

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

## **Рабочая программа дисциплины**

Вопросы кодирования компактных множеств

Кафедра математического анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
01.04.01 Математика

Профиль подготовки  
Математический анализ  
Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования  
магистратура

Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: вариативная (по выбору)


Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины *Вопросы кодирования компактных множеств* составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 Математика (уровень магистратуры) от 17.08.2015 г. № 827.

Разработчик: кафедра математического анализа,  
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н., профессор


Рабочая программа дисциплины одобрена:

*на заседании кафедры математического анализа от 25 июня 2018 г.,*  
*протокол № 10.*

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

*на заседании Методической комиссии факультета математики и*  
*компьютерных наук от 25 июня 2018 г., протокол №б.*

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим  
управлением «28» 08 2018 г. 

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Вопросы кодирования компактных множеств* входит в вариативную по выбору часть образовательной программы магистратуры по направлению 01.04.01 Математика.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных со свойствами компактных множеств в метрических пространствах и возможностью кодирования важнейших функциональных пространств.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
*общепрофессиональных – ОПК-2;*  
*профессиональных – ПК-2.*

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*знать:* различные методы оценки энтропии и емкости компактных классов функций в различных метриках.

*уметь:* применять методы оценки сложности задачи табулирования к конкретным классам функций в заданных метрических пространствах.

*владеть:* понятиями  $\mathcal{E}$ -энтропии и  $\mathcal{E}$ -емкости метрического пространства, компактности топологических и метрических пространств, критериями компактности подмножеств метрических пространств.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *экзамена*.

Объем дисциплины 5 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации	
	Все го	в том числе						СРС, в том числе экзамен
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						
		из них						
Лекц ии	Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации				
В	180	12		44			124	экзамен

### 1. Цели освоения дисциплины

- Освоение основных принципов передачи и обработки информации, сжатия и воспроизведения численной информации.

- Овладение основными методами оценки степени трудности задачи табулирования основных функциональных пространств.

- Творческое овладение методами кодирования бесконечных множеств.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП магистратуры

Дисциплина *Вопросы кодирования компактных множеств* входит в вариативную часть (Б1.В.ДВ.1.2) образовательной программы по направлению *01.04.01 Математика*.

Знания по данному курсу необходимы при работе над диссертацией и в дальнейшей научно-исследовательской работе по выбранному направлению.

Изучение дисциплины *Вопросы кодирования компактных множеств* предполагает хорошее знание основных разделов математического анализа, функционального анализа, комплексного анализа, теории меры, линейной алгебры.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения
ОПК-2	обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знает: различные метрики и функциональные пространства; различные формы построения сетей в метрических пространствах; различные формы оценок метрической энтропии. Умеет создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме подмножества некоторого функционального пространства, допускающей оценки энтропии и кодирования. Владеет методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторого компактного множества метрического пространства.
ПК-2	обладать способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом	Знает содержание важнейших разделов теории кодирования компактных множеств. Умеет применять методы оценок энтропии и емкости в математических моделях явлений и структур из области естественнонаучных и прикладных дисциплин. Владеет достаточной информацией о современном уровне развития теории кодирования и применениях ее в прикладных задачах.

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<b>Модуль 1. Энтропия и емкость метрических пространств</b>								
1. Понятия энтропии и емкости. Свойства.			1	4			12	
2. Оценка энтропии подмножеств евклидова пространства.			1	6			12	
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>В</b>		<b>2</b>	<b>10</b>			<b>24</b>	КОЛЛОКВИУМ
<b>Модуль 2. Энтропия аналитических на отрезке функций</b>								
1. Полиномы Чебышева, их свойства.			2	4			10	
2. Оценка энтропии класса аналитических на отрезке функций.			2	6			12	
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>В</b>		<b>4</b>	<b>10</b>			<b>22</b>	КОЛЛОКВИУМ
<b>Модуль 3. Локально компактные классы функций</b>								
1. Критерии компактности метрических пространств.			1	6			12	
2. Локально компактные классы непрерывных функций.			1	4			12	
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>В</b>		<b>2</b>	<b>10</b>			<b>24</b>	КОЛЛОКВИУМ
<b>Модуль 4. Оценка энтропии классов Гельдера в различных метриках</b>								
1. Оценки энтропии в равномерной метрике.			2	8			8	
2. Оценка энтропии в интегральных и вариационных метриках.			2	6			10	
<b>Всего по модулю 4</b>	<b>В</b>		<b>4</b>	<b>14</b>			<b>18</b>	КОЛЛОКВИУМ
<b>Модуль 5. Промежуточная аттестация</b>								
Экзамен	<b>В</b>							<b>36</b>
<b>ИТОГО за семестр В</b>			<b>12</b>	<b>44</b>			<b>88</b>	<b>36</b>

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

### ***Модуль 1. Энтропия и емкость метрических пространств***

Тема 1. Понятия энтропии и емкости. Свойства.

