

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Теория вероятностей, случайные процессы**  
Кафедра прикладной математики факультета математики и  
компьютерных наук

**Образовательная программа**  
*01.03.01 - Математика*

Профиль подготовки  
**Вещественный, комплексный и функциональный анализ**  
**Математический анализ и приложения**

Уровень высшего образования  
*Бакалавриат*

Форма обучения  
*Очная*

Статус дисциплины: *Базовый*

Махачкала, 2018

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей, случайные процессы» составлена в 2018 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 – Математика (уровень бакалавриата) от «7» августа 2014 г. №943.

Разработчики:

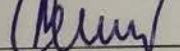
кафедра прикладной математики: Бейбалаев В.Д., к. ф.-м. н., доцент;  
Гаджиева Т.Ю., к. ф.-м. н., доцент;  
Ризаев М.К., к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «14» июня 2018 г.,  
протокол №10

И. о. зав. кафедрой  Кадиев Р.И.

На заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук от «27» июня 2018 г., протокол №6

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа согласована с учебно-методическим управлением

«14» 06 2018 г.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Теория вероятностей, случайные процессы» входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.01 - Математика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с классической теорией вероятностей и современный аксиоматический подход. Учитывая важность численных методов статистического моделирования, даются (вне гос. стандарта) также основы моделирования на ЭВМ случайных величин и некоторых процессов, в частности, процессов переноса, процессов массового обслуживания, моделирования надежности сложных технических систем.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных – ОПК-1; профессиональных – ПК-2.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума и промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины 6 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
5	108	36		36			36	зачет
6	108	18		18			72	экзамен
ИТОГО	216	54		54			108	

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины являются: дать студентам фундаментальные знания по основам теории вероятностей, показать их связь с практическими задачами, научить основным методом построения и анализа вероятностных моделей различных задач и процессов и алгоритмам их реализации на ЭВМ, фундаментальная подготовка в области построения и анализа сложных стохастических моделей, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в разнообразных приложениях.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Теория вероятностей, случайные процессы» входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению подготовки 01.03.01 - Математика.

Курс «Теория вероятностей, случайные процессы» вводится после изучения дисциплин алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения
<b>ОПК-1</b>	обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической	<b>Знает</b> фундаментальные понятия и законы теории вероятностей, случайных процессов, основные приемы и формулы исчисления вероятностей; <b>Умеет</b> использовать базовые знания для решения задач по теории вероятностей и теории случайных процессов <b>Владеет</b> базовыми знаниями математического анализа, дифференциальных уравнений, алгебры, геометрии, топологии и

	статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	дискретной математики
<b>ПК-2</b>	обладать ,способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	<b>Знает</b> основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов; <b>Умеет</b> при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов; <b>Владеет</b> навыками решения практических задач

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 академических часов.

#### 4.2. Структура дисциплины.

/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль самост. раб.		
<b>МОДУЛЬ 1: Основы теории вероятностей</b>									
1	Элементы теории множеств. Комбинаторика	5	1	2	2			2	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала
2	Классическая теория вероятностей. Основные формулы исчисления вероятностей.	5	2-5	8	8			6	--- Контрольная работа Коллоквиум
3	Аксиоматика теории вероятностей.	5	6	2	2			4	
	<i>Итого по модулю 1:</i>			12	12			12	
<b>МОДУЛЬ 2: Случайные величины</b>									

