

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Математический анализ**

Кафедра математического анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
03.03.02 Физика

Профили подготовки  
*Фундаментальная физика, Медицинская физика*

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: базовая

Рабочая программа дисциплины "Математический анализ" составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика (уровень бакалавриата).

Приказ Минобрнауки России от 07.08.2014г. № 937

Разработчики: кафедра математического анализа,

Хаиров А.Р., к.ф.-м.н., доцент,

Эмирова И.С., к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры математического анализа от 25 февраля 2017 г.,

протокол № 6.

Зав. кафедрой А. Рамазанов / Рамазанов А.-Р.К.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 29 мая 2015 г., протокол №10.

Председатель Меджидов / Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « 19 » 03 2017г. А.К.

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *математический анализ* входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 03.03.02 Физика.

Дисциплина реализуется на *физическом* факультете *кафедрой математического анализа* факультета математики и компьютерных наук.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных: с изучением и освоением базовых понятий анализа: предел функции, ее непрерывность, дифференцирование и интегрирование; с изучением свойств числовых и функциональных рядов; криволинейными, поверхностными и кратными интегралами.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: *общефессиональных – ОПК - 2.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета и экзамена.*

Объем дисциплины 10 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всего	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации			
1	144	18		34			54+36	экзамен
2	72	18		32			22	зачет
3	144	18		36			54+36	экзамен
<b>ИТОГО</b>	<b>360</b>	<b>54</b>		<b>102</b>			<b>132+72</b>	

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины математический анализ являются:

- овладение основными понятиями анализа (функция, предел функции, непрерывность и дифференцируемость функции, производные и дифференциалы функции, интеграл, ряд);
- творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач математического анализа;
- овладение методами дифференциального и интегрального исчисления, в частности, для создания базы последующим курсам.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина математический анализ входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 03.03.02 Физика.

Знания по математическому анализу студентам необходимы для изучения параллельных ему и последующих за ним университетских курсов: дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, теории вероятностей, численных методов и др.

Изучение курса математического анализа предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-2	Обладать способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	<i>Знать</i> фундаментальные понятия математического анализа (функция, последовательность и ряд, пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, интегралы), а также основные свойства пределов, непрерывных функций, дифференцируемых функций, рядов и интегралов. <i>Уметь</i> : находить типичные пределы, производные и интегралы; исследовать

		поведение функций с помощью производных; исследовать сходимость рядов и интегралов. <i>Владеть</i> основными методами дифференциального и интегрального исчисления для применения в математических моделях в области физики.
--	--	---

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 10 зачетных единиц, 360 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<i>Первый семестр</i>								
<b>Модуль 1. Начала анализа</b>								
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>1</b>		<b>6</b>	<b>6</b>			<b>24</b>	коллоквиум, контрольная работа
1. Действительные числа и их последовательности.			2	2			12	
2. Предел и непрерывность функции одной переменной.			4	4			12	
<b>Модуль 2. Производная функции одной переменной</b>								
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>1</b>		<b>6</b>	<b>14</b>			<b>16</b>	коллоквиум, контрольная работа
1. Производная и дифференциал функции одной переменной.			2	4			4	
2. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.			1				2	
3. Производные высших порядков. Формула Тейлора.			1	4			4	
4. Исследование			2	6			6	

