

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы Монте-Карло

Кафедра прикладной математики факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

01.04.02-Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки

Математическое моделирование и вычислительная математика

Уровень высшего образования

_____Магистратура_____

Форма обучения

_____ **очная** _____

Статус дисциплины: _____ базовая _____

Махачкала, 2017

Рабочая программа по дисциплине «Методы Монте Карло» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 – Прикладная математика и информатика (уровень магистратура) от «28» 08 2015 г. №911

Разработчики: Назаралиев М.А. - д.ф.-м. н., профессор.

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры прикладной математики от «7» марта 2017г., протокол №7 Зав. кафедрой Кадиев Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «10» марта 2017г., протокол №4.
Председатель Меджидов Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «27» 03 2017г. Меджидов
(подпись)

Рабочая программа по дисциплине «Методы Монте Карло» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02–Прикладная математика и информатика(уровень магистратура) от «28» 08 2015 г. №911

Разработчики: Назаралиев М.А. - д.ф.-м. н., профессор.

Рабочая программа дисциплины одобрена:

на заседании кафедры прикладной математики от «7» марта 2017г., протокол №7 Зав. кафедрой _____ Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «10» марта 2017г., протокол №4.

Председатель _____ Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим управлением « » _____ 20 г. _____

(подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина "Методы Монте-Карло" входит в вариативную часть образовательной программы подготовки магистров по направлению 01.04.02-Прикладная математика и информатика.

Дисциплина реализуется на факультете М и КН кафедрой ПМ.

Курс является дополнением к курсу "Методы статистического моделирования", изучаемого на 4-м курсе программы обучения бакалавриата по направлению 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Метод Монте – Карло появился в 40-х годах 20-го столетия в связи с необходимостью решения сложнейших многомерных задач ядерной физики, задач расчета ядерных реакторов и защиты от ядерного излучения в связи с созданием атомной бомбы, и первоначально использовался в задачах, имеющих вероятностную интерпретацию.

Дальнейшее развитие теории метода позволило резко расширить его возможности и сейчас метод Монте – Карло является эффективным (по многих случаях единственным) средством решения многих сложных задач математической физики, техники, экономики, экологии, теории массового обслуживания и другие.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с моделированием случайных величин, изложением основ метода Монте – Карло и его использованием при решении различных прикладных задач.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общекультурных – ОК-1; профессиональных - ПК-1, ПК-4, ПК-7.

В результате освоения дисциплины "Методы Монте – Карло" обучающийся должен:

– знать: основные формулы и методы исчисления вероятностей, основы теории оценивания неизвестных параметров распределений, основные методы моделирования дискретных и непрерывных случайных величин, основы метода Монте –Карло.

– уметь: строить математические модели задач физики, химии, экономики и др.; составлять алгоритмы и программы их решения для ЭВМ и проводить численные эксперименты.

– владеть: навыками практического применения полученных знаний и умений для решения возникающих на практике задач, в частности, задач теории переноса излучений, моделирования качества и надежности технических систем и систем массового обслуживания.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, лабораторные занятия, самостоятельная работа).

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме индивидуальный опрос, тестирование, контроля текущей успеваемости – контрольная работа, написание и защита реферата, и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 3 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза- мен	Форма промежу- точной аттеста- ции (зачет, диф- ференцированный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все- го	из них						
Лекции		Лабора- торные занятия	Прак- тиче- ские занятия	КСР	кон- суль- тации			
9	72	6	26				40	
Подготов- ка к экза- мену	36						36	экзамен
Итого	108	6	26				76	

1. Цели освоения дисциплины

- овладение основами одного из современных универсальных численных методов моделирования сложных задач физики, техники, социологии, экономики и др.; получение навыков применения методов Монте-Карло для численного решения дифференциальных и интегральных уравнений, задач переноса излучений, теории массового обслуживания.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Курс «Методы Монте-Карло» читается в 1-ом семестре магистерской программы обучения. Для его изучения необходимы знания и навыки, полученные магистрантами при обучении по программе бакалавриата по дисциплинам: «Теория вероятностей», «Математическая статистика», «Теория случайных процессов» и «Методы статистического моделирования» и является, таким образом, логическим продолжением углубленного изучения вероятностных законов и их роли на практике.

В результате изучения курса обучающийся должен овладеть теоретическими основами и практическими навыками решения типовых задач моделирования случайных процессов, теории переноса излучений, решения интегральных уравнений и больших систем алгебраических уравнений методом Монте-Карло.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

ОК -1	Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.	<i>Знать:</i> основные формулы исчисления вероятностей, предельные теоремы ТВ, основы математической статистики, сбора, обработки и анализа статистических данных. <i>Уметь:</i> на основе применения аппарата математической статистики принимать нужные решения. Строить модели различных прикладных задач и перекладывать их на ЭВМ.
ПК-1	Способность проводить научные исследования и	<i>Знать:</i> основы метода статистического моделирования – метода Монте – Карло и методы моделирования случайных процессов;

	получать новые прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива.	основы теории переноса частиц и теории систем массового обслуживания. <i>Уметь:</i> моделировать различные физические, химические и другие естественные процессы; получать на этой основе новые данные об этих процессах; писать научные рефераты и статьи и ясно излагать их на семинарах и конференциях.
ПК-4	Способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач проектной и производственно-технологической деятельности.	<i>Знать:</i> основы математического моделирования прикладных задач, методы моделирования случайных величин и процессов. <i>Уметь:</i> строить оптимальные алгоритмы решения возникающих задач; на основе результатов математического моделирования уточнять и совершенствовать модель задачи; ясно излагать свои результаты перед научным коллективом.
ПК-7	Способность разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов.	<i>Знать:</i> основы методов оптимизации и теории игр, методы статистического моделирования (метода Монте – Карло). <i>Уметь:</i> строить математические модели различных прикладных задач; программировать их для ЭВМ, проводить численное моделирование и по результатам этого находить новые закономерности и, если нужно, менять прежние модели.

