МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Кратные интегралы и ряды

Кафедра *математического анализа*
факультета *математики и компьютерных наук*

Образовательная программа
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки
Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины*: вариативная(обязательные дисциплины)*

Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины «*Кратные интегралы и ряды*» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки *01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата).* от 12.03.2015 № 228.

Разработчик: *кафедра математического анализа,*
Аджиева Х.И, к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры математического анализа от 25 июня 2018 г., протокол № 10.
Зав. кафедрой _____ *Рамазанов А.-Р.К.*

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «26» июня 2018 г., протокол № 6 .
Председатель _____ *Бейбалаев В.Д.*

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением
«28» 06 2018 г._____

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина ***Кратные интегралы и ряды*** входит в вариативную часть(обязательные дисциплины) образовательной программы бакалавриата по направлению ***01.03.02 Прикладная математика и информатика.***

Дисциплина реализуется на факультете ***математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа.***

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов, с элементами теории поля, с изучением свойств кратных рядов.
Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *профессиональных* – ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета.*

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия							Форма промежуточной аттестации
	Всего	в том числе					СРС	
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						
		из них						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации		
4	108	30	-	32			46	зачет

1. Цели освоения дисциплины
Целями освоения дисциплины ***Кратные интегралы и ряды*** являются:

-- овладение понятиями: кратная интегрируемость, интегрируемость вдоль кривых и поверхностей, элементы теории поля, кратные ряды;

-- творческое овладение основными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов, методами нахождения кратных сумм;

-- овладение основными методами теории рядов и интегралов, в частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата
Дисциплина ***Кратные интегралы и ряды*** входит в базовую часть образовательной программы ***бакалавриата*** по направлению ***01.03.02 Прикладная математика и информатика.*** Знания по этим разделам математического анализа студентам необходимы при прохождении других его разделов, а также при прохождении курсов дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, теории вероятностей, численных методов и др.

Изучение дисциплины ***Кратные интегралы и ряды*** предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных

элементарных функций.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ПК-2	Обладать способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	**Знает**: как определяются повторные и кратные интегралы, криволинейные и поверхностные интегралы; свойства этих интегралов; общие понятия теории поля; понятие кратного ряда. **Умеет:** вычислять двойные и тройные интегралы приведением их к повторным; приводить криволинейные интегралы к определенным интегралам; составлять частичные суммы кратных рядов в различных формах. **Владеет:** различными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов; интерпретацией формул связи интегралов по области и по ее границе в терминах теории поля.

4.Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	**Семестр**	**Неделя семестра**	**Аудиторные занятия, в том числе**				**Самостоят. работа**	**Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)***
			лекции	**практ. занятия**	**лабор. работы**	**Контр. сам. раб.**		
Четвертый семестр								
Модуль 1. *Кратные интегралы*								
Всего по модулю 1	***4***		***10***	***16***			***10***	Контрольная работа
1. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.			4	4			2	
2. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.			2	4			2	
3. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.			2	4			2	
4. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и			2	4			4	

цилиндрические координаты.								
Модуль 2. ***Криволинейные и поверхностные интегралы***								
Всего по модулю 2	***4***		***12***	***12***			***12***	Контрольная работа
1. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление.			2	3			2	
2. Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление. Формула Грина			4	3			2	
3. Поверхностные интегралы первого рода.			2	2			4	
4. Поверхностные интегралы второго рода.			2	2			2	
5. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.			2	2			2	
Модуль 3. ***Элементы теории поля***								
Всего по модулю 3	***4***		***8***	***4***			***24***	Коллоквиум
1. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.			4	4			12	
2. Потенциальные и соленоидальные поля. Обратная задача теории поля.			4				12	
ИТОГО:	**4**		**30**	**32**			**46**	**зачет**

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам *(разделам)*

ЛЕКЦИИ
Четвертый семестр

Модуль 1. Кратные интегралы

Тема 1. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.
Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла. Суммы Дарбу. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
Тема 2. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.
Криволинейные координаты. Площадь фигуры в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.
Тема 3. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.
Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла.
Тема 4. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.
Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты. Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Модуль 2. Криволинейные и поверхностные интегралы

Тема 5. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление.
Задачи, приводящие к криволинейному интегралу первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства. Вычисление. Примеры.
Тема 6. Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление. Формула Грина.
Задача вычисления работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.
Тема 7. Поверхностные интегралы первого рода.
Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление.
Тема 8. Поверхностные интегралы второго рода.
Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.
Тема 9. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.
Формула Гаусса-Остроградского. Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Формула Стокса. Выражение площади поверхности через криволинейный интеграл.