поведения функций с помощью производных.								
<b>Модуль 3. Интегралы от функций одной переменной</b>								
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>1</b>		<b>6</b>	<b>14</b>			<b>16</b>	коллоквиум, контрольная работа
1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.			2	6			6	
2. Интеграл Римана. Суммы Дарбу.			1	2				
3. Свойства интеграла Римана. Основная теорема интегрального исчисления.			1	2			4	
4. Методы замены переменной и интегрирования по частям.			2	4			6	
<b>Модуль 4.</b>								
<b>Экзамен</b>								<b>36</b>
<b>ИТОГО за 1 сем</b>			<b>18</b>	<b>34</b>			<b>56</b>	<b>36</b>
<i>Второй семестр</i>								
<b>Модуль 1. Дифференциальное исчисление функций многих переменных</b>								
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>2</b>		<b>6</b>	<b>12</b>			<b>18</b>	коллоквиум, контрольная работа
1. Пределы и непрерывность функции многих переменных			2	4			9	
2. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора.			4	8			9	
<b>Модуль 2. Числовые ряды</b>								
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>2</b>		<b>12</b>	<b>20</b>			<b>4</b>	коллоквиум, контрольная работа, зачет
1. Числовые ряды. Основные понятия.			4	6				
2. Сходимость рядов с неотрицательными членами.			4	8			2	
3. Знакопеременные ряды, их сходимость.			4	6			2	
<b>ИТОГО за 2 сем</b>			<b>18</b>	<b>32</b>			<b>22</b>	<b>зачет</b>
<i>Третий семестр</i>								
<b>Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды</b>								
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>3</b>		<b>6</b>	<b>12</b>			<b>18</b>	коллоквиум контрольная работа

1.Равномерная сходимос-ть последовательностей и рядов.			2	4			9	
2.Степенные ряды. Ряды Тейлора.			2	4			6	
3.Ряды Фурье.			2	4			3	
<b>Модуль 2. Кратные интегралы</b>								
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>3</b>		<b>6</b>	<b>12</b>			<b>18</b>	коллоквиум, контрольная работа
1.Двойные интегралы.			2	6			9	
2. Тройные интегралы			4	6			9	
<b>Модуль 3. Криволинейные и поверхностные интегралы</b>								
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>3</b>		<b>6</b>	<b>12</b>			<b>18</b>	
1.Криволинейные интегралы.			2	6			9	
2.Поверхностные интегралы			4	6			9	
<b>Модуль 4.</b>								
<b>Экзамен</b>	<b>3</b>							<b>36</b>
<b>ИТОГО за 3 сем</b>			<b>18</b>	<b>36</b>			<b>54</b>	<b>36</b>
<b>ВСЕГО</b>			<b>54</b>	<b>102</b>			<b>132</b>	<b>72</b>

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### Первый семестр

##### *Лекции*

##### *Модуль 1. Начала анализа*

Тема 1. Действительные числа и их последовательности.

Натуральные, целые и рациональные числа. Действительные числа как множество бесконечных десятичных дробей. Действия над действительными числами.

Последовательности действительных чисел. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Ограниченные последовательности. Монотонные последовательности. Критерий Коши.

Тема 2. Предел и непрерывность функции одной переменной.

Определение предела функции. Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши. Основная теорема о пределах. Замечательные пределы. Эквивалентные функции. Раскрытие неопределенностей.

Непрерывность. Точки разрыва. Свойства непрерывных в точке функций. Свойства непрерывных на отрезке функций. Элементарные функции и их непрерывность.

##### *Модуль 2. Производная функции одной переменной*

Тема 3. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Определение производной. Дифференцируемость и дифференциал функции. Связь с непрерывностью. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных.

Правила дифференцирования.

Тема 4. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.

Тема 5. Производные высших порядков. Формула Тейлора.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Разложения элементарных функций.

Тема 6. Исследование поведения функций с помощью производных.

Условия монотонности функции. Условия локального экстремума функции. Выпуклые функции. Точки перегиба графика. Полная схема исследования и построения графика функции.

### ***Модуль 3. Интегралы от функций одной переменной***

Тема 7. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.

Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла.

Табличные интегралы.

Метод замены переменной. Интегрирования по частям.

Интегралы от рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 8. Интеграл Римана. Суммы Дарбу.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл.

Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерии интегрируемости функций.

Интегрируемость непрерывных функций и монотонных функций.

Интегрируемые разрывные функции.

Тема 9. Свойства интеграла Римана. Основная теорема интегрального исчисления.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов.

Первая теорема о среднем. Интегралы с переменным верхним пределом.