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№ п/п	Разделы и темы дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практ.занят.	Лаб. раб.	Контроль самост. раб.		
Модуль 1. Моделирование случайных величин и процессов									
1.1	Основы метода Монте-Карло.	9		2				6	Устный опрос.
1.2	Вычисление определенных интегралов методом Монте-Карло.	9		2		6		6	Устный опрос. Проверка лабораторных работ.
1.3	Решение систем алгебраических урав-	9		2		6		6	Устный опрос. Проверка лабора-

	нений и интегральных уравнений.								торных работ.
	<i>Итого по модулю 1:</i>			6		12		18	
Модуль 2. Моделирование задач переноса излучений и систем массового обслуживания.									
2.1	Прямое моделирование процесса методом М-К. Расчет потока через плоскую среду.	9				6		8	Проверка лабораторных работ. Прием лабор. работ.
2.2	Весовые методы в теории переноса моделирования непрерывных случайных величин.	9				4		8	Проверка лабораторных работ. Прием лабор. работ
2.3	Моделирование системы массового обслуживания.	9				4		6	Проверка лабораторных работ. Прием лабор. работ.
	<i>Итого по модулю 2:</i>					14		22	
Модуль 3. Промежуточная аттестация.									
	<i>Экзамен</i>	9							36
	ИТОГО по дисциплине:	9		6		26		40	36

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

Модуль 1. Основы метода Монте – Карло.

Лекции

1.1.лк. Неравенство Чебышева. Правило «3-х сигм». Закон больших чисел: Теоремы Чебышева, Бернулли, Пуассона, Хинчина. Центральная предельная теорема теории вероятностей.

Общая схема метода Монте – Карло (М-К) для оценки неизвестного математического ожидания. Погрешность метода М-К. Задачи метода Монте – Карло.

1.2лк. Вычисление многократных интегралов методом М-К. Вычисление интеграла, как площади. Вычисление интеграла, как среднего значения. Оценка погрешности, построение доверительного интервала.

1.3лк. Решение интегральных уравнений методом М-К. Некоторые сведения из теории интегральных уравнений.

Связь цепей Маркова с решением интегральных уравнений методом М-К.

Построение цепи Маркова для решения СЛАУ методом М-К. Описание алгоритма метода М-К для решения СЛАУ.

Лабораторные работы

1.2.1лб. Моделирование случайных величин. Оценка интегралов, как площади.

1.2.2лб. Вычисление интегралов, как среднего значения подынтегральной функции. Оценка погрешности метода Монте-Карло.

1.2.3лб. Методы понижения дисперсии при оценке интегралов методов Монте-Карло: существенная выборка, выделение главной части.

1.3.1лб. Цепи Маркова. Моделирование цепей Маркова. Решение систем алгебраических уравнений методами Монте-Карло. Точные и итерационные методы.

1.3.3лб. Численное сравнение решения конкретной СЛАУ методами Монте-Карло и простых итераций.

Модуль 2. Моделирование задач переноса излучений и систем массового обслуживания.

Лабораторные работы

2.1.1лб. Процесс переноса излучений, как Марковская цепь движения элементарных частиц. Общее описание процесса переноса. Расчет потока через плоскую пластину (4 часа).

2.1.2лб. Различные способы моделирования длины пробега частиц. Методы максимального сечения и минимальных длин (2 часа).

2.2.1лб. Весовые методы. Функция ценности. Моделирование длины пробега без вылета. Моделирование без поглощения. Численное сравнение погрешностей с результатами прямого моделирования в лаб. работе п.2.1.1 и 2.1.2 (4 часа).

2.3.1лб. Системы массового обслуживания (СМО). Классификация систем. Показатели СМО. Моделирование потока заявок. Моделирование СМО методом Монте-Карло (4 часа).

5.Образовательные технологии

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела.

Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах факультета, а также в лаборатории "Математическое моделирование" кафедры Прикладной математики. Используются также интернет ресурсы и пакеты прикладных программ СТАТИСТИКА, MathCADиMatlab.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Ряд учебных и учебно-методических изданий, которые могут быть использованы при самостоятельной работе студентов приведены в разделах 8 и 9 настоящей Программы.

Подробное описание содержания и требований к выполнению лабораторных заданий, в частности, тем для домашнего выполнения содержатся в разделе 7.3.5 настоящей Программы.

Кроме этого при выполнении самостоятельной работы рекомендуются:

1.Назаралиев М.А., Гаджиева Т.В., Фаталиев Н.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Часть 1: Теория вероятностей: учебное посо-

бие. – Махачкала: Изд-во ДГУ, 2014. – 192 с.; Часть II. Математическая статистика. – Махачкала: Изд-во ДГУ, 2015. – 155 с.

2. Назаралиев М.А., Магомедов И.И. Лабораторные задания по математической статистике: методическое пособие. Махачкала: Изд. ДГУ, 2013. – 32 с.

6.1 Задачи и примеры для самостоятельного решения.

1. Найти моделирующую формулу для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = c(1+x)$, $0 < x \leq 1$.
2. Написать алгоритм моделирования 5 значений случайной величины ξ - числа очков при бросании игральной кости.
3. Написать алгоритм моделирования 4 значений случайной величины, распределенной по закону Пуассона с параметром $\lambda = 2$.
4. Получить моделирующую формулу стандартного метода для случайной величины ξ с плотностью распределения $f(x) = ce^{-3/2x}$, $0 \leq x < \infty$.
5. Получить формулу моделирования стандартного для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = ce^{-5x}$, $0 \leq x \leq l$.
6. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = c|\sin x|$, $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

7. Написать алгоритм метода исключения для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = cx^{5/3}e^{-x}$, $0 < x$.
8. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = c/(1 + 2x)^2$, $0 \leq x \leq 1$.
9. Методом суперпозиции найти моделирующие формулы для случайной величины с плотностью распределения

$$f(x) = 1 - \frac{1}{3}(2e^{-2x} + e^{-3x}), \quad 0 < x < \infty.$$

10. Двумерная дискретная случайная величина задана законом распределения

τ	ξ		
	$x_1 = 0,1$	$x_2 = 0,4$	$x_3 = 0,7$
1	0,2	0,3	0,1
2	0,16	0,18	0,06

Найти условные законы распределения $P(\tau_j / x_i)$. Написать алгоритм моделирования значений двумерного вектора (ξ, τ) .

11. Получить формулы моделирования двумерного случайного вектора (ξ, τ) с плотностью совместного распределения

$$f(x, y) = c\sqrt{x^2 + y^2}, \quad 0 \leq x, y \leq 1.$$

12. Найти формулы моделирования двумерного случайного вектора с плотностью распределения $f(x, y) = cx \cdot y^2$, в области, ограниченной прямыми: $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 2$.

13. Получить формулы моделирования двумерной случайной величины (ξ, τ) с плотностью распределения $f(x, y) = cy$ в области ограниченной прямыми $y = 0, y = x, x = 1$.

14. Написать алгоритм и программу получения псевдослучайных чисел методом серединных квадратов Неймана. Получить 10 значений таких псевдослучайных чисел.