4	Определения. Функция распределения случайной величины	5	7-8	4	4		4	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала
5	Дискретные случайные величины	5	9-10	4	4		4	--- Контрольная работа Коллоквиум
6	Непрерывные случайные величины	5	11-12	4	4		4	
	<i>Итого по модулю 2:</i>			12	12		12	
<b>МОДУЛЬ 3: Предельные теоремы теории вероятностей</b>								
7	Закон больших чисел	5	13-14	4	6		4	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала
8	Центральная предельная теорема.	5	15-16	4	2		4	
9	Многомерные случайные величины	5	17-18	4	4		4	--- Контрольная работа Коллоквиум
	<i>Итого по модулю 3:</i>			12	12		12	
	<i>Итого за семестр:</i>			36	36		36	Зачет
<b>МОДУЛЬ 4: Теория случайных процессов</b>								
10	Основные понятия случайных процессов. Теория Колмогорова. Корреляционная и среднеквадратичная теория случайных процессов	6	1	2	2		6	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала --- Контрольная работа Коллоквиум
11	Стационарность и эргодичность процессов. Гауссовские процессы: Винеровский процесс.	6	2-3	4	2		6	
12	Критерий Колмогорова, непрерывности траектории, следствие для Гауссовских процессов.	6	4-5	4	2		8	
	<i>Итого по модулю 4:</i>			10	6		20	
<b>МОДУЛЬ 5: Марковский процесс</b>								

13	Цепи Маркова	6	6	2	4			10	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, проверка групп журнала --- Контрольная работа Коллоквиум
14	Пуассоновский процесс.	6	7-9	6	6			8	
	<i>Итого по модулю 5:</i>			8	10			18	
	<i>Экзамен</i>	6						36	Экзамен
	<i>Итого за семестр:</i>	6		18	18			72	
	<b>ИТОГО:</b>			54	54			108	

### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

#### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### Модуль 1. Основы теории вероятностей

##### Тема 1. Элементы теории множеств. Комбинаторика.

Предмет теории вероятностей. Случайные события, их классификация. Действия над событиями. Алгебра событий. Элементы Комбинаторики. Примеры.

##### Тема 2. Классическая теория вероятностей. Статистическая вероятность.

Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Примеры вычисления вероятностей. Свойства статистической устойчивости относительной частоты. Статистическое определение вероятности.

##### Тема 3. Геометрические вероятности. Аксиоматическое определение вероятности.

Геометрическое определение вероятности. Примеры. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности. Конечное вероятностное пространство.

#### **Тема 4. Правила сложения и умножения вероятностей.**

Условные вероятности. Вероятность произведения событий. Независимость событий. Вероятность суммы событий.

#### **Тема 5. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.**

Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Примеры.

#### **Тема 6. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.**

Схема Бернулли. Формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

#### **Модель 2. Случайные величины**

#### **Тема 7. Понятие случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины.**

Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения. Функция распределения дискретной случайной величины.

#### **Тема 8. Числовые характеристики дискретных случайных величин.**

Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Дисперсия. Свойства дисперсии. Мода. Медиана. Начальные и центральные моменты.

#### **Тема 9. Непрерывные случайные величины.**

Функция и плотность распределения непрерывной случайной величины. Свойства.



**Тема 10. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.**

Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Дисперсия. Свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение. Мода. Медиана. Начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс. Квантили.

**Тема 11. Основные законы распределения дискретных случайных величин.**

Производящая функция. Биномиальный закон распределения. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение.

**Тема 12. Основные законы распределения непрерывных случайных величин.**

Равномерный закон распределения. Показательный закон распределения. Нормальный закон распределения.

**Модуль 3. Закон больших чисел. Системы случайных величин.**

**Тема 13. Закон больших чисел в форме Чебышева.**

Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова. Теорема Чебышева.

**Тема 14. Закон больших чисел в форме Бернулли. Центральная предельная теорема.**

Теорема Бернулли. Нормированные и центрированные случайные величины. Центральная предельная теорема.

**Тема 15. Системы случайных величин.**

Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Зависимость и независимость двух случайных величин.

**Тема 16. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины.**

Условные законы распределения. Математическое ожидание и дисперсия.  
Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Свойства.

Классическое определение центральной предельной теоремы.

### **Тема 17. Двумерное нормальное распределение.**

Двумерное нормальное распределение. Регрессия. Теорема о нормальной корреляции.

### **Тема 18. Характеристическая функция и ее свойства.**

Характеристическая функция и ее свойства. Характеристическая функция нормальной случайной величины.

## **Модуль 4. Теория случайных процессов**

### **Тема 19. Основные понятия случайных процессов.**

Теория Колмогорова. Корреляционная и среднеквадратичная теория случайных процессов. Основные понятия корреляционной теории случайных процессов. Классы случайных процессов: гауссовские, марковские, независимыми приращениями

### **Тема 20. Стационарность и эргодичность процессов.**

Процессы с ортогональными приращениями. Спектральное разложение процессов.