Формула Ньютона -Лейбница.

Тема 10. Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

## **II семестр**

### ***Модуль 1. Дифференциальное исчисление функций многих переменных***

Тема 11. Пределы и непрерывность функции многих переменных.

Кратный предел функции многих переменных. Повторные пределы функции. Вычисление.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных в точке функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 12. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора.

Частные производные функции. Дифференцируемость и полный дифференциал. Геометрические приложения. Частные производные от сложных функций. Частные производные высших порядков.

Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных. Локальные экстремумы. Необходимые условия локального



экстремума. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

### ***Модуль 2. Числовые ряды***

Тема 13. Числовые ряды. Основные понятия.

Определение числового ряда. Частичная сумма и остаток. Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши для рядов.

Тема 14. Сходимость рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши.

Тема 15. Знакопеременные ряды, их сходимость.

Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница.

Абсолютно сходящиеся ряды. Сложение, вычитание и умножение абсолютно сходящихся рядов. Условно сходящиеся ряды.

### **Третий семестр**

#### ***Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды***

Тема 16. Равномерная сходимость последовательностей и рядов.

Поточечная и равномерная сходимости последовательностей функций.

Равномерно сходящиеся функциональные ряды и свойства их сумм. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.

Тема 17. Степенные ряды. Ряды Тейлора.

Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора элементарных функций.

Тема 18. Ряды Фурье.

Тригонометрический ряд Фурье. Разложение различных функций в ряд Фурье.

Некоторые достаточные условия сходимости ряда Фурье.

#### ***Модуль 2. Кратные интегралы***

Тема 19. Двойные интегралы.

Понятие двойного интегралов. Вычисление путем приведения к повторным интегралам. Формулы замены переменных.

Тема 20. Тройные интегралы.

Понятие тройного интегралов. Вычисление путем приведения к повторным интегралам. Формулы замены переменных.

Тема 21. Криволинейные интегралы.

Криволинейные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.

#### ***Модуль 3. Поверхностные и криволинейные интегралы***

Тема 22. Поверхностные интегралы.

Поверхностные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.

Тема 23. Криволинейные интегралы первого и второго родов. Основные свойства и вычисление.

Связь криволинейных интегралов с двойными и поверхностными, тройных интегралов с поверхностными.

## **ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ**

### *Первый семестр*

#### **Модуль 1. Начала анализа**

Тема 1. Действительные числа и их последовательности.

Действия над действительными числами.

Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Монотонные последовательности. Критерий Коши.

Тема 2. Предел и непрерывность функции одной переменной.

Основные свойства конечного предела функции. Критерий Коши.

Замечательные пределы. Раскрытие неопределенностей.

Непрерывность. Точки разрыва.

#### **Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Тема 3. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 4. Производные высших порядков. Формула Тейлора.

Производные высших порядков. Формула Тейлора. Разложения элементарных функций. Исследование поведения функции с помощью производных и построение ее графика.

#### **Модуль 3. Дифференциальное исчисление функций многих переменных**

Тема 5. Пределы и непрерывность функции многих переменных.

Кратный предел функции многих переменных. Повторные пределы функции. Вычисление.

Непрерывность функции многих переменных в точке.

Тема 6. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора.

Частные производные функции. Частные производные от сложных функций. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных.

Тема 7. Экстремумы функций многих переменных.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума.

Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

### *Второй семестр*

#### **Модуль 1. Интегралы от функций одной переменной**

Тема 8. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.

Первообразная функция. Табличные интегралы.

Метод замены переменной. Интегрирования по частям.

Интегралы от рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 9. Свойства интеграла Римана. Основная теорема интегрального исчисления.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов.

Формула Ньютона -Лейбница.

Тема 10. Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

### ***Модуль 2. Числовые ряды***

Тема 11. Числовые ряды. Основные понятия.

Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов.

Критерий Коши для рядов.

Тема 12. Сходимость рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера и Коши.

Тема 13. Знакопеременные ряды, их сходимость.

Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.

Абсолютно сходящиеся ряды.

### ***Третий семестр***

### ***Модуль 1. Функциональные ряды.***

Тема 14. Функциональные ряды.

Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Ряды Тейлора. Разложение элементарных функций.

### ***Модуль 2. Кратные интегралы.***

Тема 15. Двойные интегралы.

Двойные интегралы. Вычисление путем приведения к повторным интегралам. Формулы замены переменных.

Тема 16. Тройные интегралы. Вычисление путем приведения к повторным интегралам. Формулы замены переменных.

### ***Модуль 3. Криволинейные и поверхностные интегралы.***

Тема 17. Криволинейные интегралы.

Криволинейные интегралы первого и второго родов. Вычисление.

Тема 18. Поверхностные интегралы первого и второго родов. Вычисление.

## **5. Образовательные технологии**

В основе преподавания дисциплины математический анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются

мастер-классы специалистов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

### Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К., Магомедова В.Г. Построение множества действительных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2011.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
3. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч.1 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2002.
4. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
5. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала, 2006.

### Задания для самостоятельной работы

#### СР - 1

1. По методу математической индукции доказать неравенство  $3^n \geq 3n$  для натуральных чисел  $n$ .
2. Построить графики функций  $y = \frac{1}{\ln(x^2 - x)}$ ,  $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$ ,  $y = \frac{\cos x}{2 + x^2}$ .

#### СР - 2

1. Найти предел функции  $f(x) = (\cos x)^{\lg x}$  в точке  $a = 0$ .
2. Исследовать характер точек разрыва функций  $f(x) = \frac{1}{\ln x}$ ,  $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ .
3. Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции  $y = \ln\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ .

#### СР - 3

1. Найти неопределенные интегралы

$$\int \frac{x+3}{x^2+2x-15} dx, \quad \int \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{x^2+x+1}+1} dx, \quad \int \frac{\cos 2x}{1+\cos^2 x} dx.$$

2. Вычислить интегралы  $\int_1^e x \ln x dx$ ,  $\int_0^\pi \sin x \cdot e^{\cos x} dx$ .

3. Вычислить площадь, ограниченную графиками функций  $y = \sin x$  и  $y = \frac{4}{\pi^2} x^2$ .

СР - 4

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}, \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}, \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}, \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}, \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}.$$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}, \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}),$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}, \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}, \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n, \quad 7) \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{n}{n+1}\right)^n.$$

СР - 5

1. Найти области сходимости рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1} x^n \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{3n}}{3^{2n}} (x-1)^n, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!}{2^n n!} \frac{1}{(x+1)^n}.$$

СР - 6

1. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (1-xy) dx dy$ ,  $D: y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4$ .

2. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$ ,  $D: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ .

Разделы (модули) и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
<i>Первый семестр</i>	
<b>Модуль 1. Начала анализа</b>	
1. Действительные числа и их последовательности.	Доклады на темы: 1. Дедекиндовы сечения. 2. Необходимость расширения множества рациональных чисел. 3. Теорема Эйлера о числе $e$ .
2. Предел и непрерывность функции одной переменной.	Доклады на темы: 1. Различные определения непрерывности. 2. Обратные тригонометрические функции.