15. Вычислить методом Монте – Карло интеграл

$$I = \int_0^{\pi/2} \sin x dx$$

а) как площади; б) используя в качестве плотности распределения $f(x)$ - плотность равномерного распределения в интервале $(0, \frac{\pi}{2})$; в) при $f(x) = cx$ (сначала определить постоянную c).

16. Оценка интеграла из примера (15) при условии пункта б) имеет вид

$$I^* = \pi/2 \cdot \sum_{i=1}^n \sin \xi_i / n, \text{ где } \xi_i - \text{случайные числа, равномерно распределенные в интервале } (0, \frac{\pi}{2}).$$

Найти минимальное число испытаний, при котором верхняя граница ошибки $\delta = 0,05$.

17. Вычислить методом Монте – Карло определенный интеграл

$$I = \int_0^2 e^x dx,$$

беря в качестве вспомогательной плотность распределения $f(x) = c(1+x)$, $0 \leq x \leq 2$. Сначала определить постоянную c .

18. Написать алгоритм вычисления методом Монте – Карло площади круга, вписанного в квадрат с вершинами $(-1,-1)$, $(-1,1)$, $(1,1)$, $(1,-1)$.

19. Определить приближенное значение числа π с помощью алгоритма задачи (18). Найти такие приближения при различных значениях числа испытаний $n = 100; 10^4; 10^5; 10^6$.

20. В классической задаче Бюффона на геометрические вероятности на разграфленную параллельными линиями поверхность бросается игла длины $l < L$, где L - расстояние между параллельными линиями. Методом Монте – Карло оценить вероятность пересечения иглой какой-либо параллельной линии. Сравнить с точным решением при различных значениях числа испытаний n .

21. Имеется отрезок длины L , на которую случайно ставятся две точки x и y . Оценить методом Монте – Карло вероятность построения треугольника из полученных 3-х отрезков. Сравнить с точным решением при различных значениях числа испытаний n .

22. Игра в спортлото. Для участия в этой игре нужно было выбрать (вычеркнуть) 6 номеров из 49 (различных спортивных соревнований). Написать алгоритм случайного выбора (вычеркивания) 6 видов спорта из 49, перенумерованных от 1 до 49.

23. Задача Гюйгенса (Классическая задача теории вероятностей о «разорении игрока»): два игрока A и B продолжают некоторую игру до полного разорения одного из них. Оценить методом Монте – Карло вероятности разорения для каждого игрока, если: 1) начальные капиталы у них соответственно равны a и b рублям, 2) вероятности выигрыша в каждой партии равны соответственно p и q ; 3) выигрыши в каждой партии составляет 1 руб. для одного (для другого, очевидно, проигрыш в 1 руб.).

Значения a, b, p, q выбрать разные. (Например $a=100, b=200, p=0,6; q=0,4$).

6.2. Распределение тем рефератов по модулям и разделам

Модуль 1. Основные задачи метода Монте – Карло.		
1.1.	Основы метода Монте-Карло.	<u>Реферат:</u> История развития метода Монте-Карло.
1.2.	Вычисление определенных интегралов методом Монте-Карло.	<u>Реферат:</u> Сведение задачи вычисления интеграла к оценке математического ожидания некоторой случайной величины.
1.3.	Решение СЛАУ и интегральных уравнений методом Монте-Карло.	<u>Реферат:</u> Центральная предельная теорема теории вероятностей – основа метода Монте-Карло.
Модуль 2. Моделирование задач переноса излучений и систем массового обслуживания.		
2.1.	Прямое моделирование процесса методом М-К. Расчет потока через плоскую среду.	<u>Реферат:</u> Моделирование непрерывных случайных величин. Моделирование свободного пробега частиц.
2.2.	Весовые методы в теории переноса моделирования непрерывных случайных величин.	<u>Реферат:</u> О точности метода Монте-Карло. Способы уменьшения дисперсии при вычислении определенного интеграла.
2.3.	Моделирование системы массового обслуживания.	<u>Реферат:</u> Типы систем массового обслуживания. Моделирование потока заявок. Простой поток заявок.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОК-1 Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу.	<i>Знать:</i> основные формулы исчисления вероятностей, предельные теоремы ТВ, основы математической статистики, сбора, обработки и анализа статистических данных. <i>Уметь:</i> на основе применения аппарата математической статистики принимать нужные решения. Строить модели различных прикладных задач и перекладывать их на ЭВМ.	Лекции, лабораторные занятия, прием лабораторных работ. Экзамен.
ПК-1 Способность проводить научные исследования и получать новые прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива.	<i>Знать:</i> основы метода статистического моделирования – метода Монте – Карло и методы моделирования случайных процессов; основы теории переноса частиц и теории систем массового обслуживания. <i>Уметь:</i> моделировать различные физические, химические и другие естественные процессы; получать на этой основе новые данные об этих процессах; писать научные рефераты и статьи и ясно излагать их на семинарах и конференциях.	Лекции, лабораторные занятия, прием лабораторных работ. Экзамен.
ПК - 4 Способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач проектной и производственно-технологической деятельности	<i>Знать:</i> основы математического моделирования прикладных задач, методы моделирования случайных величин и процессов. <i>Уметь:</i> строить оптимальные алгоритмы решения возникающих задач; на основе результатов математического моделирования уточнять и усовершенствовать модель задачи; ясно излагать свои результаты перед научным коллективом.	Лекции, лабораторные занятия, прием лабораторных работ. Экзамен.
ПК-7 Способность разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов.	<i>Знать:</i> основы методов оптимизации и теории игр, методы статистического моделирования (метода Монте – Карло). <i>Уметь:</i> строить математические модели различных прикладных задач; программировать их для ЭВМ, проводить численное моделирование и по результатам этого находить новые закономерности и, если нужно, менять прежние модели.	Лекции, лабораторные занятия, прием лабораторных работ. Экзамен.

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу»(приводится содержание компетенции из ФГОС ВО).

