

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

факультет математики и компьютерных наук

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дифференциальные уравнения в прикладных задачах  
естествознания.**

Кафедра: дифференциальных уравнений и функционального анализа  
Факультете: математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
01.03.01 Математика

Профили подготовки:  
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Уровень высшего образования  
бакалавриат

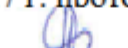
Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: **вариативная**


Махачкала 2017


Рабочая программа дисциплины: "**Дифференциальные уравнения в прикладных задачах естествознания**"  
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01. Математика (уровень бакалавриат)  
Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

разработчик: к.ф.-м.н., доцент кафедры  
дифференциальных уравнений и функционального анализа  
Джабраилова Лейла Мусаевна

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании  
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального  
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6  
Заведующий кафедрой  Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета  
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель 

Рабочая программа согласована с  
учебно-методическим  
управлением 

## Содержание

### Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина **"Дифференциальные уравнения в прикладных задачах естествознания** » входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) *01.03.01 Математика* Дисциплина реализуется на математическом факультете кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОПК-3, ОПК-1, ПК-2, ПК-1, ПК-4, .**

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа.**

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **зачета.**

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в 108 академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточно й аттестации (зачет, дифференциро ванный зачет, экзамен	
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем					зачет		
	Вс его	из них						
Лекц ии		Лаборатор ные занятия	Практичес кие занятия	СРС	консул тации			
8	10 8	32	-	18	58	-	-	зачет

### 1. Цели освоения дисциплины.

Дисциплина **«Дифференциальные уравнения в прикладных задачах естествознания** » рассматривает использование современной теории и практики дифференциальных уравнений для решения прикладных задач естествознания .

**Целью дисциплины** является изучение основных математических моделей ,применяющихся в различных разделах современной биологии, медицины,экологии ,физики ,теоретической механики и т.д. , подготовка студентов в области исследования сложных систем и процессов на основе методов математического моделирования, с применением дифференциальных уравнений и их систем.

**Задачами преподавания** дисциплины являются следующие:

- раскрыть содержание базовых понятий, предмета, методов и принципов моделирования;
- дать представление о видах моделирования и основных подходах к построению математических моделей систем;

- исследование и оптимизация процессов естествознания и описание их и систем на различных уровнях их организации;
- дать навыки применения точных математических методов в научно-исследовательской работе ;

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения в прикладных задачах естествознания» входит в вариативную часть образовательной программы бакалавриата. Предшествующими курсами ,на которых базируется дисциплина являются «Математический анализ », «Линейная алгебра ».

Особенностью дисциплины является обучение студентов основам построения моделей физических ,биологических и других процессов и проведение вариантных модельных экспериментов.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с дифференциальными уравнениями, системами дифференциальных уравнений , устойчивостью решений дифференциальных уравнений. Применяются в гидродинамике, в теории упругости, статике и динамике, биологии , медицине и химии. Дисциплину "Дифференциальные уравнения " необходимо изучить для исследования вопросов связанных с методами математической физики.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов в будущей	<b>Знать:</b> основные теоремы и задачи математического анализа и дифуравнений . <b>Уметь:</b> описывать задачи естествознания с помощью математического аппарата дифференциальных уравнений и их систем. <b>Владеть:</b> методами решения всех видов дифуравнений и их систем.Исследовать системы дифуравнений на устойчивость .Методами качественного анализа решений.

	профессиональной деятельности.	
ОПК-3	Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе	<p><b>Знать:</b> основные понятия теории дифференциальных уравнений ; основные виды математических моделей , постановки классических прикладных задач .</p> <p><b>Уметь:</b> решать основные типы дифуравнений и их систем; анализировать решения , исследовать на устойчивость системы дифуравнений.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками и методами построения различных моделей биологических, физических и экосистем и исследования их решений; современными пакетами статистических программ , численными методами решения систем дифуравнений , методами исследования на устойчивость систем дифуравнений.</p>
ПК-1	Способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	<p><b>Уметь:</b> адекватно ставить задачи и оптимизации сложных объектов на основе методов математического моделирования.</p> <p><b>Владеть:</b> методами и приемами решения задач в различных областях математики с применением аналитических методов и применением ПП.</p>
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	<p><b>Знать:</b> взаимосвязи предметов математического направления между собою, постановки основных классических проблем и задач естествознания.</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях биологии, химии и физики, осуществлять формализацию и алгоритмизацию функционирования экосистемы.</p> <p><b>Владеть:</b> методами и приемами решения дифуравнений всех типов и видов, методами качественного анализа решений.</p>
ПК-4	способностью публично представлять собственные и известные научные результаты .	<p><b>Уметь:</b> оформлять полученные результаты в виде доклада, реферата , статьи самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> методами организации представления научных результатов в любом</p>

		виде с помощью современных информационных технологий.
--	--	---

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов.