Модуль 3. Элементы теории поля

Тема 10. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.
Скалярные и векторные поля. Основные понятия, примеры. Градиент, ротор, дивергенция. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.
Тема 11. Потенциальные и соленоидальные поля. Обратная задача теории поля.
Потенциальные и соленоидальные поля. Разложение векторного поля на сумму потенциального и соленоидального полей. Обратная задача теории поля.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ
Четвертый семестр

Модуль 1. Кратные интегралы

Тема 1. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.
Суммы Дарбу. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
Тема 2. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.
Площадь фигуры в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.
Тема 3. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.
Суммы Дарбу. Свойства тройного интеграла. Объем тела в криволинейных интегралах.
Тема 4. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.
Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты. Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Модуль 2. Криволинейные и поверхностные интегралы

Тема 5. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление.
Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства. Вычисление. Примеры.
Тема 6. Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление. Формула Грина.
Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула

Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла.
Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.
Тема 7. Поверхностные интегралы первого рода.
Поверхностные интегралы первого рода. Определение и вычисление.
Тема 8. Поверхностные интегралы второго рода.
Ориентация поверхности. Определение и вычисление поверхностного интеграла второго рода.

Модуль 3. Элементы теории поля

Тема 9. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.
Скалярные и векторные поля. Задачи на градиент, ротор, дивергенцию. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины кратные интегралы и ряды лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
2. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала , 2006.

Задания для самостоятельной работы

Задание №1

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int\limits_C (x+y)ds$, C: $x=t,\ y=\dfrac{3t^2}{\sqrt{2}},\ z=t^3,\ 0\le t\le 1$.

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода $\int\limits_C \dfrac{x^2dy-y^2dx}{x^{\frac{5}{3}}+y^{\frac{5}{3}}}$, где C – четверть астроиды $x=R\cos^3 t,\quad y=R\sin^3 t$ от точки (R,0) до точки (0,R).

3. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (x-y)dxdy,\ \ D: y^2=\dfrac{b^2}{2}x,\ y=\dfrac{b}{a}x\ (a>0,b>0)$.

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы $\iint\limits_D f\left(\dfrac{x}{y}\right)dxdy$, $D: y=x, y=-x, y=1$.

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл $\int\limits_C (1-x^2)ydx+x(1+y^2)dy$, где C – окружность $x^2+y^2=R^2$.

Задание №2

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_C \sqrt{x^2+y^2}\,ds,\ C: x = a(\cos t + t\sin t),$

$y = a(\sin t - t\cos t),\ 0 \le t \le 2\pi.$

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода $\int_C \frac{y^2dx - x^2dy}{x^2+y^2}$, где С – полуокружность

$x = a\cos t,\ \ y = a\sin t,\ \ 0 \le t \le \pi.$

3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (1-xy)dxdy,\ D: y = \sqrt{x},\ y = 2\sqrt{x},\ x = 4.$

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы $\iint_D f(x^2+y^2)dxdy,\ \ D: -1 \le x \le 1,$

$0 \le y \le 1.$

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл $\int_C (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy,$

где С – эллипс

Разделы и темы для самостоятельного изучения	*Виды и содержание самостоятельной работы*
Модуль 1. Кратные интегралы	
1. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.	Реферат на тему: Мера Жордана.
2. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.	Решение задач и упражнений.
3. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.	Доклад на тему: Криволинейные координаты.
4. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.	Решение задач и упражнений.
Модуль 2. Криволинейные и поверхностные интегралы	
1. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
2. Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление. Формула Грина.	Решение задач и упражнений.
3. Поверхностные интегралы первого рода.	Решение задач и упражнений.
4. Поверхностные интегралы второго рода.	Решение задач и упражнений.
5. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.	Решение задач и упражнений.
Модуль 3. Элементы теории поля	
1. Скалярные и векторные поля. Векторная форма записи формул Стокса и Гаусса-Остроградского.	Рефераты на темы: 1. Формула Стокса в векторной форме. 2. Формула Гаусса-Остроградского в векторной форме.
2. Потенциальные и соленоидальные поля. Обратная задача теории поля.	Доклад на тему: Приложения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов в физике и механике.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.
Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
ПК-2	Обладать способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	**Знает:** как определяются повторные и кратные интегралы, криволинейные и поверхностные интегралы; свойства этих интегралов; общие понятия теории поля; понятие кратного ряда. **Умеет:** вычислять двойные и тройные интегралы приведением их к повторным; приводить криволинейные интегралы к определенным интегралам; составлять частичные суммы кратных рядов в различных формах. **Владеет:** различными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов; интерпретацией формул связи интегралов по области и по ее границе в терминах теории поля.	Устный опрос, контрольная работа