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><i>Знать:</i> основные формулы исчисления вероятностей, предельные теоремы ТВ, основы математической статистики, сбора, обработки и анализа статистических данных.</p> <p><i>Уметь:</i> на основе применения аппарата математической статистики принимать нужные решения. Строить модели различных прикладных задач и перекладывать их на ЭВМ.</p>	<p>Демонстрирует слабые знания по основным дисциплинам кафедры: численные методы, теория вероятностей, математическая статистика, методы оптимизации; не умеет точно сформулировать задачу; не владеет в полной мере методами сбора и обработки информации – методами математической статистики; неуверенно отвечает на вопросы по использованию современных ППП для решения поставленной задачи.</p>	<p>Показывает хорошие знания и умения в указанной для получения «удовлетв.» оценки графе (см. слева) областях. Однако допускает некоторые неточности при формулировке теорем и их доказательстве. Владеет интернет технологиями сбора и обработки информации.</p>	<p>В дополнение к знаниям и умениям, необходимых для получения оценки «хорошо», умеет четко ставить задачу, сформулировать и находить наиболее оптимальный способ ее решения. Без ошибок умеет доказывать основные теоремы по численным методам, методам оптимизации, теории вероятностей, а также другим общематематическим дисциплинам. Хорошо владеет современными информационными методами сбора и анализа данных, уме-</p>

				ет по ним принимать нужные решения.
--	--	--	--	-------------------------------------

ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способность проводить научные исследования и получать новые прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><i>Знать:</i> основные точные и итерационные методы решения СЛАУ, численные методы решения ДУ; методы математической статистики по сбору и анализу данных.</p> <p><i>Уметь:</i> доказывать основополагающие теоремы и утверждения из математического анализа, теории функций, теории вероятностей.</p>	<p>Демонстрирует слабые знания по основным дисциплинам кафедры: численные методы, теория вероятностей, математическая статистика, методы оптимизации; не умеет точно сформулировать задачу; не владеет в полной мере методами сбора и обработки информации – методами математической статистики; неуверенно отвечает на вопросы по использованию современных ППП для решения поставленной задачи.</p>	<p>Показывает хорошие знания и умения в указанной для получения «удовлетв.» оценки графе (см. слева) областях. Однако допускает некоторые неточности при формулировке теорем и их доказательстве. Владеет интернет технологиями сбора и обработки информации.</p>	<p>В дополнение к знаниям и умениям, необходимых для получения оценки «хорошо», умеет четко ставить задачу, сформулировать и находить наиболее оптимальный способ ее решения. Без ошибок умеет доказывать основные теоремы по численным методам, методам оптимизации, теории вероятностей, а также другим общематематическим дисциплинам. Хорошо владеет современными</p>

				информационными методами сбора и анализа данных, умеет по ним принимать нужные решения.
--	--	--	--	---

ПК-4

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач проектной и производственно-технологической деятельности»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><i>Знать:</i> основные положения теории вероятностей и математической статистики, методы статистического моделирования; основы методов оптимизации и исследования операций.</p> <p><i>Уметь:</i> использовать полученные знания по численным методам и методам математического моделирования для решения практических задач физики, химии, биологии и техники.</p>	Имеет неполное представление об основополагающих законах теории вероятностей – законе больших чисел и центральной предельной теореме; не умеет четко поставить задачу, допускает ошибки при формулировке теорем по численным методам; показывает слабые знания по другим общематематическим дисциплинам.	Умеет без ошибок сформулировать основные теории по дисциплинам специализации: численным методам, методам оптимизации, математической статистике. Однако при доказательстве допускает некоторые неточности. Умеет подобрать оптимальный метод решения поставленной задачи.	В дополнение к умениям, необходимым для получения оценки «хорошо», умеет без ошибок и уверенно доказывать основные теории по специальным предметам, умеет доказательно подобрать оптимальные подходы к решению прикладных задач; хорошо владеет современными способами сбора и обработки информации, используя при этом новые интернет возможности.

...ПК-7

Схема оценки уровня формирования компетенции «Способность разрабатывать

вать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов».

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><i>Уметь:</i> пользоваться современными пакетами прикладных программ MathCAD и Matlab, «Statistica» и текстовыми редакторами; составлять тестовые материалы и обучающие программы.</p> <p><i>Знать:</i> основы педагогики и психологии.</p> <p><i>Владеть:</i> навыками использования современных информационных технологий в обучении: online-тестирования, интерактивной доски, презентационного оборудования.</p>	Показывает слабые знания по методам вычислений, по математической статистике и другим прикладным дисциплинам. Имеет слабые познания по использованию пакетов прикладных программ Matlab, MathCAD, Statistica и текстовым редакторам.	Показывает хорошие знания по современным пакетам прикладных программ Matlab, MathCAD и другим. Может использовать их при решении прикладных задач.	Кроме указанных знаний и умений, необходимых для получения оценки «хорошо», показывает отличные знания в предметной области, хорошо владеет теоретическими знаниями по дисциплинам специализации по направлению подготовки 01.03.02.

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые задания для контроля знаний

7.3.1. Вопросы для самоконтроля

1. Виды случайных величин. Какие случайные величины называются дискретными? Какие случайные величины называются непрерывными?
2. Основные дискретные случайные величины: Бернулли, биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, Пуассоновское распределения. Где применяются?
3. Функция распределения и ее свойства. Функция распределения дискретных случайных величин из п.2.
4. Непрерывные случайные величины. Основные распределения: равномерное в интервале (a,b) , равномерное в $(0,1)$; показательное, нормальное рас-

пределения. Применения. Функция распределения и плотность распределения.

5. Числовые характеристики: $M\xi$ и $D\xi$, моменты, коэффициенты корреляции.

6. Многомерные случайные величины. Независимость случайных величин.

7. Законы больших чисел.

8. Центральная предельная теорема теории вероятностей.

9. История возникновения метода Монте-Карло.

10. Общая схема метода статистических испытаний метода Монте-Карло.

11. Задача моделирования случайных величин. Роль равномерной в $(0,1)$ случайной величины.

12. Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.

13. Специальные методы моделирования дискретно-равномерного и геометрического распределений.

14. Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.

15. Алгоритм моделирования кусочно-постоянной и кусочно-линейной плотностей.

16. Метод исключения моделирования СВ.

17. Метод рандомизации моделирования.

18. Моделирование плотности $f(x) = 3 \cdot (1 + x^2)/8$, $-1 \leq x \leq 1$.

19. Моделирование гамма и бета- распределений методом исключения.

20. Приближенное моделирование нормального распределения.

21. Моделирование нормального распределения.

22. Моделирование показательного распределения.

23. Моделирование изотропного вектора на плоскости.

24. Моделирование изотропного вектора в пространстве.

25. Методы получения псевдослучайных чисел.

26. Задача статистического оценивания неизвестных параметров распределения. Точечные и интервальные оценки.

27. Свойства оценок.

28. Погрешность метода статистических испытаний.
29. Задача оптимизации алгоритмов метода М-К.
30. Общие принципы построения алгоритмов и программ решения различных задач методом М-К.

7.3.2 Вопросы для самоконтроля и к экзамену .