#### 4.2. Структура и содержание дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
<b>Модуль 1.</b>								
<i>Всего по модулю 1</i>	<b>36</b>		<b>12</b>	<b>6</b>			<b>18</b>	Контрольная работа, коллоквиум
Дифуравнения в экологии. Динамика популяций.	12		4	2			6	
Периодические процессы. Колебания в биологических системах. Модели распространения эпидемий	12		4	2			6	
Моделирование микробных популяций			4	2			6	
<b>Модуль 2.</b>								
Всего за модуль	<b>36</b>		<b>6</b>	<b>12</b>			<b>18</b>	Контрольная работа, коллоквиум
Классические задачи физики решаемые с помощью уравнений в частных производных.	12		2	4			6	
Модели гидродинамики	12		2	4			6	
Дифуравнения в химии	12		2	4			6	
<b>Модуль 3.</b>								
<i>Всего по модулю 3</i>	<b>36</b>		<b>6</b>	<b>12</b>			<b>18</b>	Контрольная работа, коллоквиум
Элементы качественной теории дифуравнений.	12		2	4			6	
Исследование устойчивости стационарных состояний систем.	8		2	2			4	
Исследование устойчивости динамических систем задач медицины.	16		2	6			8	
<b>ИТОГО</b>	<b>10</b>		<b>36</b>	<b>18</b>			<b>54</b>	

#### 4.1.Содержание дисциплины (темы лекционных занятий )

##### Модуль 1 .Дифференциальные уравнения в биологии и экологии.(14ч)

##### Тема 1 . Дифференциальные уравнения в экологии.(2ч)

Основные типы дифуравнений и их приложения к составлению математических моделей биологических задач. Модель взаимодействия Вольтерра. Модель конкурентного взаимодействия двух видов .Модель хищник - жертва .Нормирование выбросов вредных веществ.

##### Тема 2. Динамика популяций.(2 ч)

Взаимодействие популяций. Конкуренция. Модели Хэснела. Гипотеза Вольтерра.

##### Тема3 .Периодическиепроцессы .Колебания в биологических системах.(2ч)

Биологические часы. Модели сердца. Стохастический резонанс в биологии .Понятия автоколебаний .Бифуркация Андронова- Хопфа. Модель брусцеллятор.

##### Тема 4.Модели распространения эпидемии и иммунных реакций .(4ч)

Анализ распространения безыммунной эпидемии .Модели развития эпидемии с приобретенным иммунитетом .Математическая модель динамики иммунных реакций .Математические модели в вирусологии.

##### Тема 5. Нелинейные волны.(2ч)

Модель нервного импульса. Нелинейная модель антипорта ионов. Мультистационарная модель. Автоколебательная модель. Динамический хаос.

##### Тема 6 .Моделирование микробных популяций.(2ч)

Микробные популяции как объект моделирования и управления. Непрерывная культура микроорганизмов. Модель Моно. Двухвозрастная модель .Непрерывные возрастные распределения.

##### Модуль 2.Дифференциальные уравнения в частных производных.(12ч)

##### Тема 7.Классические задачи физики решаемые с помощью уравнений в частных производных.(8ч )

Кривая погони.Задача о брахистохроне. Кривизна плоских кривых.Уравнение цепной линии . Второй закон Ньютона .Закон всемирного тяготения .(4ч)

Механические колебания . Нелинейный математический маятник .Колебания в электрических цепях.(2ч)

Уравнение колебаний струны .Уравнение колебаний мембраны.Задача о распределении тепла в стержне.(2ч)



## **Тема 8. Модели гидродинамики.(2ч)**

Дифференциальные уравнения и их системы в задачах гидродинамики. Модели гидродинамики. Движение рыб. Динамика крови.

## **Тема 10. Дифференциальные уравнения в химии.(2ч)**

Скорость реакции. Кинетические уравнения. Каталитические процессы. Необратимая реакция определенного порядка.

## **Модуль 3. Элементы качественной теории дифуравнений.(6ч)**

### **Тема 11.. Элементы качественной теории дифуравнений.(2ч)**

Непрерывные и дискретные модели. Системы дифференциальных уравнений как модели биологических процессов. Устойчивость динамических систем. Модели Мальтуса и Ферхюльста.

### **Тема 12. Исследование устойчивости стационарных состояний систем.(2ч)**

Уравнения Лотки и Вольтерра .Стационарные состояния систем. Устойчивость по Ляпунову. Метод Ляпунова линеаризации систем в окрестности стационарного состояния.

### **Тема 13. Устойчивость состояний динамических систем задач медицины.(2ч)**

Модели морфогенеза. Рост колоний микробов . Рост раковой опухоли.

Модель лимфоцитарного хориоменингита .Модель Велдона (лейкемии).Модель Оттесена (сердечно-сосудистой системы)

## **4.2.Содержание дисциплины (темы практических занятий)**

### **Модуль 1**

#### **Тема 1 . Дифференциальные уравнения в экологии.(1ч)**

Приложения дифференциальных уравнений в экологии. Модель «хищник-жертва». Модель взаимодействия Вольтерра. Конкуренция.

#### **Тема2 . Динамика популяций . (1 час)**

Взаимодействие популяций. Конкуренция. Модели Хэснела. Гипотеза Вольтерра.

#### **Тема 3. Периодические процессы (2 часа)**

Модели сердца. Стохастический резонанс в биологии .Понятия автоколебаний .Бифуркация Андронова-Хопфа. Модель брусцеллятор.

#### **Тема 4. Модели распространения эпидемии и иммунных реакций (1ч)**

.Математическая модель динамики иммунных реакций .Математические модели в вирусологии .

#### **Тема 5. Нелинейные волны.(1ч)**

Модель нервного импульса. Нелинейная модель антипорта ионов.

Мультистационарная модель. Автоколебательная модель. Динамический хаос.

#### **Тема 6 .Моделирование микробных популяций.(2ч)**

Микробные популяции как объект моделирования и управления. Непрерывная культура микроорганизмов. Модель Моно. Двухвозрастная модель .Непрерывные возрастные распределения.

## **Модуль 2.**

### **Тема 7. Классические задачи физики решаемые с помощью уравнений в частных производных.(2ч )**

Кривая погони .Задача о брахистохроне. Кривизна плоских кривых.Уравнение цепной линии. Второй закон Ньютона .Закон всемирного тяготения . Механические колебания . Нелинейный математический маятник .Колебания в электрических цепях. Уравнение колебаний струны .Уравнение колебаний мембраны.Задача о распределении тепла в стержне.