7.2. Типовые контрольные задания

Примерные вопросы к коллоквиуму «Кратные и криволинейные интегралы»

1. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
2. Вычисление двойного интеграла, если C - граница данной криволинейной трапеции.
3. Площадь в криволинейных координатах.
4. Двойной интеграл в криволинейных координатах.
5. Двойной интеграл в полярных координатах.

6. Существование и вычисление криволинейного интеграла первого рода.
7. Вычислить интеграл $\int_C (x-y)ds$ по дуге $C:\ y=\sqrt{x},\quad (0\le x\le 1).$
8. Вычислить интеграл $\int_C (x+y)ds$ по границе треугольника, ограниченного линиями $x=0,\quad y=2-x,\quad y=0$.
9. Определение и свойства криволинейного интеграла второго рода.
10. Вычислить интеграл $\int_{AB} (2x+y)dx+(2y+x)dy;\quad A(0,0),\ B(1,1).$
11. Формула Грина.
12. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $\rho=\sin\varphi$.
13. Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y=\sin x,\ y=-\sin x,\ x=0,\ x=\frac{\pi}{2}$.
14. Вычислить интеграл $\iint_D \sin\left(x^2+y^2 dxdy\right)$, где $D=\left\{(x,y)\middle| x^2+y^2\le R^2\right\}$.
15. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z=x^2+y^2,\quad z=1$.

Контрольные работы

Вариант 1

1. Вычислить длину дуги отрезка полукубической параболы $y=\frac{2}{3}x^{3/2}\qquad (0\le x\le 8)$
2. Вычислить двойной интеграл $\iint_{(\sigma)} y(x+1)dxdy$, если $(\sigma):\left\{-1\le y\le 1,\ 0\le x\le\sqrt{1-y}\right\}$
3. Вычислить криволинейный интеграл 1 типа $\int_C (x^2+y^2)dC$, где С-кривая $x=a(\cos t+t\sin t),\ y=a(\sin t-t\cos t),\ 0\le t\le 2\pi.$
4. Найти величину и направление градиента поля $u=x^3+3y^2+6z+zy-2xy-6z^2$ в точке A(1,2,1).

Вариант 2

1. Вычислить объем тела, полученного вращением кривой $y=\cos x\left(-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}\right)$ вокруг оси oy.
2. Вычислить двойной интеграл $\iint_{(\sigma)} (x+y)dxdy$, если $(\sigma):\{0\le y\le 1-x,\ 0\le x\le 1\}$
3. Вычислить криволинейный интеграл 1 типа $\int_C zdC$, где С -коническая винтовая линия $x=t\cos t,\ y=t\sin t,\ z=t,\ 0\le t\le 2.$
4. Найти величину и направление ротора в точке M(-2,1,1), если $\bar{a}=\frac{y}{z^2}\bar{i}+xy\bar{j}+\frac{z}{y^2}\bar{k}$

Вариант 3

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2=2(x-1),\ x=3.$
2. Вычислить двойной интеграл $\iint_{(\sigma)} (x^2+y^2)dxdy$, если (σ) -параллелограмм со сторонами $y=x,\ y=x+1,\ y=1,\ y=3.$
3. Вычислить криволинейный интеграл 2 типа $\int_c y^2dx+x^2dy$, где С-арка циклоиды $x=a(t-\sin t),\ y=a(1-\cos t),\ 0\le t\le 2\pi.$

4. Найти величину и направление градиента поля $u = x^3 + 3y^2 + 5xy - z^2$ в точке A(2,4,1).