К вопросам п. 7.3.1 добавляются следующие:

1. Вычисление определенного интеграла методом М-К, как площади.
2. Вычисление определенного интеграла методом М-К, как среднего значения подынтегральной функции.
3. Методы понижения дисперсии оценок интеграла. Алгоритм с нулевой дисперсией.
4. Метод существенной выборки.
5. Метод выделения главной части.
6. Сравнение дисперсий оценок п.п. 1,2,3,4 при вычислении простого интеграла и при выборе в качестве вспомогательной плотности распределения плотности равномерной в $(0,1)$ случайной величины.
7. Интегральное уравнение II –рода.
8. Интегральное уравнение переноса излучений .
9. Оценка функционалов от решения интегрального уравнения методом Монте-Карло (М-К).
10. Дисперсия оценки функционалов.
11. Метод зависимых испытаний.
12. Моделирование по «ценности».
13. Рандомизация оценок метода М-К.
14. Метод Монте-Карло и задачи переноса излучений. История.
15. Оптические параметры среды (коэффициенты рассеяния и поглощения, индикатриса рассеяния.
16. Уравнение переноса.

17. Процесс переноса излучения – как цепь Маркова. Распределения вероятностей для элементов траекторий. Плотность столкновений; поток фотонов.
18. Описание моделирования процесса переноса методом Монте-Карло
19. Моделирование элементов траекторий частиц.
20. Пример: перенос излучения через плоскую среду.
21. Методы максимального сечения и минимальных длин для моделирования длины пробега.
22. Интегральное уравнение переноса. Сопряженное уравнение переноса.
23. Локальные оценки.
24. Весовые методы. Модификации моделирования длины пробега.
25. Моделирование сопряженных траекторий. Основные оценки. Преимущества и недостатки.
26. Применение метода М-К для оценки качества и надежности системы.
27. Описание простейшей системы массового обслуживания. Виды СМО.
28. Поток Пуассона. Моделирование моментов поступления заявок.
29. Моделирование СМО методом М-К.
30. Моделирование СМО с отказами и очередями.

7.3.3. Темы практических и семинарских занятий.

Практические и семинарские занятия по курсу не предусмотрены.

7.3.4. Темы рефератов

1. История возникновения метода Монте-Карло.
2. Первые работы по методу Монте-Карло, опубликованные в США и СССР.
3. Основные проблемы метода Монте-Карло. О точности метода.
4. Закон больших чисел и центральная предельная теорема – основы метода Монте-Карло.

5. Сведения задачи вычисления определенного интеграла к оценке математического ожидания некоторой случайной величины.
6. Приближенное моделирование нормальности $N(0,1)$ распределения.
7. Вычисление площадей фигур методом Монте-Карло. Моделирование классической задачи теории вероятностей – «задачи о встрече».
8. Приближенное вычисление числа π методом Монте-Карло.
9. Моделирование классической задачи Банаха «О спичечных коробках».
10. Задачи теории систем массового обслуживания (СМО). Моделирование простой СМС методом Монте-Карло.

7.3.5. Лабораторные занятия

Лабораторная работа №1

Тема: Моделирование случайных величин.

Теоретическая часть.

- 1) Основные дискретные распределения: биномиальное распределение, геометрическое распределение, распределение Пуассона, гипергеометрическое распределение. Дать определения, написать выражения для функции распределения, привести числовые характеристики и характеристические функции.
- 2) Равномерное распределение в $(0,1)$ и его роль при моделировании других случайных величин.
- 3) Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.
- 4) Специальные методы моделирования для перечисленных выше распределений.
- 5) Статистические характеристики выборки \bar{X} , S^2 , эмпирическая функция распределения.
- 6) Построение гистограммы распределения по выборочным данным x_1, x_2, \dots, x_n .

7) Стандартный метод моделирования непрерывной случайной величины.

Задание 1:

1) Написать алгоритм, блок-схему и программу стандартного метода для моделирования случайной величины, распределенной по закону Пуассона с параметром $\lambda = 2$.

2) Написать алгоритм, блок-схему и программу специального метода с использованием рекуррентной формулы для вычисления P_{k+1} при условиях п.1).

3) Получить n значений x_1, x_2, \dots, x_n по алгоритму п.2). Вычислить \bar{X} , S^2 и сравнить их с точными значениями $M\xi$ и $D\xi$ распределения Пуассона.

4) Построить эмпирическую функцию $F_n(x)$ распределения и сравнить с функцией распределения Пуассона.

Задание 2:

1) Написать алгоритм, блок-схему и программу стандартного метода моделирования биномиального распределения с вероятностью $p=0,4$ появления события в каждом испытании и с вычислением P_{k+1} по рекуррентным формулам.

2) Вычислить \bar{X} , S^2 и сравнить их с точными значениями $M\xi$ и $D\xi$ при разных n .

3) Построить эмпирическую функцию $F_n(x)$ распределения при разных значениях n .

4) Проверить статистически сходимость биномиального распределения к нормальному при увеличении n .

5) **Замечания:** Индивидуальность заданий обеспечивается тем, что в задании 1 предлагаются разные распределения варьированием параметра λ и др; в задании 2 – различными значениями параметров p и n .

Тема: Вычисление определенных интегралов методом

Монте – Карло.

Теоретическая часть:

1. Приближенное вычисление определенных интегралов. Методы прямоугольников (левых, правых), трапеций, Симпсона, Гаусса, Ньютона – Котесса.
2. Моделирование случайных векторов, равномерно распределенных в некоторых областях.
3. Оценка определенных интегралов методом Монте – Карло, как площади.
4. Оптимизация методов оценки интегралов методом М-К:
 - а) выборка по важности (существенная выборка).
 - б) выделение главной части.
 - в) метод аналитического осреднения.

Задание:

1. Вычислить определенный интеграл $I = \int_G \varphi(x)dx$ методами Монте – Карло и методами Симпсона (Трапеций, Гаусса др.). Сравнить результаты метода М-К при различных значениях количества реализаций n с более точными численными методами. В методе М-К в качестве вспомогательной плотности выбрать равномерное в (a, b) плотность. Оценить погрешности методов интегрирования и сравнить точность полученных результатов.
2. Вычислить заданный интеграл I :
 - а) как площади (или объема);
 - б) используя метод выделения главной части;
 - с) используя метод существенной выборки.
3. Сравнить дисперсии оценок а), в), с) при разных значениях числа реализаций n .

4. Вычислить интеграл вида

$$I = \int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} \int_{a_3}^{b_3} \varphi(x, y, z) dx dy dz \text{ методом М-К}$$

Метод вычисления – по выбору студента.