### **Тема 21. Гауссовские процессы: Винеровский процесс.**

Гауссовские процессы: Винеровский процесс.

### **Тема 21. Критерий Колмогорова, непрерывности траектории, следствие для Гауссовских процессов.**

Критерий Колмогорова, непрерывности траектории, следствие для Гауссовских процессов.

### **Тема 22.**

Многомерные гауссовские процессы

## **МОДУЛЬ 5: Марковские процессы**

### **Тема 22. Цепи Маркова.**

Однородные цепи Маркова. Матрицы переходных вероятностей. Эргодичность. Цепи Маркова с непрерывным временем. Уравнение Колмогорова. Чепмена прямые и обратные дифференциальные уравнения.

**Тема 23.** Критерий согласия Пирсона. Критерий согласия Колмогорова.

Построение пуассоновского процесса последовательности независимых показательных распределений. Определение Хинчина.

**Тема 24.** Пуассоновский процесс.

Определение Хинчина. Выбор из двух простых гипотез.

**Тема 25.** Пуассоновский процесс.

Критерий Неймана – Пирсона. Примеры применения

#### **4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине**

	<b>Модуль 1. Основы теории вероятностей</b>	Количество часов	Аудиторная работа
1	Элементы теории множеств. Комбинаторика	2	[2] №6, 8,12,13, 14, 15,19, 21, 22
2	Геометрические вероятности	2	[2] № 27, 29, 31, 36, 38, 42
3	Правила сложения и умножения вероятностей	2	[2] № 51, 53, 55, 63, 67, 70, 85
4	Формула полной вероятности. Формулы Байеса	2	[2] № 91, 93, 94, 96, 99, 101,103, 107
5	Схема Бернулли. Формула Бернулли	2	[2] № 112, 114, 116, 117, 118
6	Предельные теоремы в схеме Бернулли	2	[2] № 122, 124, 127, 128, 133,137
	<b>Модуль 2. Случайные величины</b>		
7	Основные определения. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.	2	[2] № 167, 169, 171, 173, 175, 177, 180, 186
8	Числовые характеристики дискретных случайных величин	2	[2] № 190,193, 195, 200, 217, 220, 223, 234
9	Непрерывные случайные величины. Функция и плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.	2	[2] № 254, 255, 257, 261, 263, 265, 266, 272, 274

10	Числовые характеристики непрерывных случайных величин	2	[2] № 278, 279, 284, 288, 293, 298
11	Основные распределения дискретных случайных величин	2	[2] № 200, 217, 220, 223, 234
12	Основные распределения непрерывных случайных величин	2	[2] № 310, 311, 316, 323, 324, 330, 336, 352, 355
	<b>Модуль 3: Закон больших чисел. Системы случайных величин.</b>		
13	Закон больших чисел в форме Чебышева.	2	[12] № 239, 240, 242
14	Закон больших чисел в форме Бернулли. Центральная предельная теорема.	2	[2] № 248, 250, 251
15	Системы случайных величин.	2	[2] № 411, 413, 417, 419
16	Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины.	2	[2] № 422, 426, 431, 433, 438
17	Двумерное нормальное распределение.	2	[2] № 401, 403, 404, 406
18	Характеристическая функция и ее свойства.	2	[2] № 305, 307, 315, 322
	<b>Модуль 4: Теория случайных процессов</b>		
19	Случайные функции, процессы. Сечение и траектория случайного процесса. Конечномерные распределения	2	[2] № 736, 757, 758, 759
20	Моментные функции случайных процессов и их свойства. Свойства ковариационной функции	2	[2] № 764, 766, 767, 768
21	Преобразования случайных процессов. Дифференцирование и интегрирование процессов. Линейные преобразования	2	[2] № 794, 795, 812, 814
22	Стационарность, эргодичность случайных процессов. Свойства моментных функций	2	[2] № 830, 832, 834, 836
23	Спектральные представления случайных процессов. Спектральное представление ковариационной функции.	2	[2] № 846, 848, 850
	<b>Модуль 5: Марковский процесс</b>		