Энтропия дискретных множеств. Компактные метрические пространства. Определения  $\mathcal{E}$ -энтропии и  $\mathcal{E}$ -емкости метрических пространств. Сравнение энтропии и емкости между собой.

Тема 2. Оценка энтропии подмножеств евклидова пространства.

Оценки энтропии сверху и снизу декартова произведения компактных метрических пространств через энтропию сомножителей. Оценка энтропии ограниченных областей евклидова пространства.

### ***Модуль 2. Энтропия аналитических на отрезке функций***

Тема 1. Полиномы Чебышева, их свойства.

Свойства полиномов Чебышева первого рода. Оценки скорости сходимости ряда Фурье-Чебышева.

Тема 2. Оценка энтропии класса аналитических на отрезке функций.

Некоторые свойства вещественных аналитических на отрезке функций. Оценка энтропии компактных классов аналитических на отрезке функций.

### ***Модуль 3. Локально компактные классы функций***

Тема 1. Критерии компактности метрических пространств.

Критерии Ф. Рисса и Колмогорова компактности подмножеств пространств Лебега.

Аналог критерия Ф. Рисса компактности подмножеств пространства функций с обобщенной вариацией Орлича.

Тема 2. Локально компактные классы непрерывных функций.

Характеризация энтропии класса функций, удовлетворяющих условию Липшица.

Классы Гельдера. Двусторонние оценки модуля непрерывности через выпуклый модуль непрерывности.

### ***Модуль 4. Оценка энтропии классов Гельдера в различных метриках***

Тема 1. Оценки энтропии в равномерной метрике.

Оценка энтропии класса Липшица с фиксированной константой.

Оценки энтропии классов Гельдера с выпуклым модулем непрерывности.

Тема 2. Оценка энтропии в интегральных и вариационных метриках.

Оценка энтропии компактных подмножеств в интегральных метриках.

Оценка энтропии в вариационных метриках.

#### ***4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине***

##### ***Модуль 1. Энтропия и емкость метрических пространств***

Тема 1. Понятия энтропии и емкости. Свойства.

*Вопросы к теме:*

1. Энтропия конечных множеств.
2. Критерии компактности метрических пространств.
3. Абсолютная и относительная энтропии.

Тема 2. Оценка энтропии подмножеств евклидова пространства.

*Вопросы к теме:*

1. Евклидовы пространства  $R^n$ .
2. Компактные множества в  $R^n$ .
3. Оценки энтропии различных плоских областей.

##### ***Модуль 2. Энтропия аналитических на отрезке функций***

Тема 1. Полиномы Чебышева, их свойства.

*Вопросы к теме:*

1. Свойства полиномов Чебышева.
  2. Полиномы наилучшего приближения, их нахождение.
  3. Разложение функций в ряд Фурье-Чебышева.
- Тема 2. Оценка энтропии класса аналитических на отрезке функций.

*Вопросы к теме:*

1. Бесконечно дифференцируемые и аналитические функции.
2. Ряды Тейлора (некоторые свойства).
3. Оценка энтропии компактных классов аналитических функций.

### ***Модуль 3. Локально компактные классы функций***

Тема 1. Критерии компактности метрических пространств.

*Вопросы к теме:*

1. Критерии Ф. Рисса и Колмогорова компактности подмножеств пространств Лебега.
2. Аналог критерия Ф. Рисса компактности подмножеств пространства функций с обобщенной вариацией Орлича.

Тема 2. Локально компактные классы непрерывных функций.

*Вопросы к теме:*

1. Характеризация энтропии класса функций, удовлетворяющих условию Липшица. Классы Гельдера.
2. Двусторонние оценки модуля непрерывности через выпуклый модуль непрерывности.

### ***Модуль 4. Оценка энтропии классов Гельдера в различных метриках***

Тема 1. Оценки энтропии в равномерной метрике.

*Вопросы к теме:*

1. Оценка энтропии класса Липшица с фиксированной константой.
2. Оценки энтропии классов Гельдера с выпуклым модулем непрерывности.

Тема 2. Оценка энтропии в интегральных и вариационных метриках.

*Вопросы к теме:*

1. Оценка энтропии компактных подмножеств в интегральных метриках.
2. Оценка энтропии в вариационных метриках.

## **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины действительный анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами.

В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

*Учебно-методические пособия для самостоятельной работы*

1. Рамазанов А.-Р.К., Магомедова В.Г. Элементы кодирования компактных множеств. Махачкала: Изд. ДГУ, 2012.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.

## Задания для самостоятельной работы

### Задание 1. Перечень вопросов для самостоятельной работы

1. Евклидово пространство.
2. Полиномы Чебышева.
3. Экстремальные свойства полиномов Чебышева.
4. Свойства аналитических на отрезке функций.
5. Характеристическое свойство элемента класса Липшица.
6. Общие критерии компактности метрических пространств.
7. Интегральный модуль непрерывности.
8. Критерии компактности пространств Лебега.
9. Модули непрерывности относительно вариаций Винера и Орлича.
10. Компактность в вариационных пространствах Орлича.