**Тема 8. Модели гидродинамики.(1ч)** Дифференциальные уравнения и их системы в задачах гидродинамики. Модели гидродинамики. Движение рыб. Динамика крови.

**Тема 9. Дифференциальные уравнения в химии.(1ч)** Скорость реакции. Кинетические уравнения. Каталитические процессы. Необратимая реакция определенного порядка.

## **Модуль 3. Элементы качественной теории дифуравнений.(6ч)**

### **Тема 11.. Элементы качественной теории дифуравнений.(2ч)**

Непрерывные и дискретные модели. Системы дифференциальных уравнений как модели биологических процессов. Устойчивость динамических систем. Модели Мальтуса и Ферхюльста.

### **Тема 12. Исследование устойчивости стационарных состояний систем.(2ч)**

Уравнения Лотки и Вольтерра .Стационарные состояния систем. Устойчивость по Ляпунову. Метод Ляпунова линеаризации систем в окрестности стационарного состояния.

### **Тема 13. Устойчивость состояний динамических систем задач медицины.(2ч)**

Модели морфогенеза. Рост колоний микробов . Рост раковой опухоли. Модель лимфоцитарного хориоменингита. Модель Велдона (лейкемии). Модель Оттесена (сердечно-сосудистой системы)

## **5. Образовательные технологии**

При изучении дисциплины «Математическое моделирование биологических процессов» используются следующие образовательные технологии:

- аудиторные занятия (лабораторные занятия);
- внеаудиторные занятия (самостоятельная работа, индивидуальные консультации).

В соответствии с требованиями ФГОС при реализации различных видов учебной работы в процессе изучения дисциплины «Математическое моделирование

биологических процессов» предусматривается использование в учебном процессе следующих активных и интерактивных форм проведения занятий:

- практические занятия в диалоговом режиме;
- компьютерное моделирование и практический анализ результатов;
- научные дискуссии;
- работа в малых группах по темам, изучаемым на занятиях.

#### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к зачету

#### **Планирование самостоятельной работы студентов**

№	Модули и темы	Виды СРС		Недел я семест ра	Объем часов
		обязательные	дополнительны е		
1	2	3	4	5	6
1	Дифуравнения первого порядка	выполнение домашнего задания	работа с литературой	1	4
2	Линейные уравнения и уравнение Бернулли	выполнение домашнего задания	работа с литературой	2	4
3	Элементы математического анализа. Экстремум	выполнение домашнего задания	работа с литературой	3	4
4	Линейные однородные уравнения с постоянными коэф	выполнение домашнего задания	работа с литературой	4	4
5	Комбинаторика в генетике	выполнение домашнего задания	работа с литературой	5	4
6	Статистика в генетике	выполнение домашнего задания	работа с литературой	6	4
7	Дифференциальные уравнения в экологии	выполнение домашнего задания	работа с литературой	7	4
8	Динамика популяций	выполнение домашнего задания	работа с литературой	8	4

9	Элементы качественной теории дифференциальных уравнений	выполнение домашнего задания	работа с литературой	9	8
10	Исследование устойчивости стационарных состояний систем.	выполнение домашнего задания	работа с литературой	11	6
11	Модели гидродинамики	выполнение домашнего задания	работа с литературой	13	6
12	Моделирование микробных популяций	выполнение домашнего задания	работа с литературой	15	6
	ИТОГО:				58

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	<b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений, математического анализа и других разделов математики.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач по дифференциальным уравнениям, математическому анализу, статистике и др. разделам	Письменный опрос, коллоквиум.
	<b>Владеть:</b> всеми основными методами решения дифференциальных уравнений и их систем. Методы исследования на устойчивость решений систем.	Круглый стол.
ОПК-3	<b>Знать:</b> взаимосвязи предметов математического направления между собой.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других.	Письменный опрос, коллоквиум.

	<b>Владеть:</b> методами и приемами решения задач в различных областях математики.	Круглый стол
ПК-1	<b>Знать:</b> основные направления развития современных методов математического моделирования различных систем ,классификацию типов моделей и методов их решения.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	<b>Уметь:</b> выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач по дифференциальным уравнениям и другим разделам математики для составления адекватной модели процесса.	Письменный опрос, коллоквиум
	<b>Владеть:</b> процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами ; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ исследования динамической системы.	Круглый стол
ПК-2	<b>Знать:</b> основные теоремы дифференциальных уравнений ,методы описания динамических систем для построения и формализации математической модели системы..	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	<b>Уметь:</b> ставить задачу и выбирать тип модели адекватной данной системе, уметь самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности в том числе с применением информационных технологий.	Письменный опрос, коллоквиум
	<b>Владеть:</b> методами решения основных типов дифуравнений и их систем, исследованием их на устойчивость ,построением частных и особых решений ,оценкой решений и качественным анализом моделей динамических систем.	Круглый стол
ПК-3	<b>Знать:</b> основные типы моделей и принципы их построения ,различие их и современную классификацию	Устный опрос, письменный опрос, тестирование

	<p><b>Уметь:</b> выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач; использовать приложения качественной теории дифференциальных уравнений теории для решения разнообразных задач биологии и др. разделов естествознания.</p>	<p>Письменный опрос, коллоквиум</p>
	<p><b>Владеть:</b> аналитическими и численными методами решения основных типов уравнений и систем, методами обработки статистических данных и их качественного анализа с применением современных пакетов .</p>	<p>Круглый стол</p>
ПК-4	<p><b>Знать:</b> каким образом донести полученные знания по математическому моделированию систем до широкой студенческой аудитории.</p>	<p>Устный опрос, письменный опрос, тестирование</p>
	<p><b>Уметь:</b> оформлять результаты своих исследований в виде презентации, статьи, доклада на конференцию; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p>	<p>Письменный опрос, коллоквиум</p>
	<p><b>Владеть:</b> методами извлечения полезной информации из интернет ресурсов, навыками оформления публикаций собственных результатов в научных журналах ,.</p>	<p>Круглый стол</p>