Пример: Вычислить двойной интеграл

$$\iint_G (x \cdot y + y) dx dy dz, \text{ где область } G \text{ ограничена прямыми}$$

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 3.$$

Замечание: Индивидуальность лабораторных работ обеспечивается заданием как различных подынтегральных функций, областей интегрирования, так и сочетанием различных методов интегрирования (например метод Симпсона и метод Монте – Карло, метод трапеций и метод Монте – Карло и т.д.).

Лабораторная работа №3

Тема: Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Монте – Карло.

Теоретическая часть:

1. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
2. Прямые методы решения СЛАУ.
3. Итерационные методы решения СЛАУ. Условия сходимости.
4. Интегральные уравнения и системы уравнений.
5. Оценка линейных функционалов от решения интегрального уравнения 2-го рода.
6. Метод М-К для решения СЛАУ $A\bar{x} = \bar{f}$.
7. Приведение к виду $\bar{x} = A\bar{x} + \bar{f}$.
8. Матрица вероятностей переходов цепи Маркова.

Задание:

- 1) Решить систему $A\bar{x} = \bar{f}$ методами Монте – Карло и простой итерации. Исследовать вопросы применимости метода простой итерации. Сравнить решения, полученные разными методами.
- 2) Найти методом М-К какие-то определенные компоненты вектора решения, например x_2 и x_n .
- 3) Найти решения при разных значениях n – реализаций случайного процесса. Сравнить эти результаты.

Замечание: Индивидуальность заданий обеспечивается размерностью или коэффициентами матриц рассматриваемых систем уравнений.

Пример: Матрицу системы $A\bar{x} = \bar{f}$. Получить на ЭВМ следующим формулам:

$$a_{ij} = \frac{1}{k + j}, \quad i, j = 1, \dots, k, \quad \text{при } k \leq 10$$

$$i, j = 1, \dots, k + 1, \quad \text{при } k > 10,$$

где k - номер студента в списке группового журнала;

$$a_{ij} = 0, \quad i = 2, \dots, n; \quad j = i - 1$$

$$i = 1, \dots, n - 1; \quad j = i + 1.$$

Лабораторная работа №4

Тема: Решение задач переноса излучения методом Монте – Карло (прямое моделирование и весовые модификации).

Теоретическая часть:

1. Моделирование показательного закона

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad 0 \leq x < \infty.$$

2. Моделирование случайной величины с плотностью

$$f(x) = c \cdot \lambda e^{-\lambda x}, \quad 0 \leq x \leq L.$$

3. Моделирование плотностей, заданных кусочно-постоянно и кусочно-линейно.

4. Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.

5. Метод исключения для моделирования непрерывной случайной величины. Моделирование изотропного вектора.

6. Оптические параметры среды, необходимые для описания процесса переноса.

7. Характеристики процесса переноса.

8. Общая схема моделирования процесса переноса методом Монте – Карло, как цепи Маркова.

Задание 1: Пусть на плоскую поверхность пластины толщины H падает параллельный поток излучения под углом θ_0 с осью oz . Среда однородная с коэффициентами рассеяния и поглощения σ_η и σ_c .

После рассеяния в некоторой точке z частица продолжает движение в направлении, определяемом плотностью $f(\mu) = 1/2$, где μ – косинус угла с осью oz , т.е имеет место изотропное рассеяние.

Необходимо в результате моделирования задачи найти:

- 1) Вероятность P_b вылета частицы через поверхность $z=0$;
- 2) Вероятность отражения (вылета через верхнюю границу пластины $z=H$) P_o .
- 3) Вероятность поглощения частицы средой P_n .

Задание 2: Ввести в задачу задания 1 отражение от поверхности $z=0$: при пересечении частицей поверхности $z=0$ она забывает свою «историю» и отражается от поверхности с вероятностью P_a а с вероятностью $1 - P_a$ поглощается поверхностью. Новое направление в случае отражения определяется за-

коном $f(\mu) = 2\mu$, $0 \leq \mu \leq 1$. Вычислить указанные в задании величины (P_b – в этом случае будет – вероятность прихода на поверхность $z=0$).

Задание 3: Использовать весовые методы моделирования длины пробега «без вылета» и моделирование траекторий «без поглощения» по отдельности и в сочетании.

Сравнить дисперсии разных способов расчета величин P_b , P_o и P_n .

Замечание: индивидуальность заданий обеспечивается варьированием геометрических и оптических параметров среды H, σ_η, σ_c .

Лабораторная работа №5

Тема: Система массового обслуживания.

Теоретическая часть:

1. Дать определение системы массового обслуживания (СМО).
2. Виды СМО: одноканальные; многоканальные; с отказами без очередей; с отказами и с очередями и т.д.
3. Параметры, необходимые для расчета СМО.
4. Поток заявок. Простейший поток. Интенсивность поступления заявок. Распределения. Моделирование распределения Пуассона методом Монте – Карло.
5. Время выполнения заявки: постоянное; случайное. Интенсивность обслуживания заявок. Распределения. Показательное распределение вероятностей.
6. Характеристики, определяющие качество (эффективность) работы СМО: вероятность отказа $P_{от}$, среднее число занятых каналов N_3 ; среднее число свободных каналов N_c ; вероятность обслуживания заявки $P_{об}$ и др.
7. Общая схема моделирования СМО методом Монте – Карло (М-К). Оценка основных характеристик качества СМО методом М-К.

Задания:

1. Имеется СМО с 5 каналами обслуживания, работающих независимо друг от друга. Поток поступающих заявок пуассоновский. Время обслуживания очередной заявки распределено по показательному закону с $\lambda = 2$. Интенсивность поступления заявок равна 3. В начальный момент времени все каналы свободны. Заявка поступает на обслуживание в 1 канал. Если какой – то канал занят, то заявка поступает в следующий канал; если все каналы заняты, то система дает отказ.

Необходимо в результате моделирования системы в течении времени $T=30$ мин определить:

- 1) Среднее число обслуженных заявок.
 - 2) Среднее число обслуживания одной заявки.
 - 3) Вероятность того, что заявка будет выполнена (обслужена).
 - 4) Вероятность отказа.
 - 5) Среднее число занятых каналов.
 - 6) Среднее число свободных каналов.
2. Привести эти результаты для разного числа испытаний $n=10; 20; 30$. (Одно испытание – это моделирование системы в течении 30 мин.).
 3. Провести моделирование системы *n.1.* в случае наличия очереди. Длина очереди равна 5.

