

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория интерполирования**

Кафедра математического анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
01.04.01 Математика

Профиль подготовки  
Математический анализ  
Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования  
магистратура

Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: вариативная (по выбору)

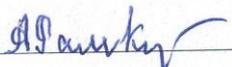
Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины *Теория интерполирования* составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры) от 17.08.2015г. № 827.

Разработчик: кафедра математического анализа,  
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа от 25 июня 2018 г.,  
протокол № 10.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук  
от 26 июня 2018 г., протокол №6.

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением  
« 18 »  2018 г. 

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *теория интерполирования* входит в вариативную по выбору часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных со свойствами конечных и разделенных разностей, интерполяционных полиномов, интерполяционными рациональными дробями, интерполяционными сплайнами, суммированием функций.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
*общепрофессиональных – ОПК-2;*  
*профессиональных – ПК-1.*

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*знать:* различные методы построения интерполяционных полиномов, рациональных дробей, сплайнов; условия и виды сходимости интерполяционных процессов; приложения к квадратным формулам;

*уметь:* применять методы теории интерполирования в задачах теории аппроксимаций, в задачах сжатия и восстановления информации, в приближенных вычислениях интегралов и других задачах методов вычислений;

*владеть:* понятиями конечной разности, разделенной разности, обратной производной, различными способами выбора систем узлов интерполяции, методами исследования сходимости интерполяционных процессов.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации	
	Все го	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС, в том числе экзамен
		из них						
Лекц ии	Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации				
В	180	14		38			128	экзамен

### 1. Цели освоения дисциплины

- Освоение основных понятий теории интерполирования (конечные разности, разделенные разности, обратные производные, виды узлов, сходимость и расходимость интерполяционных процессов и др.).

- Творческое овладение основными методами интерполирования.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина *теория интерполирования* входит в вариативную по выбору часть образовательной программы по направлению 01.04.01 Математика.

Знания по данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Изучение теории интерполирования предполагает хорошее знание основных разделов математического анализа, функционального анализа, комплексного анализа, теории меры, линейной алгебры.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения
ОПК-2	обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знает: различные аппараты интерполяции; различные формы построения интерполяционных полиномов и интерполяционных рациональных дробей; различные формы сходимости интерполяционных процессов и условия их сходимости. Умеет: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме (функциональной зависимости, некоторого интеграла и др.), допускающей интерполяцию тем или иным аппаратом. Владеет методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторого интерполяционного агрегата.
ПК-1	обладать способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	Знает фундаментальные теоремы о сходимости интерполяционных процессов в различных формах. Умеет давать оценки остатков интерполяционных формул разных типов для различных систем узлов интерполяции. Владеет навыками оценки функций и констант Лебега и другими методами исследования сходимости интерполяционных процессов.

### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		

<b>Модуль 1. Конечные и разделенные разности</b>							
1. Конечные разности			1	4			12
2. Разделенные разности			1	4			14
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>В</b>		<b>2</b>	<b>8</b>			<b>26</b>
<b>Модуль 2. Интерполяционные полиномы</b>							
1. Интерполяционные полиномы Лагранжа			1	2			6
2. Интерполяционные полиномы Ньютона			1	4			6
3. Тригонометрическое и экспоненциальное интерполирование			1	2			6
4. Ряды Ньютона			1	2			4
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>В</b>		<b>4</b>	<b>10</b>			<b>22</b>
<b>Модуль 3. Интерполяционные рациональные дроби</b>							
1. Дроби Паде			2	4			12
2. Непрерывные дроби Тиле			2	6			10
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>В</b>		<b>4</b>	<b>10</b>			<b>22</b>
<b>Модуль 4. Интерполяционные сплайны</b>							
1. Интерполяция сплайнами			2	4			10
2. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов			2	6			12
<b>Всего по модулю 4</b>	<b>В</b>		<b>4</b>	<b>10</b>			<b>22</b>
<b>Модуль 5. Промежуточная аттестация</b>							
Экзамен	<b>В</b>						<b>36</b>
<b>ИТОГО за семестр В</b>			<b>14</b>	<b>38</b>			<b>92</b>
							<b>36</b>

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

##### **Модуль 1. Конечные и разделенные разности**

Тема 1. Конечные разности.

Различные виды конечных разностей. Свойства конечных разностей.

Тема 2. Разделенные разности.

Свойства разделенных разностей. Различные представления разделенных разностей. Связь с конечными разностями и производными. Обратные производные.

##### **Модуль 2. Интерполяционные полиномы**

Тема 3. Интерполяционные полиномы Лагранжа.

Вопросы существования и сходимости. Различные формы остатка. Функция и константа Лебега.

Тема 4. Интерполяционные полиномы Ньютона.

Интерполяция по последовательности простых узлов. Кратная интерполяция. Кратные разделенные разности. Формула Эрмита.