### Задание 2. Рефераты и доклады по темам для самостоятельной работы

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<b>Модуль 1. Энтропия и емкость метрических пространств</b>	
1. Понятия энтропии и емкости. Свойства.	Доклад на тему: «Критерии компактности метрических пространств»
2. Оценка энтропии подмножеств евклидова пространства.	Решение задач
<b>Модуль 2. Энтропия аналитических на отрезке функций</b>	
1. Полиномы Чебышева, их свойства.	Доклад на тему: «Экстремальные свойства полиномов Чебышева»
2. Оценка энтропии класса аналитических на отрезке функций.	Доклад на тему: «Аналитические на отрезке функции. Основные свойства»
<b>Модуль 3. Локально компактные классы функций</b>	
1. Критерии компактности метрических пространств.	Доклад на тему: «Общие критерии компактности».
2. Локально компактные классы непрерывных функций.	Доклад на тему: «Оценки модулей непрерывности»
<b>Модуль 4. Оценка энтропии классов Гельдера в различных метриках</b>	
1. Оценка энтропии в равномерной метрике.	Доклад на тему: «Интегральный модуль непрерывности»
2. Оценка энтропии в интегральной и вариационных метриках.	Доклад на тему: «Модули непрерывности относительно вариаций Винера и Орлича»

## 7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.



Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ОПК-2	обладать способностью создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках	Знает: различные метрики и функциональные пространства; различные формы построения сетей в метрических пространствах; различные формы оценок метрической энтропии. Умеет создавать модели явлений, процессов и конструкций в форме подмножества некоторого функционального пространства, допускающей оценки энтропии и кодирования. Владеет методами моделирования естественнонаучных задач в форме некоторого компактного множества метрического пространства.	Изучение тем модулей 1-3
ПК-2	обладать способностью к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, к управлению научным коллективом	Знает содержание важнейших разделов теории кодирования компактных множеств. Умеет применять методы оценок энтропии и емкости в математических моделях явлений и структур из области естественнонаучных и прикладных дисциплин. Владеет достаточной информацией о современном уровне развития теории кодирования и применениях ее в прикладных задачах.	Изучение тем модулей 3-4

## 7.2. Типовые контрольные задания

### *Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму*

1. Свойства энтропии и емкости.
2. Энтропии подмножеств евклидова пространства.
3. Оценка энтропии класса аналитических на отрезке функций.
4. Оценка энтропии класса Липшица с заданной константой.
5. Оценки энтропии классов Гельдера.
6. Оценка энтропии в интегральных метриках.
7. Оценка энтропии в вариационных метриках.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### ***а) основная литература:***

1. [Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа](#) - Москва: Физматлит, 2012

Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-9221-0266-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> ().

2. [Витушкин А. Г. Оценка сложности задачи табулирования](#) - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959

Витушкин, А.Г. Оценка сложности задачи табулирования / А.Г. Витушкин ; ред. М.Я. Антоновского, М.М. Горячей. - Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. - 226 с. - (Современные проблемы математики). ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457087> ().

3. [Бахвалов Н. С. Численные методы : анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения](#) - Москва: Наука, 1975

Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва : Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941> ().

### ***б) дополнительная литература:***

1. [Тиман А. Ф. Теория приближения функций действительного переменного](#) - Москва: Гос. изд-во физико-математической лит., 1960

Тиман, А.Ф. Теория приближения функций действительного переменного / А.Ф. Тиман. - Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1960. - 624 с. - ISBN 978-5-4458-5451-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222399> ().

2. [Корнейчук Н. П. Экстремальные задачи теории приближения](#) - Москва: Наука, 1976

Корнейчук, Н.П. Экстремальные задачи теории приближения / Н.П. Корнейчук ; ред. Б.И. Голубова, Г.Я. Пироговой. - Москва : Наука, 1976. - 320 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456961> ().

3. [Лоран П. Ж. Аппроксимация и оптимизация](#) - Москва: Мир, 1975

Лоран, П.Ж. Аппроксимация и оптимизация / П.Ж. Лоран ; под ред. Г.Ш. Рубинштейн, Н.Н. Яненко ; пер. с фр. Ю.С. Завьялова, Р.А. Звягиной и др. - Москва : Мир, 1975. - 495 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457011> ().

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным ресурсам
3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства Springer
4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ
5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: [http://moodle.dgu.ru/\(\)](http://moodle.dgu.ru/).

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по теории интерполирования распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к докладу или реферату, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

При осуществлении образовательного процесса по теории интерполирования рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, MatLab, Mathematica, Maple, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Университет обладает достаточной базой оснащенных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины теория интерполирования. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.