24	Гауссовские случайные системы. Гауссовские случайные вектора. Линейные преобразования гауссовских систем.	2	[3] № 608, 617, 651, 658
25	Однородные цепи Маркова. Переходные вероятности, матрица переходных вероятностей и ее свойства. Конечномерные распределения цепей Маркова.	2	[3] № 573, 574, 575
26	Эргодичность цепей Маркова. Предельные вероятности. Существование финальных вероятностей.	2	[3] № 578, 579, 582, 583
27	Марковские процессы с непрерывным аргументом времени. Интенсивность потоков событий. Переходные вероятности. Система уравнений Колмогорова.	2	[3] № 598, 599, 600

## 5. Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

### 6.1. Виды и порядок выполнения самостоятельной работы

1. Изучение рекомендованной литературы.
2. Подготовка к отчетам по лабораторным занятиям.
3. Решение задач.
4. Подготовка к коллоквиуму.

## 5. Подготовка к экзамену.

№	Виды самостоятельной работы	Вид контроля	Учебно-методич. обеспечения
1	Изучение рекомендованной литературы	Устный опрос по разделам дисциплины	См. разделы 6.2, 7.2, 8, 9 данного документа
2	Подготовка к зачету	Устный опрос, либо компьютерное тестирование	См. разделы 6.2, 7.2, 8, 9 данного документа
3	Решение задач	Проверка домашнего задания	См. разделы 6.2, 7.2, 8, 9 данного документа
4	Подготовка к коллоквиуму	Промежуточная аттестация в форме контрольной работы	См. разделы 6.2, 7.2, 8, 9 данного документа
5	Подготовка к экзамену	Устный опрос, либо компьютерное тестирование	См. разделы 6.2, 7.2, 8, 9 данного документа

*Текущий контроль:* проверка отчетов по лабораторным работам, защита.

*Текущий контроль:* проверка рефератов, решения задач из предложенного преподавателем списка.

*Промежуточная аттестация:* контрольные работы, коллоквиум.

*Текущий контроль* успеваемости осуществляется непрерывно, на протяжении всего курса. Прежде всего, это устный опрос по ходу практических и лабораторных занятий, выполняемый для оперативной активизации внимания студентов и оценки их уровня усвоения тем. Результаты устного опроса учитываются при выборе индивидуальных задач для решения. Каждую неделю осуществляется проверка выполнения заданий,

как домашних, так и лабораторных.

*Промежуточный контроль* проводится в форме контрольной работы и коллоквиума, в которых содержатся практические задачи и теоретические вопросы.

*Итоговый контроль* проводится либо в виде устного экзамена (зачета), либо в форме тестирования.

Оценка «отлично» ставится за уверенное владение материалом курса.

Оценка «хорошо» ставится при полном выполнении требований к прохождению курса и умении ориентироваться в изученном материале.

Оценка «удовлетворительно» ставится при достаточном выполнении требований к прохождению курса и владении конкретными знаниями по программе курса.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если требования к прохождению курса не выполнены и студент не может показать владение материалом.

#### *6.2. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.*

Вопросы для самостоятельного изучения по конкретным разделам (модулям) приведены в п. 7.2 настоящей Программы. Там же приведены темы рефератов и типовые контрольные работы по теории вероятностей и математической статистике.

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы.

Методические разработки для выполнения работ имеются на кафедре ПМ и выдаются студентам методистом кафедры. Учебная литература (учебники, учебные пособия) и информационные ресурсы приведены в п. 8 настоящей "Программы".