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

**ОПК-1-Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической**

**логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов в будущей профессиональной деятельности.**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений и математического анализа,.</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач по построению математической модели изучаемого процесса.</p> <p><b>Владеть:</b> основными методами разработки модели систем с использованием различных подходов и методами анализа полученных решений .</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

**ОПК-3-Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><b>Знать:</b> основные типы моделей и уметь их классифицировать .</p> <p><b>Уметь:</b> выбирать класс модели и оптимизировать ее структуру в зависимости от поставленной задачи</p> <p><b>Владеть:</b> основными методами разработки модели системы с использованием различных математических методов.</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

**ПК-1 – способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><b>Знать:</b> цель и основные задачи и область применения методов математического моделирования в рамках специальности</p> <p><b>Уметь:</b> ставить задачи исследования и оптимизации сложных объектов на основе методов матмоделирования</p> <p><b>Владеть:</b> математическим аппаратом ,необходимым для профессиональной деятельности.</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

**ПК-2 – способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><b>Знать:</b> особенности моделирования систем объектов, классификацию основных типов математических моделей.</p> <p><b>Уметь:</b> составлять математическую модель конкретной биосистемы и уметь находить ее решение с помощью математического</p>	Демонстрирует частичное знание содержания процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессионально	Демонстрирует знание содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенства	Владеет полной системой знаний о содержании, особенностях процессов самоорганизации и самообразования , аргументировано обосновывает принятые решения при выборе



	<p>аппарата. <b>Владеть:</b> методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем, методами исследования их на устойчивость и анализ решений.</p>	<p>й деятельности. При планировании и установлении приоритетов целей профессиональной деятельности не полностью учитывает внешние и внутренние условия их достижения.  Владеет отдельными методами и приемами отбора необходимой для усвоения информации, давая не полностью аргументированное обоснование ее соответствия целям самообразования.</p>	<p>вания профессиональной деятельности.  Планируя цели деятельности с учетом условий их достижения, дает не полностью аргументированное обоснование соответствия выбранных способов выполнения деятельности намеченным целям.</p>	<p>технологий их реализации с учетом целей профессионального и личностного развития.  Готов и умеет формировать приоритетные цели деятельности, давая полную аргументацию принимаемым решениям при выборе способов выполнения деятельности.  Умеет строить процесс самообразования с учетом внешних и внутренних условий реализации.</p>
--	--	---	---	--

**ПК-3 – способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> основные типы и модели биологических объектов, знать алгоритм построения модели и способ выбора модели. <b>Уметь:</b> выстраивать последовательность	Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в	Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные	Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерности

	<p>(алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы статистического и вероятностного анализа на практике; использовать приложения качественной теории дифференциальных уравнений для решения разнообразных задач естествознания .</p> <p><b>Владеть:</b> процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения с использованием современных программ и информационных технологий; анализом методов и приемов ;выбирать наиболее оптимальный способ качественного анализа решений модели объекта.</p>	<p>формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным дисциплинам</p>	<p>теоремы и законы и понимает сущность общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p>	<p>й, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>
--	---	---	--	--

**ПК-4 – способностью публично представлять собственные и известные научные результаты .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> каким образом донести полученные знания по математическим моделям вестествознании до	Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает	Имеет представление о содержании основных разделов математики,	Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов

	<p>широкой студенческой аудитории.</p> <p><b>Уметь:</b> самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности, оформлять и публиковать статьи и доклады на конференции, симпозиумы, олимпиады.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами извлечения полезной информации из интернет ресурсов ,методами представления отчета о проделанной работе ,приемами грамотного представления и использования полученных результатов самостоятельного исследования в виде публикаций в журналах.</p>	<p>терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным математическим дисциплинам</p>	<p>знает терминологию , основные теоремы и законы и понимает сущность общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p>	<p>математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>
--	--	--	--	---

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

#### *Примерный список вопросов к зачету :*

1. Особенности систем и задач естествознания и как объектов математического моделирования.
2. Кинетические уравнения в химии
3. Уравнения материального баланса в химии
4. Экстремум.
5. Дифференциальное уравнение экспоненциального роста.
6. Уравнение Лапласа.
7. Уравнение Пуассона.
8. Уравнение Неймана.

9. Частично изолированные популяции
10. Модель Оттесена.
11. Устойчивость систем дифференциальных уравнений.
12. Дифференциальные уравнения в экологии
13. Модель "хищник - жертва"
14. Модели биологической динамики на основе точечных отображений
15. Диаграмма Ламеррея
16. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений
17. Дифференциальные уравнения в частных производных
18. Модели морфогенеза
19. Рост колоний микробов
20. Рост ареала популяции
21. Рост раковой опухоли
22. Устойчивое развитие биологических систем.
23. Периодические процессы
24. Биологические часы
25. Модели сердца
26. Стохастический резонанс в биологии
27. Модели гидродинамики
28. Движение рыб
29. Динамика крови
30. Нелинейные волны

### Примерные задания для контрольных работ

1. Уравнение  $N' = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) - H$  представляет простейшую модель рыбной ловли. В отсутствие рыболовов популяция рыб растет предположительно согласно логистической кривой. Влияние рыбаков на численность популяции определяется членом  $H > 0$ , который говорит о том, что рыба ловится в постоянном объеме  $H$ , не зависящем от  $N$ . Это предполагает, что рыбаки не заботятся об оставшейся рыбе и каждый день ловят одно и то же ее количество. Нарисовать фазовые портреты для различных величин  $h$ . Обсудить поведение популяции при  $h < h_c$  и  $h > h_c$ . Дать биологическую интерпретацию в каждом случае.