	Решение задач и упражнений.
<b>Модуль 2. Производная функции одной переменной</b>	
1. Производная и дифференциал функции одной переменной.	Доклад на тему: Второй парадокс Зенона и дифференцируемость.
2. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.	Доклад на тему: Теорема Дирихле о промежуточных значениях производной.
3. Производные высших порядков. Формула Тейлора.	Доклад на тему: Приложения производных высших порядков к исследованию функций.
4. Исследование поведения функций с помощью производных.	Реферат на тему: Неравенство Йенсена и его приложения.
<i>Второй семестр</i>	
<b>Модуль 1. Интегралы от функций одной переменной</b>	
1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования.	Решение задач и упражнений. Реферат на тему: Разложение рациональной функции на простейшие дроби. Доклад на тему: Метод Остроградского.
2. Интеграл Римана. Суммы Дарбу.	Решение задач и упражнений. Доклад на тему: Интегрируемость разрывных функций.
3. Свойства интеграла Римана. Основная теорема интегрального исчисления.	Доклад на тему: Восстановление функции по ее производной.
4. Методы замены переменной и интегрирования по частям.	Решение задач и упражнений.
<b>Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций многих переменных</b>	
1. Пределы и непрерывность функции многих переменных.	Решение задач.
2. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора.	Доклад на тему: Теорема о конечных приращениях для функций многих переменных.
<b>Модуль 3. Числовые ряды</b>	
1. Числовые ряды. Основные понятия.	Решение задач.
2. Сходимость рядов с неотрицательными членами.	Доклады на темы: 1. Признак Раабе. 2. Признак Гаусса.
3. Знакопеременные ряды, их сходимость.	Доклады на темы: 1. Абсолютная и безусловная сходимости рядов. 2. Теорема Римана об условно сходящихся рядах. 3. Синус- и косинус-ряды.
<i>Третий семестр</i>	
<b>Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды</b>	
1. Равномерная сходимость последовательностей и рядов	Доклады на темы: 1. Область сходимости ряда. 2. Сравнение поточечной и равномерной сходимостей.
2. Степенные ряды. Ряды Тейлора.	Доклад на тему: Оценки остатка ряда Тейлора.
3. Ряды Фурье.	Доклад на тему: Разложение функций, заданных на отрезке, в ряд Фурье.
<b>Модуль 2. Интегралы от функций многих переменных</b>	
1. Кратные интегралы.	Доклад на тему: Мера Жордана и определение кратного интеграла.
2. Криволинейные и поверхностные интегралы.	Доклады на темы: 1. Понятия теории поля. 2. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского в

**7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-2	<p><i>Знать</i> фундаментальные понятия математического анализа (функция, последовательность и ряд, пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, интегралы), а также основные свойства пределов, непрерывных функций, дифференцируемых функций, рядов и интегралов.</p> <p><i>Уметь</i>: находить типичные пределы, производные и интегралы; исследовать поведение функций с помощью производных; исследовать сходимость рядов и интегралов.</p> <p><i>Владеть</i> основными методами дифференциального и интегрального исчисления для применения в математических моделях в области физики.</p>	Коллоквиум, контрольная работа, зачет, экзамен

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

**ОПК-2**

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Пороговый	<p><i>Знать</i> фундаментальные понятия математического анализа (функция, последовательность и ряд, пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, интегралы), а также основные свойства пределов, непрерывных функций, дифференцируемых функций, рядов и интегралов.</p> <p><i>Уметь</i>: находить типичные пределы, производные и интегралы; исследовать поведение функций с помощью производных; исследовать сходимость рядов и интегралов.</p> <p><i>Владеть</i> основными методами дифференциального и интегрального исчисления для применения в математических моделях в области физики.</p>	<p>Допускает ошибки при формулировке основных определений и теорем по началам математического анализа, знает некоторые методы дифференциального и интегрального исчисления.</p> <p>Умеет давать некоторые геометрические и другие естественнонаучные интерпретации и некоторые приложения теорем математического анализа.</p> <p>Владеет некоторыми методами теории рядов и интегралов и для применения при решении практических задач в области физики.</p>	<p>Допускает неточности при формулировке основных определений и доказательстве теорем по началам математического анализа, не в полной мере знает методы начал дифференциального и интегрального исчисления.</p> <p>Умеет давать различные геометрические и другие естественнонаучные интерпретации и приложения теорем математического анализа.</p> <p>Владеет в достаточной степени различными методами теории рядов и интегралов для применения при решении практических задач в области физики.</p>	<p>Знает базовые понятия и теоремы по началам математического анализа с тем, чтобы использовать не только основную, но и дополнительную литературу по дифференциальному и интегральному исчислению.</p> <p>Умеет давать геометрические и другие естественнонаучные интерпретации и различные приложения теорем математического анализа.</p> <p>Владеет различными методами теории рядов и интегралов для применения при решении практических задач в области физики.</p>
-----------	--	--	--	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