**7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Код компетенции из ФГОС ВО	Наименование компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения
<b>ОПК-1</b>	обладать готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	<b>Знать:</b> фундаментальные основы математического анализа, дифференциальных уравнений, алгебры, геометрии, топологии и дискретной математики. <b>Уметь:</b> использовать базовые знания для решения задач по теории вероятностей и теории случайных процессов <b>Владеть:</b> базовыми знаниями математического анализа, дифференциальных уравнений, алгебры, геометрии, топологии и дискретной математики.	Лабораторные работы контрольные работы, экзамен
<b>ПК-2</b>	обладать способностью математически корректно ставить	<b>Знать:</b> основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;	Лабораторные работы, контрольные работы, зачет,



	естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	<b>Уметь:</b> при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов; <b>Владеть:</b> навыками решения практических задач	экзамен
--	--	--	---------

## 7.2. Типовые контрольные задания

### Контрольные работы по теории вероятностей:

#### Контрольная работа № 1

1. В мешочке 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: о,п,р,с,т. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных «в одну линию» кубиков можно будет прочесть слово «спорт».
2. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет 10 очков равна 0,1; вероятность выбить 9 очков равна 0,3; вероятность выбить 8 или меньше очков равна 0,6. Найти вероятность того, что при одном выстреле стрелок выбьет не менее 9 очков.
3. Чему равна вероятность того, что при бросании трех игральных костей 6 очков появится хотя бы на одной из костей.
4. При отключении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор с-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор с-11 срабатывает с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжен сигнализатором с -1 или с-11 соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разделке автомата. Что вероятнее: автомат снабжен сигнализатором с-1 или с-11?
5. Событие В появится в случае, если событие А появится не менее двух раз. Найти вероятность того, что наступит событие В, если будет произведено 6 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность

появления события А равна 0,4.

### Контрольная работа № 2

1. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартное равна 0,9. В каждой партии содержится пять изделий. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X- числа партий, в каждой из которых окажется ровно четыре стандартных изделия, если проверке подлежат 50 партий.
2. Найти дисперсию дискретной случайной величины X- числа появлений события А в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что  $M(X)=0,9$ .
3. Дискретная случайная величина X имеет только три возможных значения:  $x_1$ ,  $x_2$ , и  $x_3$ , причем  $x_1 < x_2 < x_3$ . Вероятности того, что X примет значения  $x_1$  и  $x_2$  соответственно равны. 0,3 и 0,2. Найти закон распределения величины X, зная ее математическое ожидание  $M(X) = 2,2$  и дисперсию  $D(X)=0,76$ .
4. Случайная величина имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ c/(1+x^2), & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Найти постоянный параметр c, математическое ожидание и дисперсию.

5. Случайная величина X распределена равномерно в интервале [-1,4]. Найти  $P(X>0)$ .

### Контрольная работа № 3

1. Найти семейство одномерных распределений случайного процесса

$x(t) = A(\omega)e^{100-t} + t$ , где  $A(\omega)$ -гауссова случайная величина с характеристиками  $M(A) = 5$ ,  $\dot{A}(A) = 0,1$

2. Пусть  $\xi(\omega)$  где случайная величина с плотностью распределения  $f(x) = \cos x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  и  $x(t) = a \sin(\nu t + \zeta(\omega))$ , где  $a$  и  $\nu$  - постоянные.

а) Будет ли этот процесс стационарным?

б) Можно ли пользуясь одной реализацией этого процесса, на достаточно большом промежутке времени, оценить его математическое ожидание.

3. Найти ковариационную функцию  $K_x(\tau)$  стационарного процесса, спектральная плотность которого имеет вид

$$S(\nu) = \begin{cases} \frac{\sigma^2}{\nu_2 - \nu_1} \text{ при } \nu_1 < |\nu| < \nu_2 \quad (\nu_2 > \nu_1 > 0), & 0 - \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

### Контрольная работа № 4

1. Случайный вектор  $\vec{\eta}(\omega) = (\eta_1(\omega), \eta_2(\omega))$  имеет нормальное распределение с  $M(\eta_1) = M(\eta_2) = 0$  и матрицей ковариаций  $\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \gamma \\ \gamma & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$ . Найти распределение вектора

$(c_1\eta_1(\omega), c_2\eta_2(\omega))$  при  $c_1 \cdot c_2 \neq 0$

2. Вероятности перехода однородной цепи Маркова задаются матрицей  $P(1) = \begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}$ . Убедитесь в эргодичности этой цепи и найти финальные вероятности.

