

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа дисциплины
Разностные схемы
Кафедра прикладной математики факультета математики и компьютерных
наук

Образовательная программа
01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки
Математическое моделирование

Уровень высшего образования
Магистратура

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: **Базовый**

Махачкала, 2017

Рабочая программа по дисциплине «Разностные схемы» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.04.02 – Прикладная математика и информатика (уровень магистратура) от «28» августа 2015 г. №911

Разработчики:

1. кафедра прикладной математики Абдурагимов Э.И. – к.ф.-м.н. доцент .

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «7» марта 2017г., протокол №7.

Зав. кафедрой Редип Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «10» марта 2017г., протокол № 4.

/ Председатель Меджидов Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « 13 » 03 2017г. Меджидов

(подпись)

Рабочая программа по дисциплине «Разностные схемы» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) 01.04.02– Прикладная математика и информатика (уровень магистратура) от «28» августа 2015 г. №911

Разработчики:

1. кафедра прикладной математики Абдурагимов Э.И.– к.ф.-м.н. доцент .

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «7» марта 2017г., протокол №7.

Зав. кафедрой _____ Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «10» марта 2017г., протокол № 4.

Председатель _____ Меджидов З.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Разностные схемы» входит в *базовую* часть образовательной программы *магистратуры* по направлению (специальности) 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов по разностным схемам, применяемых к численному решению задач для дифференциальных уравнений, к решению и исследованию разностных уравнений. Предусматривается изучение различных разностных схем (явных и неявных, устойчивых и неустойчивых и т.д.), их применение к решению практических задач разностных и дифференциальных задач.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общекультурных – ОК-1; профессиональных – ПК-2, ПК-3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме устного опроса, контрольных работ, зачета по лабораторным работам и промежуточный контроль в форме зачета и экзамена.

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации (зачет по лаб. работам, контрольная работа, экзамен)	
	Всего	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						
		Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации	СРС, в том числе экзамен	
1	72	6	26				40	зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Разностные схемы» являются: усвоение способов составления различных разностных схем, методов их решения и решения разностных уравнений и типичных задач для этих уравнений, решения уравнений математической физики, научить самостоятельно решать различные задачи для разностных схем и для конечных разностных уравнений, научить самостоятельно исследовать устойчивость разностных схем и уравнений, привить обучающимся

умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу по математике, развить у них математический стиль мышления.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Дисциплина относится к вариативной части профессионального цикла. Предполагает знание основ вузовской алгебры, знание метода сеток решения дифференциальных уравнений, умение пользоваться различными пакетами прикладных программ. Магистр, изучив эту дисциплину, должен научиться составлять алгоритмы решения типичных задач для разностных схем и уравнений и реализовать их на ЭВМ. При составлении математических моделей физических и технических задач могут возникать различные разностные схемы и уравнения. Поэтому умение их решать и исследовать устойчивость является важнейшей задачей магистра как специалиста по направлению математическое моделирование.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-1	Способность к абстрактному мышлению анализу, синтезу.	Знать: основы составления разностных схем и области их применения. Уметь: исследовать разностные схемы на сходимость Владеть: практическим умением анализировать полученные результаты.
ПК-2	Способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач.	Знать: методы составления разностных схем Уметь: применять разностные схемы к решению практических задач дифференциальных и разностных уравнений. Владеть: навыками применения современного математического аппарата исследовательской и прикладной деятельности.
ПК-3	Способность разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение	Знать: основные методы исследования разностных схем на сходимость Уметь: составлять алгоритмы и соответствующие программы

	для решения задач научной и проективно-технологической деятельности.	для решения на компьютере задач дифференциальных и разностных уравнений с помощью разностных схем. Владеть: практическим навыками решения задач дифференциальных и разностных уравнений с помощью разностных схем.
--	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа и зачет.

4.2. Структура дисциплины

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Контроль самост. раб.		
Модуль 1. Разностные уравнения и разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений									
1	Обыкновенные разностные уравнения	10	1-3	2		6		6	опрос
2	Разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений	9	4-9	2		10		10	опрос, самостоятельная работа
	<i>Итого по модулю 1:</i>			4		16		16	36
Модуль 2. Разностные схемы для уравнений с частными производными									
3	Разностные схемы для уравнений с частными	9	10-16	2		10		22	Домашняя контрольная работа

	производными							
	<i>Итого по модулю 2:</i>		2		12		22	36
	ИТОГО:	1- 16	6		26		40	72

4.3.Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Модуль 1. Разностные уравнения и разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 1. Обыкновенные разностные уравнения.