2. Рассмотреть модель стимулирования светляков

$$\begin{cases} \theta' = \Omega \\ \varphi' = w + Af(\varphi - \theta) \end{cases}$$

где

$$f(\varphi) = \begin{cases} \varphi, & -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi - \varphi, & \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

и  $f(\varphi)$  периодически распространяется за пределы указанного промежутка.

Нарисовать график  $f(\varphi)$ . Найти интервал стимуляции. В предположении, что жук и стимулятор находятся в фазовом замке, найти формулу для фазовой разности  $\varphi^*$ .

3. Простейшая модель конкуренции имеет вид

$$\begin{cases} N_1' = r_1 N_1 \left(1 - \frac{N_1}{K_1}\right) - b N_1 N_2 \\ N_2' = r_2 N_2 - b N_1 N_2 \end{cases}$$

где  $N_1, N_2 \geq 0$ .

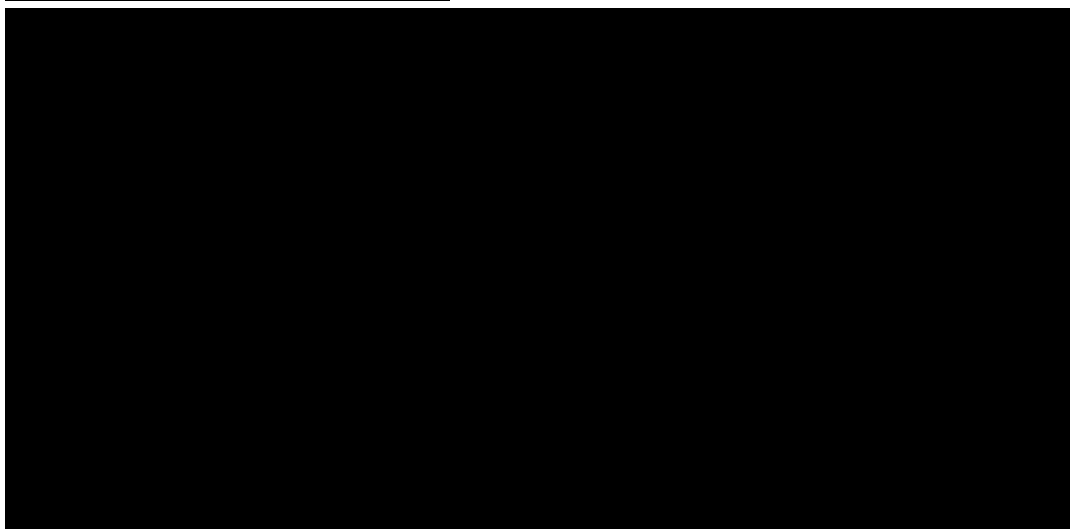
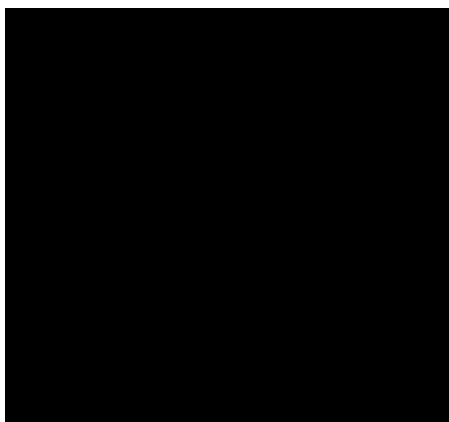
Нарисовать фазовый портрет и дать биологическую интерпретацию.

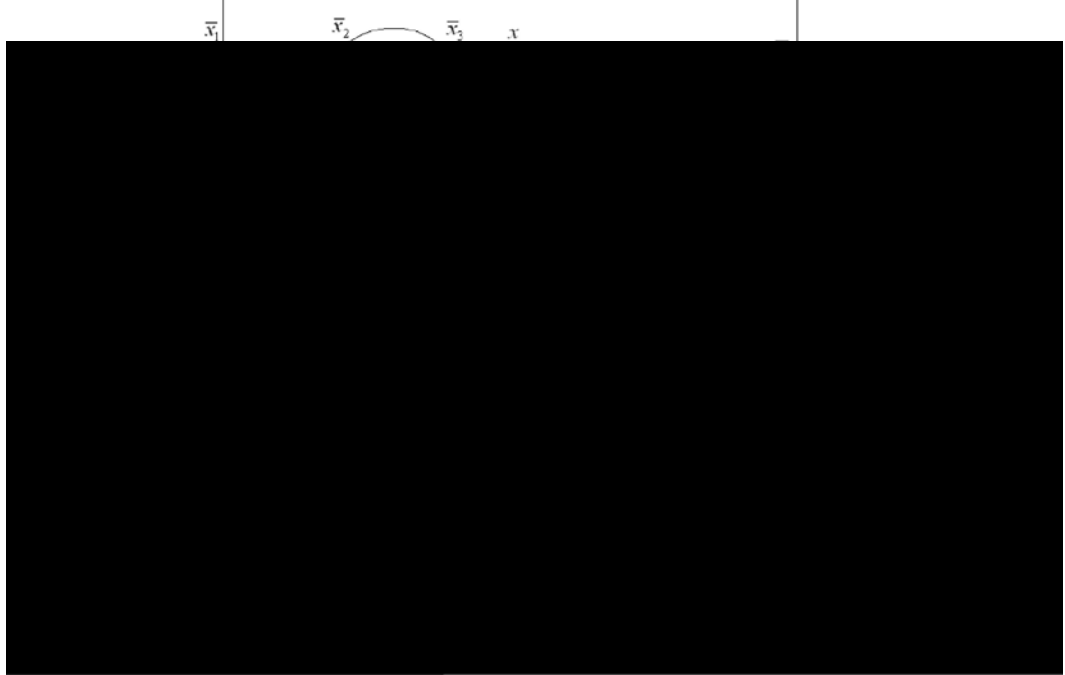
**Задачи для самостоятельной работы студентов**