3. Пусть  $x(t) = x(t, \omega), t \geq 0$  - процесс чистого размножения,  $P_{i+1}(t) = \lambda_i t + 0(t)$  при  $t \rightarrow 0$ . Доказать, что  $\sum_{n=0}^{\infty} P(x(t) = n) = 1$  тогда и только тогда, когда  $\sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i^{-1} = \infty$

### Вопросы к зачету:

1. Элементы комбинаторики.
2. Классическая теория вероятностей. Основные формулы исчисления вероятностей.

3. Аксиоматика теории вероятностей.
4. Случайные величины. Определения. Функция распределения случайной величины
5. Числовые характеристики случайных величин.
6. Характеристические функции.
7. Моделирование случайных величин. Метод Монте – Карло.
8. Закон больших чисел.
9. Центральная предельная теорема

### **Вопросы к экзамену**

1. Элементы комбинаторики.
2. Классическая теория вероятностей. Основные формулы исчисления вероятностей.
3. Аксиоматика теории вероятностей.
4. Случайные величины. Определения. Функция распределения случайной величины
5. Числовые характеристики случайных величин.
6. Характеристические функции.
7. Моделирование случайных величин. Метод Монте – Карло.
8. Закон больших чисел.
9. Центральная предельная теорема
10. Основные понятия случайных процессов.
11. Теория Колмогорова. Корреляционная и среднеквадратичная теория случайных процессов.
12. Основные понятия корреляционной теории случайных процессов.
13. Классы случайных процессов.
14. Среднеквадратная теория. Линейные преобразования процессов.
15. Стационарность и эргодичность процессов.

16. Гауссовские процессы.
17. Однородные цепи Маркова.
18. Матрицы переходных вероятностей. Эргодичность.
19. Цепи Маркова с непрерывным временем.
20. Уравнение Колмогорова. Чепмена прямые и обратные дифференциальные уравнения.
21. Пуассоновский процесс.
22. Задания для самостоятельного выполнения:

	<b>Модуль 1. Основы теории вероятностей</b>	Домашнее задание
1	Элементы теории множеств. Комбинаторика	[2] № 5, 7, 18, 20
2	Геометрические вероятности	[2] № 26, 28, 33, 37
3	Правила сложения и умножения вероятностей	[2] № 50, 52, 54, 56, 59, 69
4	Формула полной вероятности. Формулы Байеса	[2] № 90, 92, 95, 98, 103
5	Схема Бернулли. Формула Бернулли	[2] № 111, 113, 115
6	Предельные теоремы в схеме Бернулли	[2] № 121, 123, 132
	<b>Модуль 2. Случайные величины</b>	
7	Основные определения. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.	[2] № 166, 168, 178
8	Числовые характеристики дискретных случайных величин	[2] № 191, 196, 214, 216, 219
9	Непрерывные случайные величины. Функция и плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.	[2] № 253, 268, 269, 273
10	Числовые характеристики непрерывных случайных величин	[2] № 276, 283, 287, 296
11	Основные распределения дискретных случайных величин	[2] № 216, 219
12	Основные распределения непрерывных случайных величин	[2] № 309, 312, 317, 329, 335, 351, 354

	<b>Модуль 3: Закон больших чисел. Системы случайных величин.</b>	
13	Закон больших чисел в форме Чебышева.	[12] № 238, 246,
14	Закон больших чисел в форме Бернулли. Центральная предельная теорема.	[2] № 247, 249
15	Системы случайных величин.	[2] № 415, 418
16	Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины.	[2] № 428, 434, 436
17	Двумерное нормальное распределение.	[2] № 400, 407
18	Характеристическая функция и ее свойства.	[2] №304, 306, 310
	<b>Модуль 4: Теория случайных процессов</b>	
19	Случайные функции, процессы. Сечение и траектория случайного процесса. Конечномерные распределения	[2] № 760, 761, 762
20	Моментные функции случайных процессов и их свойства. Свойства ковариационной функции	[2] № 770, 772, 773
21	Преобразования случайных процессов. Дифференцирование и интегрирование процессов. Линейные преобразования	[2] № 796, 797, 816
22	Стационарность, эргодичность случайных процессов. Свойства моментных функций	[2] № 831, 833, 835
23	Спектральные представления случайных процессов. Спектральное представление ковариационной функции.	[2] № 847, 849, 851
	<b>Модуль 5: Марковский процесс</b>	
24	Гауссовские случайные системы. Гауссовские случайные вектора. Линейные преобразования гауссовских систем.	[3] № 670, 671, 674