Вариант4

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = 1 - x^2$, $y = x^2 - 7$
2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} (x + \frac{y^2}{2}) dxdy$, если $(\sigma): \{2 \le y \le 3,\ y \le x \le y + 3\}$
3. Вычислить криволинейный интеграл 2 типа $\int\limits_c yzdx + (x + z)dy + x^2 dz$, где C- кривая

$x = t^2,\ y = t^4,\ z = t^6,\ 0 \le t \le 1$

4.Найти дивергенцию поля $\bar{a} = (x^2 + y^2)^{3/2}\bar{i} - (x^2 + y^2)^{1/2}\bar{j} + (x^2 + y^2)^{5/2}\bar{k}$ в точке A(3,4,5).

Вариант5

1. Вычислить длину дуги логарифмической спирали $r = ae^{2\phi},\quad 0 \le \phi \le \pi$
2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} xy^2 dxdy$, если (σ) - фигура, ограниченная кривыми

   $y = x^2,\ y = 1.$
3. Вычислить криволинейный интеграл 1 типа $\int\limits_C (x^{4/3} + y^{4/3}) dC$, где C-астроида

   $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}$
4. Найти дивергенцию поля $\bar{a} = x^3 y\bar{i} + y^3 z\bar{j} + z^3 x\bar{k}$ в точке A(0,-3,2).

Вариант6

1. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси ox криволинейной трапеции, ограниченной кривыми $y = 5x - x^2,\ y = 0.$
2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} xdxdy$, если (σ) - ограничена кривыми $y = x^2 - 3x,\ y = x.$
3. Вычислить криволинейный интеграл 1 типа $\int\limits_C xy^2 dC$, где C- кривая

$x = \cos t,\ y = \sin t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}.$

4. Найти величину и направление ротора векторного поля в точке M(-2,-1,1), если $\bar{a} = x^2 yz^3\bar{i} + (5z^2 + xy^3)\bar{j} + (3y^2 - x^2 z^3)\bar{k}$

Вариант 7

1. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной кривыми $y = x^2,\ y = 2.$
2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} (y + x^2) dxdy$, если (σ) - ограничена

кривыми $y = \frac{1}{x},\ y = 1,\ x = 2.$

3. Вычислить криволинейный интеграл 2 типа $\int\limits_C (x^2 - xy)dx + (2y^2 - 3xy)dy$, где C- кривая

$y = x^3,\ 0 \le x \le 1.$

4. Найти величину и направление градиента поля $u = yx^3 + 3zy^2 + xy - 10z^2 - 4xy$ в точке A(-2,4,-3).

Вариант 8

1. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси oy криволинейной трапеции, ограниченной кривыми $y = 1 - x^2,\ y = 0,\ 0 \le x \le 1.$

2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} y^2 dxdy$, если (σ) - ограничена кривыми $y = x,\ y = x^2$.

3. Вычислить криволинейный интеграл 2 типа $\int\limits_C x^2 dx + (x+z)dy + xydz$, где С- кривая

$x = \sin t,\ y = \sin^2 t,\ z = \sin^3 t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}$.

4. Найти величину и направление ротора векторного поля
$\bar{a} = (2y^3 - xz)\bar{i} + (8z^2 x + 3y^2)\bar{j} + (y^3 x - 3z^2)\bar{k}$ в точке А(-4,4,1).

Вариант 9

1. Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной кривыми $y = (x-1)^2,\ y = 1 - x.$

2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} xydxdy$, если (σ) - ограничена кривыми $y = \frac{1}{x},\ y = \frac{5}{2} - x.$

3. Вычислить криволинейный интеграл 2 типа $\int\limits_C xydx + zdy + (x^2 + y^2)dz$, где С- дуга винтовой

линии $x = a\cos t, y = a\sin t, z = bt, 0 \le t \le \frac{\pi}{2}$..

4. Найти величину и направление градиента поля $u = 7y^3x^2 - 5zx + 3y^4 z - 4z^2 + 3$ в точке А(-1,-2,-2).

Вариант 10

1. Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной кривыми $y = x^2 + 1,\ \ y + x = 3$

2. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} (x^2 + y^2)dxdy$, если (σ) - ограничена кривыми

$xy = 1,\ xy = 4,\ y = x,\ y = 3x.$

3. Вычислить криволинейный интеграл 1 типа $\int\limits_C (x+y)dC$, где С- отрезок прямой

$y = x,\ 0 \le x \le 1.$

4. Найти дивергенцию поля $\bar{a} = 2x^2 y\bar{i} + 5y^3 z^2 \bar{j} - 3x^3 z\bar{k}$ в точке А(-1,3,4).