**1.1** Найдите стационарные состояния уравнений:



**1.2.** Разложите функцию  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки 0  $x$  до 4 порядка:





ационарные состояния  
 остойчивости с помощью

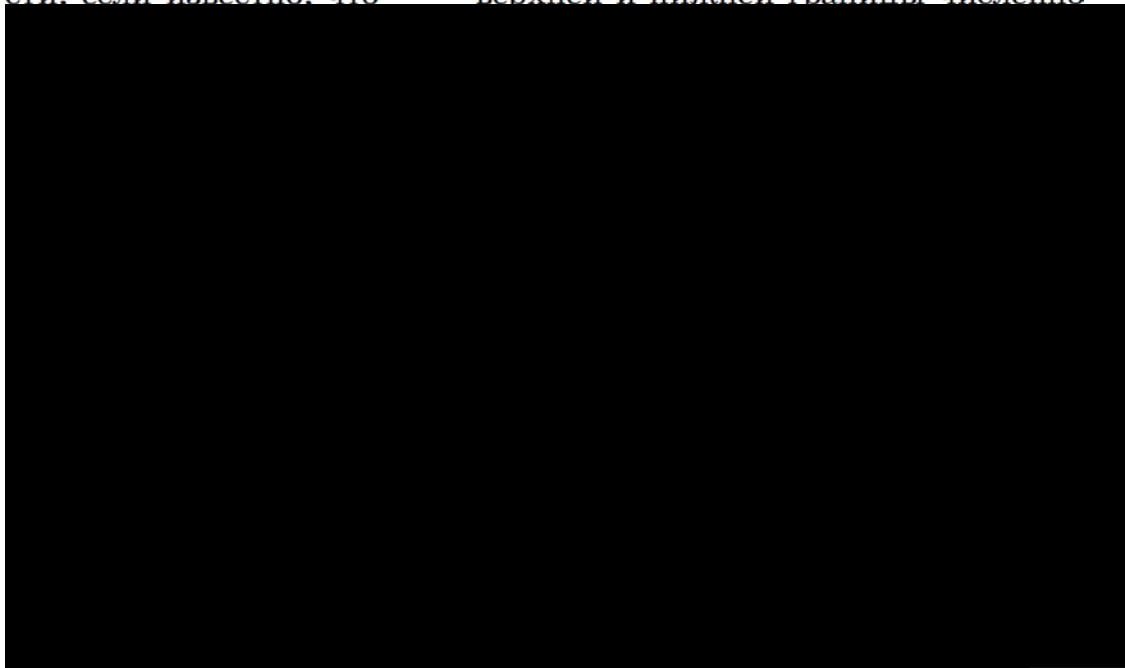
1.4. Пусть  $\frac{dx}{dt} = f(x)$ . Найти с  
 уравнения и определить их тип ус  
 графика функции  $f(x)$ :



**2.3.** Рост популяции описывается уравнением, учитывающим нижнюю границу численности и внутривидовую



Определите величины конкуренцию:  $\frac{dx}{dt} = \frac{x^2}{1+x} - dx - px^2$ .  
 сти, если известно, что верхней и нижней границы численно



**3.1.** С помощью диаграммы Ламерея построить график динамики численности популяции, если зависимость  $f(N_t)$  имеет вид:  $N_{t+1}$



.....

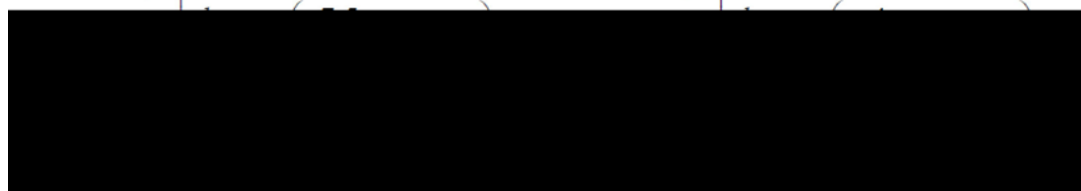
**4.1. Определите тип особой точки системы линейных уравнений:**

№ 1	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = \dots \\ \frac{dy}{dt} = \dots \end{array} \right.$	№ 10	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = \dots \\ \frac{dy}{dt} = \dots \end{array} \right.$
№ 11	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = x \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y \end{array} \right.$	№ 2	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -2x + y \end{array} \right.$
№ 3	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = 2x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y \end{array} \right.$	№ 12	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = -2x - 5y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 2y \end{array} \right.$
№ 4	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = 3x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = \dots \end{array} \right.$	№ 13	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = \dots \end{array} \right.$
№ 14	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = x - y \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y \end{array} \right.$	№ 5	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = -x + y \\ \frac{dy}{dt} = -6x + 4y \end{array} \right.$
№ 6	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = -2x + y \\ \frac{dy}{dt} = -4x + 2y \end{array} \right.$	№ 15	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = -3x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -2x + y \end{array} \right.$
№ 7	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = 3x + 4y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y \end{array} \right.$	№ 16	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = x + y \\ \frac{dy}{dt} = -2x + 4y \end{array} \right.$
№ 8	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 4x - y \end{array} \right.$	№ 17	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = x \\ \frac{dy}{dt} = y \end{array} \right.$
№ 9	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = 3x \\ \frac{dy}{dt} = x \end{array} \right.$	№ 18	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = 2x - y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y \end{array} \right.$