25	Однородные цепи Маркова. Переходные вероятности, матрица переходных вероятностей и ее свойства. Конечномерные распределения цепей Маркова.	[3] № 576, 577
26	Эргодичность цепей Маркова. Предельные вероятности. Существование финальных вероятностей.	[3] № 586, 590, 593
27	Марковские процессы с непрерывным аргументом времени. Интенсивность потоков событий. Переходные вероятности. Система уравнений Колмогорова.	[3] № 601, 602

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 70 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

#### **а) основная литература:**

##### **а) основная литература:**

1. Макусева Т.Г. Основные теоремы теории вероятностей [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Макусева Т.Г., Шемелова О.В.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018.— 168 с.—

Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/70773.html>.— ЭБС «IPRbooks». (дата обращения 13.06.2018)

2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятности и мат. статистики, М., ВШ., 2005. 404 с.

3. Емельянов Г.В., Скитович В.П. Задачник по теории вероятностей и математической статистике.- Изд. "Лань", 2015.

**б) дополнительная литература:**

1. Сборник задач по теории вероятностей. Случайные величины [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ — Электрон. текстовые данные.— Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/71586.html>.— ЭБС «IPRbooks». (дата обращения 13.06.2018)

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика, М.: 2005. 479 с.

3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Высш. шк., 2007. -491 с.

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;

2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;

3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;

4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.

5. Назаралиев М.А., Гаджиева Т.Ю., Фаталиев Н.К. «Теория вероятностей и математическая статистика». Учебное пособие. 2014. <http://umk.dgu.ru/pdfdoc/10803/Полностью.htm>.

6. Электронный каталог НБ ДГУ[Электронный ресурс]: база данных содержит сведения о всех видах лит., поступающих в фонд НБ ДГУ/Дагестанский гос.



ун-т. – Махачкала, 2010 – Режим доступа: <http://elib.dgu.ru> , свободный (дата обращения: 21.03.2018)

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» содержит внутри 6 модулей. Первые 3 модуля изучаются в пятом семестре. Эти модули имеют определенную логическую завершенность по отношению к установленным целям и результатам обучения. При изучении этих модулей должны развиваться компетенции ОПК-1 и ПК-2 применительно к теории вероятностей. Модули 4-6 изучаются в шестом семестре. Эти модули также имеют определенную направленность по отношению к установленным целям и результатам обучения.

При изучении дисциплины рекомендуется рейтинговая технология обучения, которая позволяет реализовать комплексную систему оценивания учебных достижений студентов. Текущие оценки усредняются на протяжении семестра при изучении модулей. Комплексность означает учет всех форм учебной и творческой работы студента в течение семестра.

Рейтинг направлен на повышение ритмичности и эффективности самостоятельной работы студентов. Он основывается на широком использовании тестов и заинтересованности каждого студента в получении более высокой оценки знаний по дисциплине.

Принципы рейтинга: непрерывный контроль (в идеале на каждом из аудиторных занятий) и получение более высокой оценки за работу, выполненную в срок. При проведении практических занятий необходимо предусматривать широкое использование активных и интерактивных форм (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр).

Рейтинг включает в себя два вида контроля: текущий, промежуточный и итоговый по дисциплине.

**Текущий контроль (ТК)** - основная часть рейтинговой системы, основанная на беглом опросе раз в неделю или в две недели. Формы: тестовые оценки в ходе практических занятий, оценки за выполнение индивидуальных заданий и лабораторных работ. Важнейшей формой ТК, позволяющей опросить всех студентов на одном занятии являются короткие тесты из 2-3 тестовых заданий.

Основная цель ТК: своевременная оценка успеваемости студентов, побуждающая их работать равномерно, исключая малые загрузки или перегрузки в течение семестра.