Примерные тестовые задания для текущего контроля знаний студентов

№1

Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} (x-y)dxdy$, где область (σ) ограничена

линиями $y = x,\ y = 1 - x,\ y = 0$.

1)

$\frac{1}{12}$

2)

$\frac{5}{12}$

3)

$\frac{11}{12}$

4)

$\frac{7}{12}$

№2

Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)}(4-y)dxdy$, где область (σ) ограничена

линиями $x^2=4y,\ y=1,\ x=0\ (x\geq 0)$.

1)

$\frac{68}{15}$

2)

$4\frac{8}{15}$

3)

$\frac{64}{15}$

4)

$4\frac{4}{15}$

№3

Найти площадь области (σ), ограниченной

линиями $y^2-4x+x^2=0,\ y^2-8x+x^2=0,\ y=\frac{x}{\sqrt{3}},\ y=0$.

1)

$2\pi+3\sqrt{3}$

2)

$12\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

3)

$2\pi-3\sqrt{3}$

4)

$12\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

№3

Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)}xdxdy;$ где область (σ) ограничена линиями

$xy=6, x+y-7=0$

1)

$20\frac{5}{6}$

2)

$\frac{125}{6}$

3)

$18\frac{7}{6}$

4)

$\frac{115}{6}$

№4

Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_{(\sigma)} e^{x^2+y^2}\,dxdy$, где область (σ)ограничена

линиями $x^2+y^2=R^2,\ y=0,\ x=0\ (x\geq 0,\ y\geq 0)$.

1)

$\frac{\pi e^{R^2}}{4}$

2)

$\frac{\pi e^{R^2}}{2}$

3)

$\frac{\pi e^{R^2}}{8}$

4)

$\frac{\pi e^{R^2}}{6}$

№5

Определить границы области (σ) в полярных координатах, если она ограничена

линиями $y^2-4x+x^2=0,\ y^2-8x+x^2=0,\ y=\frac{x}{\sqrt{3}},\ y=0$.

1)

$(\sigma)=\left\{0\leq\varphi\leq\frac{\pi}{6},\ 4\cos\varphi\leq r\leq 8\cos\varphi\right\}$

2)

$(\sigma) = \left\{0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3},\ 4\cos\varphi \le r \le 8\cos\varphi\right\}$

3)

$(\sigma) = \left\{0 \le \varphi \le \frac{\pi}{6},\ 2\cos\varphi \le r \le 4\cos\varphi\right\}$

4)

$(\sigma) = \left\{0 \le \varphi \le \frac{\pi}{6},\ 4 \le r \le 8\right\}$

№6

Определить границы области (σ) в полярных координатах, если она ограничена линиями

$x^2 + y^2 = R^2,\ y = 0,\ x = 0\ (x \ge 0,\ y \ge 0)$.

1)

$(\sigma) = \left\{0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le r \le R\right\}$

2)

$(\sigma) = \{0 \le \varphi \le 2\pi,\ 0 \le r \le R\}$

3)

$(\sigma) = \left\{0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le r \le R^2\right\}$

4)

$(\sigma) = \left\{0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2},\ -R \le r \le R\right\}$

№7

Расположить криволинейные интегралы в порядке возрастания их численных значений

1)

$\int\limits_{(c)} dc, \quad где\ C - x = e^{-t}\cos t,\ y = e^{-t}\sin t,\ z = e^{-t},\ 0 \le t < +\infty$

2)

$\int\limits_{(c)} (x + y)dc, \quad где\ C - контур\ треугольника\ с\ вершинами\ O(0,0),\ A(1,0),\ B(0,1)$

3)

$\int\limits_{(c)} dc, \quad где\ C - x = 3t,\ y = 3t^2,\ z = 2t^3,\ 0 \le t \le 1$

4)

$$\int_{(c)} \left(x^2 + y^2\right) dc, \quad \text{где } C - x = \cos t + t\sin t,\ y = \sin t - t\cos t,\ 0 \le t \le 2\pi$$

№8

Расположить криволинейные интегралы в порядке убывания их численных значений

1)

$$\int_{(c)} \left(x^2 + y^2\right) dc, \quad \text{где } C - x = \cos t + t\sin t,\ y = \sin t - t\cos t,\ 0 \le t \le 2\pi$$