Тема 5. Тригонометрическое и экспоненциальное интерполирование.

Постановка задачи. Вопросы существования и сходимости.

Тема 6. Ряды Ньютона.

Достаточные условия сходимости интерполяционных рядов Ньютона.

### ***Модуль 3. Интерполяционные рациональные дроби***

Тема 7. Дроби Паде.

Постановка задачи. Вопросы существования интерполяционной рациональной функции. Дроби Паде. Теорема Монтессу де Болора.

Тема 8. Непрерывные дроби Тиле.

Представление функций в виде непрерывной дроби Тиле. Интерполяционные непрерывные дроби.

### ***Модуль 4. Интерполяционные сплайны***

Тема 9. Интерполяция сплайнами.

Сплайны, их виды. Интерполяционные сплайны.

Тема 10. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов.

Достаточные условия сходимости кубических сплайнов. Сходимость интерполяционных сплайнов.

#### ***4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине***

##### ***Модуль 1. Конечные и разделенные разности***

Тема 1. Конечные разности.

1. Представление конечных разностей высших порядков через конечные разности первого порядка.
2. Конечные разности функций, имеющих производную данного порядка.
3. Решение упражнений на оценки конечных разностей элементарных функций.

Тема 2. Разделенные разности.

1. Интегральные представления разделенных разностей.
2. Разделенные разности дифференцируемых функций.
3. Вычисление обратных производных элементарных функций.

##### ***Модуль 2. Интерполяционные полиномы***

Тема 3. Интерполяционные полиномы Лагранжа.

1. Схема Эйткена вычисления значений интерполяционных полиномов.
2. Оценка остатка интерполяционных формул Лагранжа.
3. Оценка констант Лебега конкретных функций.

Тема 4. Интерполяционные полиномы Ньютона.

1. Кратные и повторные разделенные разности, их сравнение.
2. Интерполяционная схема Эрмита.

Тема 5. Тригонометрическое и экспоненциальное интерполирование.

1. Общая задача интерполяции функции в заданных узлах.
2. Тригонометрическое интерполирование периодических функций.
3. Выбор узлов в случае экспоненциального интерполирования.

Тема 6. Ряды Ньютона.

1. Теоремы о представлении функций интерполяционными рядами.
2. Виды расходимости рядов Ньютона.

##### ***Модуль 3. Интерполяционные рациональные дроби***

Тема 7. Дроби Паде.

1. Полиномы Тейлора.
2. Таблица дробей Паде.
3. Вопросы сходимости строк таблицы Паде.

Тема 8. Непрерывные дроби Тиле.

1. Разложение основных элементарных функций в непрерывную дробь Тиле.
2. Оценка скорости сходимости дробей Тиле.
3. Примеры разложения функций в интерполяционную непрерывную дробь.

#### **Модуль 4. Интерполяционные сплайны**

Тема 9. Интерполяция сплайнами.

1. Различные виды сплайнов.
2. Приближение функций интерполяционными сплайнами.

Тема 10. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов.

1. Линейные, квадратичные и кубические сплайны.
2. Достаточные условия сходимости последовательности интерполяционных сплайнов.

#### **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины действительный анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

#### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

*Учебно-методические пособия для самостоятельной работы*

1. Загиров Н.Ш., Рамазанов А.-Р. К. Приближение полиномами и рациональными функциями. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 1989.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.

*Задания для самостоятельной работы*

*Задание 1. Перечень вопросов для самостоятельной работы*

1. Различные приемы вычисления конечных разностей.
2. Представление разделенной разности через значения функции.
3. Оценка остаточного члена интерполяционной формулы Лагранжа.
4. Многочлены Чебышева.
5. Ортогональные системы функций.
6. Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов.
7. Аппроксимации Паде относительно многочленов Чебышева.
8. Интерполяционные параболические сплайны.
9. Оценка погрешности сплайн-интерполяции.
10. Линейные уравнения в конечных разностях с постоянными коэффициентами.

*Задание 2. Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы*

<b>Разделы и темы для самостоятельного изучения</b>	<b>Виды и содержание самостоятельной работы</b>
<b>Модуль 1. Конечные и разделенные разности</b>	
1. Конечные разности	Доклад на тему: «Оптимальные приемы вычисления конечных разностей»
2. Разделенные разности	Доклад на тему: «Три способа представления разделенной разности через значения