Лекционные занятия желательно проводить в режиме презентаций с демонстрацией применения основных методов анализа и синтеза. Это существенно улучшает динамику лекций.

Целесообразно обеспечивать студентов на 1-2 лекции вперед раздаточным материалом в электронном виде (сложные схемы, графики, аналитические исследования и опорный конспект). Основное время лекции лучше тратить на подробные аналитические комментарии и особенности применения рассматриваемого материала в профессиональной деятельности студента.

Практические занятия следует проводить, используя профессиональные программы.

Лабораторный практикум проводится фронтальным методом в классах, оборудованных лабораторными стендами для исследования электрических цепей. Так как используется компьютерное моделирование, то следует проводить занятия в компьютерном классе либо самостоятельно на домашнем компьютере. При этом и коллоквиум, и защита результатов исследований проводятся по традиционной методике в классе.

**Промежуточный контроль (ПК)** - это проверка знаний студентов по разделу программы. Формы: тест из 7–10 заданий. Тестирование проводится в компьютерных классах в часы самостоятельной работы студентов по заранее составленному расписанию.

Цель ПК: побудить студентов отчитаться за усвоение раздела дисциплины накопительным образом, т.е. сначала за первый, затем за второй, затем за третий разделы каждого семестра.

**Итоговый контроль** по дисциплине (ИКД) - это проверка уровня учебных достижений студентов по всей дисциплине за семестр. Формы контроля: зачет в 5 семестре и экзамен в 6-ом семестре. Цель итогового контроля: проверка базовых знаний по дисциплине, полученных при изучении всех модулей семестра.

ИКД в 6 семестре является выходным контролем по дисциплине, после которого можно рассчитывать на то, что процесс обучения по дисциплине завершен и в дальнейшем студент может сам при необходимости совершенствовать свои знания.

Распределение объемов различного вида контролей можно проиллюстрировать следующими цифрами на примере семестра: текущий контроль – 15 условных баллов; промежуточный контроль - 35 условных баллов; итоговый контроль - 50 условных баллов. Вся дисциплина оценивается в 100 условных баллов, если вся дисциплина оценивается цифрой, отличной от 100 баллов, то под условным баллом следует понимать процент от максимального числа баллов.

При этом действует следующая система перевода рейтинговых (условных) баллов в обычную шкалу оценок: “Отлично” (5) - 86–100 условных баллов; “Хорошо” (4) - 66–85 условных баллов; “Удовлетворительно” (3) - 51–65 условных баллов; “Неудовлетворительно” (2) - < 51 условных баллов.

Приведенные цифры говорят о том, что на любой стадии обучение студента можно считать удовлетворительным, если он набирает не менее 51 условных баллов. Так, например, набрав в ходе ТК и ПК 51 баллов, студент гарантирует себе оценку “удовлетворительно”.

Примеры оценочных средств (тестовых заданий) для текущего промежуточного и выходного контроля успеваемости по дисциплине:

Первый уровень сложности тестовых заданий (ТЗ) соответствует удовлетворительному владению предметом. Он представляет минимум базовых знаний, необходимых для дальнейшего обучения в университете и включает в себя знания - копии ключевых понятий и формул. Проверке этого уровня посвящены простейшие тестовые задания с нормой трудности в 1 балл.

Второй уровень ТЗ соответствует хорошим знаниям и предполагает глубокое понимание понятий и формул, умения их преобразовывать и интерпретировать.

Проверке второго уровня посвящены тестовые задания повышенной трудности, с нормой трудности в 2 балла.

Третий уровень ТЗ соответствует отличным знаниям и предполагает навыки по использованию ключевых понятий и формул в стандартных, а иногда и в не стандартных ситуациях. Проверке третьего уровня посвящены наиболее трудные задания, с нормой трудности в 3 балла.

Задания каждого уровня снабжены соответствующими обозначениями. Это позволяет адаптивно строить усвоение программы дисциплины, когда каждый студент по мере усвоения курса на более низком уровне будет пробовать себя на более высоком уровне.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Matlab.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Учебные аудитории для проведения лекционных, семинарских занятий.