Понятие о разностных уравнениях и схемах. Разностные уравнения второго порядка, их исследование.

Тема 2.Разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Аппроксимация обыкновенных дифференциальных уравнений разностными схемами, устойчивость, сходимость.

Тема 3.Разностные схемы для уравнений с частными производными.

Аппроксимация уравнений в частных производных разностными схемами, устойчивость, сходимость.

Лабораторные занятия

№ п/п	Тема	Аудиторные часы
1	<i>Модуль 1. Разностные уравнения и разностные схемы для обыкновенных дифференциальных уравнений</i>	14
1.1лб	Разностное уравнение второго порядка, исследование на устойчивость, методы решения.	2
1.2 лб	Решение разностного уравнения второго порядка с переменными коэффициентами на компьютере.	2
1.3лб	Решение разностного уравнения второго порядка с переменными коэффициентами на компьютере.	2
1.4лб	Составление разностных схем для решения задач Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.	2
1.5лб	Исследование на устойчивость разностных схем для решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.	2
1.6лб	Алгоритм и программарешениякраевой задачи для обыкновенного дифференциального уравненияна компьютере.	2
1.7лб	Результаты решениякраевой задачи для обыкновенного дифференциального уравненияна компьютере, анализ. Зачет по работе.	2
2	<i>Модуль 2. Разностные схемы для уравнений с частными производными</i>	12

2.1лб	Метод Якоби, формулы, алгоритм.	2
2.2 лб	Метод простой итерации решения разреженных СЛАУ	2
2.3лб	Метод Гаусса-Зейделя, формулы, алгоритм.	2
2.4лб	Релаксационные методы, формулы, алгоритм.	2
2.5лб	Решение больших СЛАУ с разреженными матрицами на компьютере итерационными методами.	2
2.6лб	Сравнение по точности итерационных методов Якоби, Гаусса-Зейделя и методов релаксации. Зачет по работе.	2

5. Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения лабораторных занятий на факультете имеются 4 компьютерных класса, оснащенные современными компьютерами с необходимым программным обеспечением. Студенты имеют свободный доступ к интернет-ресурсам.

Университет обеспечен необходимым комплектом лицензионного программного обеспечения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Примерные вопросы устного опроса по теме 1

Разностное уравнение первого порядка. Фундаментальное решение.

Ограниченность фундаментального решения.

Построение фундаментального решения.

Разностное уравнение второго порядка. Однородное и неоднородное и неоднородное уравнения второго порядка.

Фундаментальное решение разностного уравнения второго порядка.

Краевая задача для разностного уравнения второго порядка. Определение хорошей обусловленности.

Достаточный признак хорошей обусловленности.

Критерий хорошей обусловленности.

Метод прогонки решения краевой задачи для разностного уравнения второго порядка.

Литература: [1] и лекции.

Примерные вопросы устного опроса по теме 2

Основные понятия теории разностных схем: узел, сетка, аппроксимация, устойчивость, сходимость, порядок аппроксимации, порядок сходимости.

Примеры устойчивой и неустойчивой разностных схем.

Достаточный признак устойчивости разностных схем решения задачи Коши.

Необходимый спектральный признак устойчивости..

Наиболее употребительные разностные схемы Рунге-Кутты и Адамса, их сходимость.

Методы решения разностных схем, аппроксимирующих краевые задачи (метод стрельбы, метод прогонки, метод Ньютона).

Литература: [2],[5] и лекции.

Примерные вопросы устного опроса по теме 3

1. Простейшие приемы построения аппроксимирующих разностных схем (замена производных разностными отношениями, метод неопределенных коэффициентов, схемы предиктор-корректор и др.).
2. Условие Куранта, Фридрикса и Леви, необходимое для сходимости.
3. Необходимый спектральный признак устойчивости.
4. Принцип максимума
5. Экономичные разностные схемы.
6. Конструкция разностных схем расщепления.

Литература: [2], [4] и лекции.

