 1, x; \quad 2) \sin x, \cos x; \quad 3) \sin^2 x, \cos^2 x.$$

IX. Функции  $y_1 = e^x, y_2 = e^{-x}$  образуют фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения:

1)  $y'' - y = 0$ ; 2)  $y'' + y = 0$ ; 3)  $y'' - 4y = 0$ .

X. Особая точка (положение равновесия) системы уравнения является седлом:

1)  $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$ ; 2)  $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$ ; 3)  $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$ .

XI. Сколько особых точек (положений равновесия) имеет система уравнений -

$$\frac{dx}{dt} = x^2 - y^2 - 5, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 13:$$

1) 2; 2) 3; 3) 4.

XII. Функция  $V(x, y)$  является знакопостоянной:

1)  $V(x, y) = x^4 + y^4$ ; 2)  $V(x, y) = (x - y)^2$ ; 3)  $V(x, y) = x^2 - y^2$ .

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равно нулю)

решения уравнения  $y'' + \frac{1}{4}\pi^2 y = 0$  равно:

1) 2; 2) 3; 3) 0,5.

XIV. С помощью функции  $V(x, y) = x^2 + y^2$  можно установить неустойчивость тривиального решения системы:

1)  $x' = -x, y' = -y$ ; 2)  $x' = -x + 2y, y' = -2x - y$ ; 3)  $x' = x - y, y' = -x + y$ .

XV. Особая точка системы  $\frac{dx}{dt} = x(x + y - 2), \frac{dy}{dt} = y(1 - x)$  является фокусом:

1)  $O_1(0,0)$ ; 2)  $O_2(1,1)$ ; 3)  $O_3(2,0)$ .

XVI. Функция  $u(x, y) = \ln x + \ln y$  является решением уравнения:

1)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2$ ; 2)  $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 1$ ; 3)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$ .

### 7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум - 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов,

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

### а) основная литература

1. Тихонов, Александр Николаевич. Дифференциальные уравнения : [учеб. для физ. специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Тихонов, Александр Николаевич ; А.Б.Васильева, А.Г.Свешников; под ред. А.Н.Тихонова и др.; [Моск. гос. ун-т им. М.В.Ломоносова]. - 4-е изд., стер. - М. :Физматлит, 2005, 2002. - 253 с. : ил. ; 22 см. - (Курс высшей математики и математической физики. вып.6) (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 249-250. - Предм. указ.: с. 251-253. - ISBN 5-9221-0134-X : 126-28.
2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко ; под ред. В.К.Романко. - М. : Лаб. Баз. Знаний: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 255,[1] с. - (Технический университет). - ISBN 5-93208-120-1 : 127-00.
3. Филиппов, Алексей Фёдорович . Введение в теорию дифференциальных уравнений : [учеб. для вузов по группе физ.-мат. направлений и специальностей] / Филиппов, Алексей Фёдорович . - М. :Едиториал УРСС, 2004. - 238,[1] с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 234-236. - Предм. указ.: с. 237-239. - Допущено МО РФ. - ISBN 5-354-00416-0 : 120-70.
4. Дифференциальные уравнения : учебник / . - 4-е изд. - Москва :Физматлит, 2002. - 252 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 6). - ISBN 978-5-9221-0277-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=145012">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=145012</a> (17.10.2018).

### б) дополнительная литература

Егоров, Александр Иванович. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями / Егоров, Александр Иванович. - М. :Физматлит, 2005. - 384 с. : ил. ; 24 см. - Библиогр.: с.375-376.- Предм. указ.: с.377-380. - ISBN 5-9221-0385-7 : 350-00.
Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения : учебник / Л. Э. Эльсгольц. - 6-е изд. - М. :КомКнига, 2006. - 309 с. - (Классический учебник МГУ). - Допущено МО. - ISBN 5-484-00409-8 : 134-86.
Матвеев, Павел Николаевич. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений : учеб. пособие / Матвеев, Павел Николаевич. - СПб. [и др.] : Лань, 2008. - 330,[6] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0571-8 : 278-52.
4. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник / В.А. Треногин. - Москва :Физматлит, 2009. - 312 с. - ISBN 978-5-9221-1063-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=82614">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=82614</a> (17.10.2018).

## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>(датаобращения:).

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники. При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете 2 компьютерных класса и 2 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.