#### **Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Предел числовой последовательности»**

1. Верно ли «Неограниченность числовой последовательности – достаточное условие для ее расходимости»?
2. Верно ли «Монотонность числовой последовательности – необходимое условие для ее сходимости»?
3. Сформулируйте основные свойства сходящихся последовательностей и докажите одно из них.
4. Является ли фундаментальной последовательность  $x_n = \frac{1}{3n-7}$ ?

#### **Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Определенный интеграл Римана»**

1. Определение интеграла Римана.
2. Суммы Дарбу, их свойства.
3. Некоторые классы интегрируемых функций.
4. Свойства интегрируемых функций и интегралов Римана.
5. Основная теорема интегрального исчисления.









	2) непрерывна и имеет производную; 3) непрерывна и дифференцируема.
-1)	Производная функции $e^{\ln^2 x}$ в точке $x = 1$ равна 1) 0;                    2) 1;                    3) $e$ .
-2)	Пусть $f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0) = 0$ . Тогда производная функции $f(x)$ в точке $x = 0$ 1) равна 1;            2) равна 0;            3) не существует.
-2)	Найти стационарные точки функции $\arcsin x^2$ . 1) $\pi$ ;                    2) 0;                    3) $\pm 1$ .
-3)	Угол между касательными к графикам функций $x^2$ и $x^3$ в точке с абсциссой $x = 1$ равен 1) $\frac{\pi}{4}$ ;                    2) $\arctg \frac{2}{3}$ ;                    3) $\arctg \frac{1}{7}$ ;                    4) $\arctg \frac{1}{6}$ .
-2)	Повторные пределы функции $f(x, y) = \frac{2x - y}{x + 2y}$ в точке $O(0,0)$ равны 1) 1 и $-1$ ;            2) 2 и $-0,5$ ;            3) 2 и 2.
-3)	Двойной предел функции $f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$ в точке $O(0,0)$ 1) равен 1;            2) не существует;            3) 0;            4) равен $\infty$ .
-1)	Если $f(x, y) = x^2 \sin \frac{1}{y}$ при $y \neq 0$ и $f(x, 0) = 0$ ( $x$ - любое), то функция $f(x, y)$ в точке $O(0,0)$ 1) непрерывна; 2) непрерывна по переменной $x$ и разрывна по $y$ ; 3) разрывна.
-3)	Найти смешанную частную производную второго порядка функции $u = 3^{xy}$ в точке $O(0,0)$ . 1) 0;                    2) 1;                    3) $\ln 3$ .
-2)	Найти $u'_x(0,0)$ , если $u = e^{xy} \sin x$ . 1) 0;                    2) 1;                    3) $-1$ .
-1)	Найти $du(0,0)$ , если $u = x \cos y - 2^{xy}$ 1) $dx$ ;                    2) $dx - 2dy$ ;                    3) $-dx + 2dy$ .
-1)	Найти $u'_x$ и $u'_y$ в точке $M(e;0)$ , если $u = x^y$ . 1) 0 и $e$ ;            2) 0 и 1;            3) 0 и 0.
-2)	Найти $du(0,0)$ , если $u = \ln(1 + x^2 + y)$ . 1) $dx + dy$ ;            2) $dy$ ;            3) $2dx + dy$ .
-3)	Найти $u'''_{xyz}$ , если $u = x^2 + xy + xy^2 z^3$