Необходимо кроме указанных выше параметров рассчитать также:

- 7) Среднюю величину очереди.
- 8) Среднее время ожидания в очереди

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат оценки работы магистранта за семестр выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - **40%** и промежуточного контроля - **60%**.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - баллов,
- выполнение лабораторных заданий - 30 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.
- устный опрос - 20 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов,

Здесь приведены верхние пределы баллов по каждому из пунктов. Максимальное количество баллов, которые может получить магистрант за текущий контроль - 100 б.

Промежуточный контроль знаний и навыков магистранта по предмету «Метод Монте-Карло», проверка овладения им приведенных выше компетенций проводится на экзамене.

Магистрант допускается к экзамену при выполнении и защите им (успешной сдачи) всех лабораторных работ.

Итоговая оценка магистранта по дисциплине определяется в соответствии со шкалой баллов, принятой в ДГУ, и состоит из 50% баллов, полученных по текущему контролю, плюс 50% баллов, полученных на экзамене.

7.4.1. Программа экзамена по дисциплине «Методы Монте-Карло»

I. Моделирование случайных величин.

1. Случайные величины и их распределения.
2. Функция распределения и ее свойства.
3. Основные виды случайных величин. Основные непрерывные распределения. Числовые характеристики случайных величин.
4. Моделирование дискретных случайных величин. Стандартный алгоритм.
5. Использование рекуррентных соотношений при моделировании некоторых дискретных случайных величин.
6. Моделирование непрерывных случайных величин. Стандартный метод.
7. Моделирование равномерного и показательного распределений.
8. Приближенное моделирование нормального распределения.
9. Закон больших чисел.
10. Центральная предельная теорема.

II. Основы метода Монте-Карла и их приложения.

11. Оценка математического ожидания методом Монте-Карло. Оценка погрешности метода.
12. Вычисление площади фигуры методом М-К.

13. Вычисление определенного интеграла методом М-К как площади.
14. Вычисление определенного интеграла как среднего значения подинтегральной функции.
15. Методы понижения дисперсии. Идеальный алгоритм с нулевой дисперсией.
16. Цепи Маркова. Процесс переноса, как Марковская цепь движения элементарных частиц. Вероятностные распределения элементов траекторий частиц.
17. Задача расчета потока через плоскую пластину. Алгоритм моделирования.
18. Весовые методы: моделирование без вылета и без поглощения.
19. Системы массового обслуживания (СМО). Классификация СМО.
20. Моделирование СМО методом Монте-Карло.

7.4.2. Примерные экзаменационные билеты.

Билет № 1

1. Случайные величины и их распределения.
2. Моделирование СМО методом Монте-Карло.
3. Получить 3 значения случайной величины, распределенной равномерно в интервале $(0; 3)$, имея значения $\alpha_1 = 0,15$; $\alpha_2 = 0,23$; $\alpha_3 = 0,17$, где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – значения равномерной в $(0;1)$ случайной величины α .

Билет № 2

1. Функция распределения и ее свойства.
2. Моделирование равномерного и показательного распределений.
3. Написать моделирующую формулу для случайной величины с показательным законом распределения $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $0 \leq x < \infty$ при $\lambda = 2$.

Билет № 3

1. Основные дискретные распределения: ряд и функция распределения.
2. Приближенное моделирование нормального распределения.
3. Написать алгоритм вычисления интеграла: $I = \int_0^3 x^2 dx$ методом Монте-Карло как площади.

Билет № 4

1. Основные непрерывные распределения: плотность и функция распределения, числовые характеристики.
2. Моделирование равномерного распределения.
3. Написать алгоритм метода Монте-Карло для вычисления интеграла $I = \int_0^3 x^2 dx$ как среднего значения подинтегральной функции, выбрав в качестве вспомогательной плотности $f(x)$ плотность равномерного распре-

деления в интервале (0;3).

Билет № 5

1. Функция распределения и ее свойства.
2. Моделирование показательного распределения.
3. Получить моделирующую формулу для непрерывной случайной величины с плотностью распределения $f(x) = cx$, $0 \leq x \leq 4$. Определить вначале параметр c .

Билет № 6

1. Центральная предельная теорема.
2. Оценка математического ожидания методом Монте-Карло. Оценка погрешности метода.
- 3) Смоделировать 3 значения дискретной случайной величины

§	1	2	3	4	5	6
P_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

при заданных значениях равномерной в (0;1) случайной величины α : $\alpha_1 = 0,10$; $\alpha_2 = 0,24$; $\alpha_3 = 0,94$.

Билет № 7

1. Использование рекуррентных соотношений при моделировании некоторых дискретных случайных величин.
2. Вычисление площади фигуры методом М-К.
3. Написать алгоритм моделирования дискретной случайной величины

§	0	1
P_i	0,5	0,5

Получить 4 значения этой случайной величины, если заданы значения равномерной в (0;1) случайной величины α : $\alpha_1 = 0,11$; $\alpha_2 = 0,04$; $\alpha_3 = 0,57$; $\alpha_4 = 0,67$.

Билет № 8

1. Моделирование непрерывных случайных величин. Стандартный метод.
2. Вычисление определенного интеграла методом М-К как площади.
3. Получить моделирующую формулу для непрерывной случайной величины с плотностью распределения $f(x) = cx^2$, $0 \leq x \leq 3$.

Билет №9

1. Приближенное моделирование нормального распределения.
2. Вычисление определенного интеграла как среднего значения подинтегральной функции.
3. Найти моделирующую формулу для случайной величины с плотностью распределения $f(x) = c(1+x)$, $0 < x \leq 1$.

Билет № 10

1. Моделирование непрерывных случайных величин. Стандартный метод.
2. Методы понижения дисперсии. Идеальный алгоритм с нулевой дисперсией.
3. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения

$$f(x) = c|\sin x|, \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$

Билет № 11

1. Закон больших чисел.
2. Цепи Маркова. Процесс переноса, как Марковская цепь движения элементарных частиц. Вероятностные распределения элементов траекторий частиц.
3. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения

$$f(x) = c|\sin x|, \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

Билет № 12

1. Закон больших чисел.
2. Задача расчета потока через плоскую пластину. Алгоритм моделирования.
3. Написать формулу моделирования для случайной величины с плотностью распределения

$$f(x) = c/(1+2x)^2, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Билет № 13

1. Центральная предельная теорема.
2. Весовые методы: моделирование без вылета и без поглощения.
3. Методом суперпозиции найти моделирующие формулы для случайной величины с плотностью распределения

$$f(x) = 1 - \frac{1}{3}(2e^{-2x} + e^{-3x}), \quad 0 < x < \infty.$$

Билет № 14

1. Вычисление определенного интеграла как среднего значения подинтегральной функции.
2. Системы массового обслуживания (СМО). Классификация СМО.
3. Получить формулы моделирования двумерного случайного вектора с плотностью совместного распределения

$$f(x, y) = c\sqrt{x^2 + y^2}, \quad 0 \leq x, \quad y \leq 1.$$

Билет № 15

1. Оценка математического ожидания методом Монте-Карло. Оценка погрешности метода.
2. Моделирование СМО методом Монте-Карло.
3. Написать алгоритм вычисления методом Монте – Карло площади круга, вписанного в квадрат с вершинами (-1,-1), (-1,1), (1,1), (1,-1).