Примерная самостоятельная работа

Вариант 1

1. Найти общее решение уравнения $3u_{n+1} - 4u_n + u_{n-1} = 0$. (5б)

2. Найти ограниченное при $n \rightarrow \pm\infty$ ненулевое решение уравнения $u_{n+1} - u_n - 2u_{n-1} = 0$. (5б)

3. Найти ограниченное при $n \rightarrow +\infty$ решение уравнения $2u_{n+1} + 3u_n - 2u_{n-1} = 6$, если $u_0 = 4$. (5б)

4. Найти общее решение уравнения $u_{n+1} + 2u_n + 2u_{n-1} = 0$. (5б)

5. Найти общее решение уравнения $u_{n+1} - \frac{u_n}{n+1} = 0$ при $n \geq 0$. (10б)

Вариант 2

1. Найти общее решение уравнения $4u_{n+1} + u_{n-1} = 0$. (5б)

2. Найти ограниченное при $n \rightarrow -\infty$ решение уравнения $3u_{n+1} - 8u_n - 3u_{n-1} = 0$, если $u_0 = 3$. (5б)

3. Существует ли ограниченное при $n \rightarrow +\infty$ ненулевое решение уравнения $u_{n+1} + 4u_n + 8u_{n-1} = 0$? Ответ обосновать. (5б)

4. Найти ограниченное при $n \rightarrow +\infty$ решение уравнения $4u_{n+1} - 7u_n - 2u_{n-1} = 5$, если $u_0 = 3$. (5б)

5. Найти общее решение уравнения $u_{n+1} - \frac{n+1}{n+2}u_n = 0$ при $n \geq 0$. (10б)

Вариант 3

1. Найти общее решение уравнения $u_{n+1} - 4u_n + 4u_{n-1} = 0$. (5б)

2. Найти ограниченное при $n \rightarrow -\infty$ решение уравнения $u_{n+1} - 2u_n + 2u_{n-1} = 0$, если $u_0 = 1, u_1 = 2$. (5б)

3. Существует ли ограниченное при $n \rightarrow +\infty$ ненулевое решение уравнения $u_{n+1} - 6u_n + 9u_{n-1} = 0$? Ответ обосновать. (5б)

4. Найти ограниченное при $n \rightarrow +\infty$ решение уравнения $4u_{n+1} - 2u_n - u_{n-1} = 3$, если $u_0 = 5$. (5б)

5. Найти общее решение уравнения $u_{n+1} - (n+1)u_n = 0$ при $n \geq 0$. (10б)

Вариант 4

1. Найти общее решение уравнения $u_{n+1} + \frac{5}{2}u_n + u_{n-1} = 9n$. (5б)

2. Найти ограниченное при $n \rightarrow -\infty$ решение уравнения $u_{n+1} - 8u_n + 16u_{n-1} = 0$, если $u_0 = 4$. (5б)

3. Существует ли ограниченное при $n \rightarrow +\infty$ ненулевое решение уравнения $u_{n+1} + 4u_{n-1} = 0$? Ответ обосновать. (5б)

4. Найти ограниченное при $n \rightarrow +\infty$ решение уравнения $4u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1} = 9$, если $u_0 = 5$. (5б)

5. Найти общее решение уравнения $u_{n+1} - \frac{n+2}{n+1}u_n = 0$ при $n \geq 0$. (10б)

Литература по самостоятельной работе: [1] и лекции.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОК-1	Знать: основные понятия теории разностных схем, методы их составления, исследования и применения на практике Уметь: исследовать на сходимость разностные схемы.	Устный опрос
ПК-2	Знать: методы исследования сходимости разностных схем, Уметь: практически исследовать на сходимость разностные	Устный опрос

	схемы, установив порядок сходимости.	
ПК-3	Владеть: методами аппроксимации задач дифференциальных уравнений разностными схемами и их исследования на сходимость.	Устный опрос, домашняя самостоятельная работа

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «способность к абстрактному мышлению анализу, синтезу».

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: о методах составления разностных схем и исследовании их на сходимость.	Имеет понятие о методах составления разностных схем и исследовании их на сходимость.	Демонстрирует хорошие знания методов составления разностных схем и исследования их на сходимость.	Демонстрирует отличные знания методов составления разностных схем и исследовании их на сходимость.
Базовый	Уметь: составлять разностные схемы, аппроксимирующие задачи для дифференциальных уравнений.	Демонстрирует слабое умение составлять разностные схемы, аппроксимирующие задачи для дифференциальных уравнений.	Демонстрирует хорошее умение составлять разностные схемы, аппроксимирующие задачи для дифференци	Демонстрирует отличное умение составлять разностные схемы, аппроксимирующие задачи для дифференци

Продвинутый	Владеть: практическими навыками составлять разностные схемы, аппроксимирующие задачи для дифференциальных уравнений и анализировать их.	Обладает слабыми практическими навыками составлять разностные схемы, аппроксимирующие задачи для дифференциальных уравнений и анализировать их.	Обладает хорошими практическими навыками составлять разностные схемы, аппроксимирующие задачи для дифференциальных уравнений и анализировать их.	Обладает отличными практическими навыками составлять разностные схемы, аппроксимирующие задачи для дифференциальных уравнений и анализировать их.
-------------	--	---	--	---

ПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач».