	функции»
<b>Модуль 2. Интерполяционные полиномы</b>	
1. Интерполяционные полиномы Лагранжа	Доклад на тему: «Оценка остаточного члена интерполяционной формулы Лагранжа»
2. Интерполяционные полиномы Ньютона	Доклад на тему: «Многочлены Чебышева и задача минимизации оценки остаточного члена интерполяционной формулы»
3. Тригонометрическое и экспоненциальное интерполирование	Доклад на тему: «Ортогональные системы функций и вопросы интерполяции»
4. Ряды Ньютона	Доклад на тему: «Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов»
<b>Модуль 3. Интерполяционные рациональные дроби</b>	
1. Дроби Паде	Доклад на тему: «Аппроксимации Паде относительно многочленов Чебышева»
2. Непрерывные дроби Тиле	Доклад на тему: «Оценка скорости сходимости непрерывных дробей с неотрицательными частными числителями и знаменателями»
<b>Модуль 4. Интерполяционные сплайны</b>	
1. Интерполяция сплайнами	Доклад на тему: «Интерполяционные параболические сплайны»
2. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов	Доклад на тему: «Оценка погрешности сплайн-интерполяции»

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-2	обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знает: различные аппараты интерполяции; различные формы построения интерполяционных полиномов и интерполяционных рациональных дробей; различные формы сходимости интерполяционных процессов и условия их сходимости. Умеет: создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме (функциональной зависимости,	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиума

		некоторого интеграла и др.), допускающей интерполяцию тем или иным аппаратом. Владеет методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторого интерполяционного агрегата.	
ПК-1	обладать способностью к интенсивной научно-исследовательской работе	Знает фундаментальные теоремы о сходимости интерполяционных процессов в различных формах. Умеет давать оценки остатков интерполяционных формул разных типов для различных систем узлов интерполяции. Владеет навыками оценки функций и констант Лебега и другими методами исследования сходимости интерполяционных процессов.	Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиума

## 7.2. Типовые контрольные задания

*Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по модулю «Конечные и разделенные разности»*

1. Представление конечной разности через значения функции в равноотстоящих узлах.
2. Представление конечных разностей высших порядков через конечные разности первого порядка.
3. Конечные разности функций, имеющих производную данного порядка.
4. Оценки конечных разностей элементарных функций.
5. Интегральные представления разделенных разностей.
6. Разделенные разности дифференцируемых функций.
7. Вычисление обратных производных элементарных функций.

*Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по модулю «Интерполяционные полиномы»*

1. Интерполяционные полиномы Лагранжа.
2. Оценка остатка интерполяционных формул Лагранжа.
3. Оценка констант Лебега конкретных функций.
4. Интерполяционные полиномы Ньютона.
5. Кратные и повторные разделенные разности, их сравнение.
6. Интерполяционная схема Эрмита.
7. Тригонометрическое интерполирование периодических функций.
8. Выбор узлов в случае экспоненциального интерполирования.

*Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по модулю «Интерполяционные рациональные дроби»*

1. Дроби Паде.
2. Полиномы Тейлора.
3. Таблица дробей Паде.
4. Вопросы сходимости строк таблицы Паде.
5. Непрерывные дроби Тиле.
6. Разложение основных элементарных функций в непрерывную дробь Тиле.
7. Оценка скорости сходимости дробей Тиле.
8. Примеры разложения функций в интерполяционную непрерывную дробь.

*Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по модулю «Интерполяционные сплайны»*

1. Интерполяция сплайнами.
2. Различные виды сплайнов.
3. Приближение функций интерполяционными сплайнами.
3. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов.
4. Линейные, квадратичные и кубические сплайны.
5. Достаточные условия сходимости последовательности интерполяционных сплайнов.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

*а) основная литература*

1. [Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 1](#) - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962  
Березин, И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков. - Изд. 2-е, стереотип. - Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. - Т. 1. - 464 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456944> ().
2. [Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 2](#) - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959  
Березин, И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков ; ред. Б.М. Будак, А.Д. Горбунова. - Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. - Т. 2. - 620 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456943> ().
3. [Алберг Д., Нильсон Э., Уолш Д. Теория сплайнов и ее приложения](#) - Москва: Мир, 1972  
Алберг, Д. Теория сплайнов и ее приложения / Д. Алберг, Э. Нильсон, Д. Уолш ; под ред.

С.Б. Стечкина ; пер. с англ. Ю.Н. Субботина. - Москва : Мир, 1972. - 319 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456937> ().

*б) дополнительная литература*

1. [Бахвалов Н. С. Численные методы : анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения](#) - Москва: Наука, 1975

Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941> ().

2. [Гельфонд А. О. Исчисление конечных разностей](#) - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959

Гельфонд, А.О. Исчисление конечных разностей / А.О. Гельфонд ; ред. Л.А. Соловьевой. - Изд. 2-е, доп. - Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. - 400 с. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456954> ().

3. [Натансон И. П. Конструктивная теория функций](#) - Москва , Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949

Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон. - Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. - 688 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479695> ().

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам

3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle [Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/> ().

**10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по теории интерполирования распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по

данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

При осуществлении образовательного процесса по теории интерполирования рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины теория интерполирования. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.