**6.1.** Модель отбора (выбора одного из равноправных), учитывающая ограниченность в питательных ресурсах и быстрое их поглощение по сравнению с процессами репродукции, в безразмерных величинах имеет вид:



$$\text{а) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = x \cdot \left( \frac{7.5}{x+y} - (1+y) \right), \\ \frac{dy}{dt} = y \cdot \left( \frac{7.5}{x+y} - (1+x) \right), \end{array} \right. \quad \text{б) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = x \cdot \left( \frac{4}{x+y} - (1+y) \right), \\ \frac{dy}{dt} = y \cdot \left( \frac{4}{x+y} - (1+x) \right), \end{array} \right.$$



$$\frac{dy}{dt} = y \cdot \left( \frac{7.5}{x+y} - (1+x) \right), \quad \frac{dy}{dt} = y \cdot \left( \frac{4}{x+y} - (1+x) \right)$$

ите тип

Найдите координаты особых точек. Определ:  
каждого, из найденных стационарных состояний.

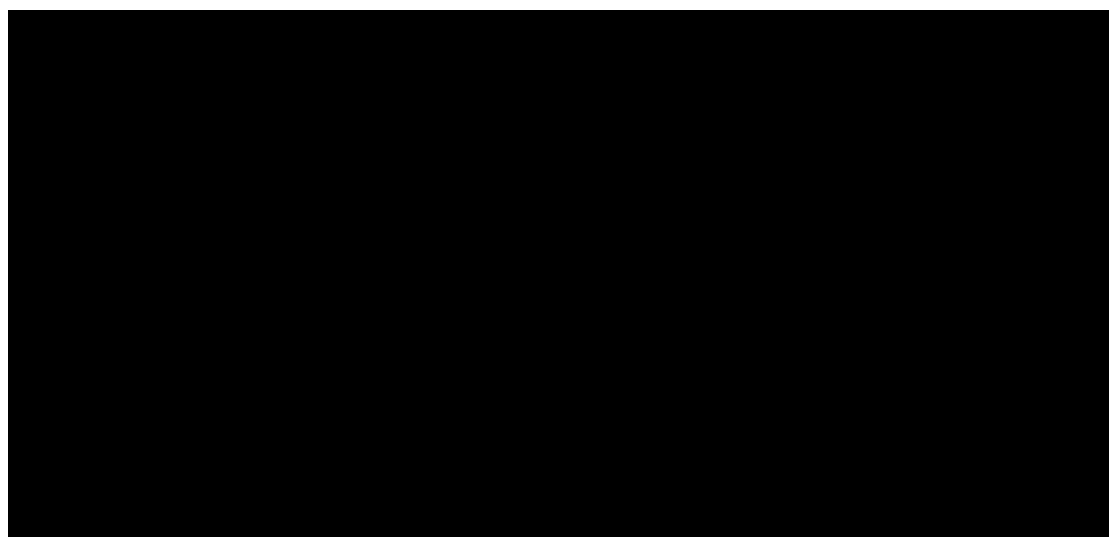
стройте

Постройте фазовый портрет системы: а) по

е урав-

главные изоклины системы (обязательно укажит

**6.2.** Взаимоотношения типа хищник-жертва или паразит-хозяин могут быть описаны системой уравнений:



**Задания для построения моделей:**

1. Экспоненциальный рост популяции (решение уравнения, график временной зависимости для численности)
2. Логистический рост (решение уравнения, график временной зависимости для численности, анализ устойчивости стационарных состояний)
3. Модель популяции с наименьшей критической численностью (график временной зависимости для численности, анализ устойчивости стационарных состояний)
4. Дискретное логистическое уравнение. Лестница Ламерея (построение временной зависимости для численности по графику зависимости, анализ устойчивости положения равновесия)
5. Система линейных химических реакций (определение стационарных состояний, построение главных изоклин, фазового портрета и кинетических кривых)
6. Модель Лотки (модель химической реакции) (определение стационарных состояний, построение главных изоклин, фазового портрета и кинетических кривых)
7. Классическая модель Вольтерра «хищник-жертва» (определение стационарных состояний, построение главных изоклин, фазового портрета и кинетических кривых)
8. Модель отбора одного из равноправных (общая модель для двух видов и модель,

учитывающая ограниченность в питательных ресурсах и быстрое их поглощение по сравнению с процессами репродукции) (определение стационарных состояний, построение главных изоклин, фазового портрета и кинетических кривых)

9. Модель конкуренции (с учетом внутривидовой конкуренции) (определение стационарных состояний, построение главных изоклин, фазового портрета и кинетических кривых)

10. Модель «хищник-жертва» (с учетом внутривидовой конкуренции) (определение стационарных состояний, построение главных изоклин, фазового портрета и кинетических кривых)

11. Модель биохимической регуляции белкового синтеза (генетический триггер Жакоба и Моно) (для  $m = 0$  определение стационарных состояний, построение главных изоклин, фазового портрета и кинетических кривых)

12. Брюсселятор (определение стационарных состояний, определение типа устойчивости стационарных состояний в зависимости от значений параметров системы, вид фазового портрета в зависимости от значений параметров системы)

13. Модель гликолиза (упрощенная схема) (определение стационарных состояний, определение типа устойчивости стационарных состояний в зависимости от значений параметров системы, вид фазового портрета в зависимости от значений параметров системы)

#### **7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

- Текущий контроль успеваемости осуществляется посредством устного опроса и контрольных работ. Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.
- Текущий контроль по дисциплине включает:
  - - посещение занятий - 30 баллов,
  - - участие на практических занятиях - 40 баллов,
  - - выполнение домашних работ - 30 баллов.
- Промежуточный контроль по дисциплине включает:
  - устный опрос - 40 баллов,
  - письменная контрольная работа - 30 баллов.