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: о методах анализа сходимости разностных схем.	Демонстрирует слабые знания методов анализа сходимости разностных схем.	Демонстрирует хорошие знания методов анализа сходимости разностных схем.	Демонстрирует отличные знания методов анализа сходимости разностных схем.
Базовый	Уметь: анализировать сходимость разностных схем.	Демонстрирует слабое умение анализировать сходимость разностных	Демонстрирует хорошее умение анализировать	Демонстрирует отличное умение анализировать

Продвинутый	Владеть: практическими навыками анализировать сходимость разностных схем.	схем. Демонстрирует слабые практические навыки анализировать сходимость разностных схем.	сходимость разностных схем. Демонстрирует хорошие практические навыки анализировать сходимость разностных схем.	разностных схем. Демонстрирует отличные практические навыки анализировать сходимость разностных схем.
-------------	---	---	--	--

ПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способность разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проективно-технологической деятельности».

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: основные методы решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем.	Демонстрирует слабые знания основных методов решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем.	Демонстрирует хорошие знания основных методов решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем.	Демонстрирует отличные знания основных методов решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем.
Базовый	Уметь: составлять алгоритмы и соответствующие программы решения задач	Демонстрирует слабое умение составлять алгоритмы и соответствующие программы	Демонстрирует хорошее умение составлять алгоритмы и соответствующие	Демонстрирует отличное умение составлять алгоритмы и соответствующие

<p>Продвинутой</p>	<p>дифференциальных уравнений с помощью разностных схем.</p> <p>Владеть: практически навыками решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем анализа полученных результатов.</p>	<p>решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем.</p> <p>Демонстрирует слабые практические навыки решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем анализа полученных результатов.</p>	<p>щие программы решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем.</p> <p>Демонстрирует хорошие практические навыки решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем анализа полученных результатов.</p>	<p>щие программы решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем.</p> <p>Демонстрирует отличные практические навыки решения задач дифференциальных уравнений с помощью разностных схем анализа полученных результатов.</p>
--------------------	---	---	--	---

7.3. Типовые контрольные задания

Примерная контрольная работа

1 ВАРИАНТ

Написать разностную схему, аппроксимирующую на сетке

$\{x_m = mh, y_n = nl, m = \overline{0, M}, n = \overline{0, N}\}$ задачу:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2, & 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \\ u(x, 0) = x^2, \quad u(x, 1) = 1 + x^2, \quad u(0, y) = y^2, \quad u(1, y) = 1 + y^2. \end{cases}$$

Какими методами можно найти решение полученной разностной схемы? (36)

2. Определить порядок аппроксимации задачи Дирихле в области $D = \{0 < x < 1, 0 < y < 2\}$ с границей Γ

$$u_{xx} + u_{yy} = x^2 + y^2, \quad (x, y) \in D,$$

$$u|_{\Gamma} = 0$$

разностной схемой

$$\begin{cases} \frac{u_{m+1,n} - 2u_{m,n} + u_{m-1,n}}{h^2} + \frac{u_{m,n+1} - 2u_{m,n} + u_{m,n-1}}{l^2} = \frac{x_{m+1}^2 + y_{n+1}^2 + x_{m-1}^2 + y_{n-1}^2}{2}, \\ u|_{\Gamma_h} = 0 \end{cases}$$

на сетке $(x_m, y_n) \in D_h^0$, $x_m = mh$, $y_n = nl$, где D_h^0 , Γ_h – внутренняя сеточная область и сеточная граница соответственно. (76)

3. Необходимо найти приближенное значение $u(0,4; 0,2)$, где $u(x, t)$ – решение задачи:

$$\begin{cases} u_t = \frac{1}{2} u_{xx}, \\ u(x, 0) = \frac{x^2}{x^2 + 1} \end{cases}$$

с помощью явной двухслойной разностной схемы на сетке

$$\{x_m = mh, t_n = n\tau, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, n = 0, 1, 2, \dots\}$$

Выберите шаги h , τ и укажите последовательные вычисления, необходимые для приближенного вычисления $u(0,4; 0,2)$. (76)