2)

$$\int_{(c)} dc, \quad \text{где } C - x = 3t,\ y = 3t^2,\ z = 2t^3,\ 0 \le t \le 1$$

3)

$$\int_{(c)} (x + y) dc, \quad \text{где } C - \text{контур треугольника с вершинами } O(0,0),\ A(1,0),\ B(0,1)$$

4)

$$\int_{(c)} dc, \quad \text{где } C - x = e^{-t}\cos t,\ y = e^{-t}\sin t,\ z = e^{-t},\ 0 \le t < +\infty$$

№9

Установить соответствие между криволинейными интегралами и их численными значениями

1.

$$\int_{(c)} x dc, \quad \text{где } C - \text{дуга астроиды } x = 2\sin^3 t,\ y = 2\cos^3 t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}$$

2.

$$\int_{(c)} \sqrt{1 + 4y + 9xz}\, dc, \quad \text{где } C - \text{дуга кривой } x = t,\ y = t^2,\ z = t^3\ 0 \le t \le 1$$

3.

$$\int_{(c)} (x^2 + y^2 + z^2) dc, \quad \text{где } C - \text{часть винтовой линии } x = 2\cos t,\ y = 2\sin t,\ z = t,\ 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$$

4.

$$\int_{(c)} z dc, \quad \text{где } C - \text{часть конической винтовой линии } x = t\cos t,\ y = t\sin t,\ z = t,\ 0 \le t \le 1$$

1)

$$\frac{12}{5}$$

2)

$\frac{62}{15}$

3)

$\frac{2\pi}{3}\sqrt{5}\left(12+4\pi^2\right)$

4)

$\frac{1}{3}\left(3\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)$

№10

Установить соответствие между условиями векторного поля и вытекающими из этого

выводами

1. $div\vec{a}(M)>0$

2. $div\vec{a}(M)<0$

3. $div\vec{a}(M)=0$

4. $rot\vec{a}(M)=0$

1)

внутри области, где протекает несжимаемая жидкость имеются дополнительные источники и

из области вытекает жидкости больше, чем втекает

2)

внутри области, где протекает несжимаемая жидкость имеются дополнительные стоки и в

область втекает жидкости больше, чем вытекает

3)

внутри области, где протекает несжимаемая жидкость нет дополнительных стоков и

источников и в область втекает жидкости столько же сколько вытекает

4)

векторное поле является потенциальным

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.
Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.
Текущий контроль по дисциплине включает:
- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 40 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 50 баллов.
Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос (зачет) - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. **Фихтенгольц**, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. **Фихтенгольц** ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037
2. **Кудрявцев**, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т. / Л.Д. **Кудрявцев**. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2009. - Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0184-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82814
3. **Никольский**, С.М. Курс математического анализа : учебник / С.М. **Никольский**. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2001. - 592 с. - ISBN 978-5-9221-0160-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69500
4. **Демидович**, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. **Демидович**. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722

б) дополнительная литература:

1. **Ильин**, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. **Ильин**, Э.Г. **Позняк**. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225
2. Сборник задач по математическому анализу. Ряды : в 3-х т. / Л.Д. **Кудрявцев**, А.Д. **Кутасов**, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2009. - Т. 2. Интегралы. - 503 с. - ISBN 978-5-9221-0307-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82820
3. **Будак**, Б.М. Кратные интегралы и ряды : учебник / Б.М. **Будак**, С.В. **Фомин**. - Москва : Физматлит, 2002. - 550 с. - ISBN 978-5-9221-0300-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67845
4. Асланов, Р.М. Математический **анализ**: краткий курс : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Р.М. Асланов, О.В. Ли, Т.Р. Мурадов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, ФГБОУ ВПО Московский педагогический государственный университет, Международная академия наук педагогического образования. - Москва : Прометей, 2014. - 284 с. : схем., ил., табл. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-99058886-5-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=426687

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. http://elibrary.ru – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам

3. http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/ - платформа ресурсов издательства Springer

4. http://edu.dgu.ru/ - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучением: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: http://moodle.dgu.ru/(датаобращения:).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине ***Кратные интегралы и ряды*** распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине *Кратные интегралы и ряды* рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой оборудованных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины ***Кратные интегралы и ряды.*** Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.