Оценка за модуль определяется как сумма баллов за текущую и контрольную работу.

Коэффициент весомости баллов, набранных за текущую и контрольную работу, составляет 0,5/0,5.

Текущая работа включает оценку аудиторной и самостоятельной работы.

Оценка знаний студента на практическом занятии (аудиторная работа) производится по 100-балльной шкале.

Оценка самостоятельной работы студента (написание эссе, подготовка доклада, выполнение домашней контрольной работы и др.) также осуществляется по 100-балльной шкале.

Для определения среднего балла за текущую работу суммируются баллы, полученные за аудиторную и самостоятельную работу, полученная сумма делится на количество полученных оценок.

Итоговый балл за текущую работу определяется как произведение среднего балла за текущую работу и коэффициента весомости.

Если студент пропустил занятие без уважительной причины, то это занятие оценивается в 0 баллов и учитывается при подсчете среднего балла за текущую работу.

Если студент пропустил занятие по уважительной причине, подтвержденной документально, то преподаватель может принять у него отработку и поставить определенное количество баллов за занятие. Если преподаватель по тем или иным причинам не принимает отработку, то это занятие при делении суммарного балла не учитывается.

Контрольная работа за модуль также оценивается по 100-балльной шкале. Итоговый балл за контрольную работу определяется как произведение баллов за контрольную работу и коэффициента весомости.

Критерии оценок аудиторной работы студентов по 100-балльной шкале:  
«0 баллов» - студент не смог ответить ни на один из поставленных вопросов  
«10-50 баллов» - обнаружено незнание большей части изучаемого материала, есть слабые знания по некоторым аспектам рассматриваемых вопросов  
«51-65 баллов» - неполно раскрыто содержание материала, студент дает ответы на некоторые рассматриваемые вопросы, показывает общее понимание, но допускает ошибки  
«66-85 баллов» - студент дает почти полные ответы на поставленные вопросы с небольшими проблемами в изложении. Делает самостоятельные выводы, имеет собственные суждения.  
«86-90 баллов» - студент полно раскрыл содержание материала, на все поставленные вопросы готов дать абсолютно полные ответы, дополненные собственными суждениями, выводами. Студент подготовил и отвечает дополнительный материал по рассматриваемым вопросам.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **Основная литература**

- 1.Алексеев В.В. Физическое и математическое моделирование экосистем.СПБ ,1992 уч пособие .Изд СП универ.
- 2.Базыкин А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций /А.Д.Базыкин.М:Наука1985 , 165 стр.
- 3.Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. М.Наука.1976 г.285 стр
- 4.Понтрягин Л.С. Дифференциальные уравнения и их приложения. М,2004 ,208 стр
- 5.Пых Ю.А.Равновесие и устойчивость в моделях популяционной динамики.М.Наука , 1983 .стр 182.
6. Ризниченко Г. Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. —М.—Ижевск: НИЦ РХД, 2011. — 560 стр.
7. Братусь А.С., Новожилов А.С.Платонов А.П. Динамические системы и модели биологии.- М.ФИЗМАТЛИТ,2010.
8. Семенова Е.Е.Зятева О.А. Качественное исследование дискретных моделей популяционной динамики. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2013.

9. Математические модели естественных наук: учеб. пособие/ В. И. Юдович. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 336 с. Режим доступа <http://e.lanbook.com/view/book/689/> (дата обращения 15.01.2014)
10. Семенова Е.Е. Кудрявцева Е.В. Математические методы в биологии. Сборник задач и упражнений. Петрозаводск : Изд ПЕтрГУ ,2005 -128 стр.

#### **Дополнительная литература**

1. Математическое моделирование сложных биологических систем: матер. X всесоюз. школы. – М.: Наука, 1988. – 145 с.
2. Мюррей Д. Математическая биология. 2т. – М.: Ижевск, 2009. – 776 с. Гриф УМО.
3. Козлов, Н.Н. Математический анализ генетического кода. – М.: Бином, 2010. – 215 с.
4. Романюха А.А. Математические модели в иммунологии и эпидемиологии инфекционных заболеваний. – М.: Бином, 2012. – 293 с.
5. Пузаченко Ю.Г. Математические методы в экологических и географических исследованиях. – М.: Академия, 2004. – 416 с. Гриф УМО.
6. Каменская М.А. Информационная биология. – М.: Академия, 2006. – 368 с. Гриф УМО.
7. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. – М.: Бином, 2007. – 472 с. Гриф УМО.

#### **9. Программное обеспечение и Интернет – ресурсы:**

1. Электронная библиотека Попечительского совета механико-математического факультета Московского государственного университета <http://lib.mexmat.ru>
2. eLIBRARY – Научная электронная библиотека (Москва) <http://elibrary.ru>
3. Фонд знаний "Ломоносов". Модели популяционной динамики.  
<http://www.lomonosov-fund.ru/enc/ru/encyclopedia:0134504>
4. Информационная система " Динамические модели в биологии "  
<http://dmb.biophys.msu.ru/>
5. Пакет для математических и инженерных расчетов MathCAD.

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточно. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине "Математическое моделирование в биологии " рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Компьютерный класс.
  - Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов
  -