4. Какую задачу и с каким порядком аппроксимирует на сетке

$$\{x_m = mh, y_n = nl, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, n = 0, 1, 2, \dots\}$$

разностная схема

$$\begin{cases} \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - \frac{u_m^{n+1} - 2u_m^n + u_m^{n-1}}{l^2} = \frac{e^{x_{m+1}} + e^{x_{m-1}}}{2} + y_n, \\ u_m^0 = x_m^2 + 1, \quad \frac{u_m^1 - u_m^0}{h} = 2x_m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} ?$$

Привести соответствующий этой разностной схеме шаблон. Сходится ли решение этой разностной схемы к решению соответствующей задачи, если $l > h$? Почему? (36)

2 ВАРИАНТ

1. Написать разностную схему, аппроксимирующую на сетке

$$\{x_m = mh, y_n = nl, m = \overline{0, M}, n = \overline{0, N}\} \text{ задачу:}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x + y^2 + 1, \quad (x, y) \in D = \{0 < x < 1, 0 < y < 1\},$$

$$u|_{\Gamma} = xy, \quad (x, y) \in \Gamma, \text{ где } \Gamma \text{ – граница области.}$$

Какими методами можно найти решение полученной разностной схемы? (36)

2. Определить порядок аппроксимации относительно h задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - e^{xt},$$

$$u(x,0) = x + 1$$

разностной схемой

$$\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \frac{1}{2} \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - \frac{e^{x_{m+1}, t_n} + e^{x_{m-1}, t_n}}{2}, \quad m = 0, \pm 1, \dots \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

на сетке

$$u_m^0 = x_m + 1, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\{x_m = mh, t_n = n\tau, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots\}, \text{ если } \tau \leq h^2. \quad (76)$$

3. Требуется найти приближенное значение $u(0,3; 0,1)$, где $u(x, t)$ – решение задачи:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{1+x^2+t^2}, & 0 < x < 1, \quad 0 < t < 0.4, \\ u(x,0) = x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ u(0,t) = 0, & 0 \leq t \leq 0.4, \quad u(1,t) = t, \quad 0 \leq t \leq 0.4 \end{cases}.$$

с помощью явной двухслойной разностной схемы на сетке

$\{x_m = mh, t_n = n\tau, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots\}$ Выберите шаги h, τ и укажите последовательные вычисления, необходимые для приближенного вычисления $u(0,3; 0,1)$. (76)

4. Какую задачу и с каким порядком аппроксимирует на сетке

$$\{x_m = mh, y_n = nl, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots\}$$

разностная схема

$$\begin{cases} \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - \frac{u_m^{n+1} - 2u_m^n + u_m^{n-1}}{l^2} = \int_0^{x_m+y_n} e^{t^2} dt, \\ u_m^0 = e^{-x_m}, \quad \frac{u_m^1 - u_m^0}{h} = -e^{-x_m}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} ?$$

Привести соответствующий этой разностной схеме шаблон. Сходится ли решение этой разностной схемы к решению соответствующей задачи, если $l > h$? Почему? (36)

3. ВАРИАНТ

1. Написать разностную схему, аппроксимирующую задачу:

$$u_{xx} + u_{yy} = \sin(\pi xy), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1$$

$$u(x,0) = x, \quad u(x,1) = 1 + x, \quad u(0,y) = y, \quad u(1,y) = 1 + y$$

Какими методами можно найти решение полученной разностной схемы? (36)

2. Определить порядок аппроксимации относительно h смешанной граничной задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2} e^{-xt} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \sin xt, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t < 0.2.$$

$$u(x,0) = 0, \quad u(0,t) = t, \quad u(1,t) = t + 1$$

разностной схемой

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \frac{1}{2} e^{-x_m t_n} \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} + \frac{\sin(x_{m+1} t_n) + \sin(x_{m-1} t_n)}{2}, \quad m = \overline{1, M-1}; n = \overline{1, N-1} \\ u_m^0 = 0, \quad m = \overline{0, M}, \\ u_0^n = t_n, \quad u_M^n = t_n + 1, \quad n = \overline{0, N} \end{array} \right.$$

на сетке $\{x_m = mh, t_n = n\tau, m = \overline{0, M}, \dots, n = \overline{0, N}\}$, если $\tau \leq \frac{h^2}{\max e^{-xt}}$. (76)