	1) $3y^2z^2$ ;                      2) $6xyz^2$ ;                      3) $6yz^2$ .
-1)	Найти $\int x(x-1)^{10} dx$ . 1) $\frac{1}{12}(x-1)^{12} + \frac{1}{11}(x-1)^{11} + C$ ; 2) $x^2(x-1)^{11} + C$ ; 3) $\frac{1}{22}x^2(x-1)^{11} + C$ .
-2)	Найти $\int x \ln x dx$ . 1) $x^2 \ln x + C$ ; 2) $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$ ; 3) $2x^2 \ln x - x^2 + C$ .
-2)	Вычислить $\int_{-1}^3  x^2 - 2x  dx$ . 1) 2;                      2) 4;                      3) 5.
-1)	Вычислить $\int_0^1 xe^x dx$ . 1) 1;                      2) e;                      3) 2.
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 + 1$ и $y = x + 1$ . 1) $\frac{1}{12}$ ;                      2) $\frac{1}{12}$ ;                      3) $\frac{1}{24}$ .
-2)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$ , $y = \frac{1}{x}$ и прямой $x = 2$ . 1) $3 - \ln 2$ ;                      2) $\frac{7}{3} - \ln 2$ ;                      3) $\frac{1}{3} - \ln 2$ .
-3)	Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси $OX$ плоской фигуры, ограниченной графиками $y = x - x^2$ и $y = 0$ . 1) $\frac{\pi}{20}$ ;                      2) $\pi$ ;                      3) $\frac{\pi}{30}$ .
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 1 - x^2$ и $y = x + 1$ . 1) $\frac{1}{3}$ ;                      2) $\frac{1}{2}$ ;                      3) $\frac{1}{6}$ .
-1)	Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси $OX$ плоской фигуры ограниченной графиками функций $y = x^2$ , $y = 0$ и прямыми $x = -1$ , $x = 1$ .

	1) $\frac{2\pi}{5}$ ;      2) $\frac{\pi}{5}$ ;      3) $\frac{3\pi}{5}$ .
-2)	Вычислить $\int_{-2}^2 \text{sign}(\sin 5x) dx$ . 1) не существует;      2) 0;      3) 4.
-2)	Найти $\int \frac{1}{x \ln x} dx$ . 1) $\ln^2 x + C$ ;      2) $\ln \ln x  + C$ ;      3) $\ln x \ln x  + C$ .
-1)	Найти $\int \frac{1}{x^2 - x} dx$ . 1) $\ln\left \frac{x-1}{x}\right  + C$ ;      2) $\ln x^2 - x  + C$ ;      3) $\ln^2(x^2 - x) + C$ .
-3)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ равна 1) 1.      2) 0.      3) 1,5.      4) расходится.
-1)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ равна 1) 1.      2) 2,5.      3) ряд расходится.      4) 0,5.
-3)	Сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (1 + (-1)^n)$ равна 1) 0.      2) 2.      3) ряд расходится.      4) 1.
-2)	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$ сходится 1) при всех $p > 0$ .      2) при всех $p > 1$ . 3) при всех $p \geq \frac{1}{2}$ .      4) при $p = 0$ .

### Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Множества и операции над ними.
2. Графики основных элементарных функций.
3. Пределы наиболее часто встречающихся числовых последовательностей.
4. Расширенная таблица эквивалентных функций.
5. Непрерывность основных элементарных функций.
6. Таблица производных элементарных функций.
7. Гиперболические функции, их производные и графики.
8. Высшие производные для суммы и произведения.
9. Примеры разложения по формуле Тейлора.
10. Таблица неопределенных интегралов (расширенная).

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний,

умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- выполнение домашних контрольных работ – 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (экзамен) - 100 баллов,

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### ***а) основная литература:***

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука, 1968.
2. Шипачев В.С. Высшая математика. М.: Юрайт, 2013.
3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. СПб.: Профессия, 2001.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1 –3. ИД: Лань, 2009.

### ***б) дополнительная литература:***

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. М.: Наука, 1989.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 1, 2. М.: Наука, 1967.
3. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., 1999.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Федеральный портал <http://edu.ru>:
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>:  
<http://edu.icc.dgu.ru>:

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также

самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете имеются компьютерные и учебные классы, оснащенные компьютерами с соответствующим программным



обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.