3. Требуется найти приближенное значение $u(0,4; 0,2)$, где $u(x, t)$ – решение задачи:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{x^2 + t^2 + 1} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

$$u(x,0) = \frac{x}{x+1}.$$

с помощью явной двухслойной разностной схемы на сетке

$$\{x_m = mh, t_n = n\tau, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, n = 0, 1, 2, \dots\}.$$

Выберите шаги h, τ и укажите последовательные вычисления, необходимые для приближенного вычисления $u(0,4; 0,2)$. (76)

4. Какую задачу и с каким порядком аппроксимирует на сетке

$$\{x_m = mh, y_n = nl, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, n = 0, 1, 2, \dots\}$$

$$\text{разностная схема} \left\{ \begin{array}{l} \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - \frac{u_m^{n+1} - 2u_m^n + u_m^{n-1}}{l^2} = \sin \left(\int_0^{x_m y_n} \frac{e^t}{1+t} dt \right), \\ u_m^0 = x_m, \quad \frac{u_m^1 - u_m^0}{h} = 1, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{array} \right. \text{? Привести}$$

соответствующий этой разностной схеме шаблон. Сходится ли решение этой разностной схемы к решению соответствующей задачи, если $l > h$? Почему? (36)

4. ВАРИАНТ

1. Написать разностную схему, аппроксимирующую задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} - (x+t)u + 1, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t < 2,$$

$$u(x,0) = e^x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

на сетке $\{x_m = mh, t_n = n\tau, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, n = 0, 1, 2, \dots\}$ со вторым порядком

относительно h , если $\tau \leq \gamma h^2$, где γ – некоторая положительная константа. (36)

2. Определить порядок аппроксимации задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} - e^{x+t} u, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = x^2$$

разностной схемой

$$\begin{cases} \frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\tau} = \frac{u_{m+1}^n - u_{m-1}^n}{2h} - e^{x_m+t_n} \frac{u_{m+1}^n + u_{m-1}^n}{2}, & m = 0, \pm 1, \dots, \quad n = 1, 2, \dots \\ u_m^0 = x_m^2, & m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

на сетке $\{x_m = mh, t_n = n\tau, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots\}$, если $\tau \leq \alpha_0 h^2$, $\alpha_0 \equiv \text{const} > 0$.
(7б)

3. Требуется найти приближенное значение $u(0,5; 0,1)$, где $u(x,t)$ - решение задачи:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - e^{xt} u + 1, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = 0.$$

с помощью явной двухслойной разностной схемы на сетке

$$\{x_m = mh, t_n = n\tau, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots\}.$$

Выберите шаги h , τ и укажите последовательные вычисления, необходимые для приближенного вычисления $u(0,5; 0,1)$.
(7б)

4. Какую задачу и с каким порядком аппроксимирует на сетке

$$\{x_m = mh, y_n = nl, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots\}$$

разностная схема

$$\begin{cases} \frac{u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n}{h^2} - \frac{u_m^{n+1} - 2u_m^n + u_m^{n-1}}{l^2} = \frac{x_{m+1}y_{n+1} + x_{m-1}y_{n-1}}{2}, & ? \\ u_m^0 = \int_0^{x_m} e^{t^2} dt, \quad \frac{u_m^1 - u_m^0}{h} = e^{x_m^2}, & m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

Привести соответствующий этой разностной схеме шаблон. Сходится ли решение этой разностной схемы к решению соответствующей задачи, если $l > h$? Почему?
(3б)

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 50 % и промежуточного контроля – 50 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
 - самостоятельная работа – 10 баллов,
 - зачет по каждой лабораторной работе – 20 баллов (20x2=40)
- письменная контрольная работа – 20 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- зачет - 100 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература

- [1]. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977, 440 с.
 [2]. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977, 656 с.

б) дополнительная литература

- [3]. Вержбицкий В.М. Вычислительная математика. М. :Высш. шк, 2002, 840 с.
 [4]. Рихтмайер К., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972, 416 с.
 [5]. Алишаев М.Г., Хазамов Г.О. Введение в разностные схемы. Учебное пособие. Махачкала, 1991, 85 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;
2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором

доказательств теорем, самостоятельно составлять алгоритмы решения задач и по ним составлять программы для решения этих задач на компьютере, изучать рекомендованную и научную литературу, также пользоваться интернет - ресурсами.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: различные пакеты прикладных программ (Mathcad, Matlab и др.), а также интернет-ресурсы.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории для проведения лекционных занятий и дисплейные классы факультета с современными компьютерами, к которым имеется необходимое программное обеспечение.