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) основная литература:

1. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М., Наука, 1982.
2. Назаралиев М.А. Статистическое моделирование радиационных процессов в атмосфере. Новосибирск, Наука, 1991 г.
3. Михайлов Г.А., Войтишек А.В.. Численное статистическое моделирование. Методы Монте – Карло. М.: Академия, 2006, 368 с.
4. Ермаков С.М.. Метод Монте – Карло в вычислительной математике. Вводный курс. Издательство: Невский Диалект, Бинوم, Лаборатория знаний, 192 с., 2009 г.

б) дополнительная:

1. Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А. и др. «Метод Монте - Карло в атмосферной оптике». Новосибирск, Наука, 1976.

2. Михайлов Г.А. Оптимизация весовых методов Монте - Карло. М., Наука, 1987.
3. Сенатов В.В. Центральная предельная теорема. Точность аппроксимации и асимптотические разложения. М.: Либроком, 2009 г.
4. Ширяев А.Н. Вероятность. Т.1,2.-М.: МЦНМО, 2004 г.

Средства обеспечения освоения дисциплины: программное обеспечение и интернет ресурсы.

1. Программное обеспечение РТС MatCAD 15 F000Russian + Самоучитель (<http://ewgk.com/soft/41668-matcad-15-f000-russian-samouchitee.htm>).
2. Программное обеспечение MatLABR2011 в (<http://www.softforfree.com/programs/matlab-26810.html>).
3. Мухин О.И. Моделирование систем. Учебник. (stratum/as/ru/textdijks/modelir/contents/html).

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

1. Федеральный портал <http://edu.ru>
2. Электронные каталоги научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru> ;
<http://edu.icc.dgu.ru>
3. Электронные версии учебников по математике <http://www.padam.com/index.php?id=26938&start==so>

Имеется компьютерный класс с 10-ю современными персональными компьютерами и методические указания к выполнению лабораторных работ, в библиотеке ДГУ имеется указанная в пункте 8 литература, имеются методические разработки, размещенные в Интернет сайте ДГУ

При кафедре прикладной математики функционирует студенческая научно-исследовательская лаборатория «Математическое моделирование, оснащенная 5 новыми ПК, презентационной и оргтехникой.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

10.1. Методические указания студентам

Перечень учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам, для подготовки к занятиям представлен в разделе «Учебно-методическое обеспечение. Литература».

Лекционный курс. Лекция является основной формой обучения в высшем учебном заведении. В ходе лекционного курса проводится систематическое изложение научных материалов, освещение основных понятий дисциплины и закрепление теоретического материала.

В тетради для конспектирования лекций необходимо иметь поля, где по ходу конспектирования студент делает необходимые пометки. Записи должны быть избирательными, своими словами, полностью следует записывать только определения. В конспектах рекомендуется применять сокращения слов, что ускоряет запись. В ходе изучения дисциплины **Методы Монте – Карло** особое значение имеют формулы, схемы и рисунки, поэтому в конспекте лекции рекомендуется делать все рисунки, сделанные преподавателем на доске. Вопросы, возникшие у студента в ходе лекции, рекомендуется записывать на полях и после окончания лекции обратиться за разъяснением к преподавателю.

Студенту необходимо активно работать с конспектом лекции: после окончания лекции рекомендуется перечитать свои записи, внести поправки и дополнения на полях, используя указанную в разделе 1.7 литературу. Конспекты лекций следует использовать при подготовке к экзамену, контрольным тестам, при выполнении самостоятельных заданий.

Лабораторные занятия. Лабораторные работы по дисциплине

Методы Монте-Карло имеют целью реально научить студентов решению практических задач, научить их навыкам выполнения расчетных работ с использованием современной вычислительной техники и пакетов прикладных программ, и главное научить их самим алгоритмизации, программированию и решению задач на ЭВМ. Защита и сдача всех лабораторных работ является обязательным условием допуска студента к экзамену. В случае пропуска занятий по уважительной причине пропущенное лабораторное занятие подлежит отработке.

Студент должен вести активную познавательную работу. Важно научиться включать вновь получаемую информацию в систему уже имеющихся знаний. Необходимо также анализировать численные результаты, полученные в ходе выполнения лабораторной работы, делать по ним определенные выводы и находить общие закономерности, даваемые теорией, сравнивать с другими численными результатами (напр. по аналитическим формулам), с экспериментом. Важное место в самостоятельном обучении студентов должна занимать работа в образовательной среде ИНТЕРНЕТа. Такие ресурсы указаны в разделе «Программное обеспечение и интернет ресурсы» данного УМК.

10.2. Методические рекомендации преподавателю

Курс **Методы Монте-Карло** является продолжением курсов «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория случайных процессов» и «Численные методы». При изучении курса необходимы также знания из «теории функций», теории интеграла др. общематематических дисциплин. Методы статистического моделирования находят все большее применение при решении статистических задач в различных областях физики, экономики, социологии, техники и др. Поэтому при изложении материала большое внимание должно уделяться практическому применению, практической реали-

зации изучаемых методов. Для этого в учебном процессе должны быть использованы разнообразные методы обучения, в частности, наиболее эффективным видом занятий по данной дисциплине являются лабораторные работы, выполняемые в компьютерных классах. При этом широко используются возможности современных пакетов прикладных программ, напр.

MathCAD, СТАТИСТИКА, Математика и др. Оформление поформулированным преподавателем требованиям лабораторных работ и их защита является одним из способов промежуточной аттестации, оценки знаний, студентов.

Необходимо разнообразные формы самостоятельной работы, студентов обеспечивающих наибольшую эффективность в изучении дисциплины.

Пакет заданий для самостоятельной работы следует выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из обязательной и факультативной частей.

Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

Вводная лекция - главное звено дидактического цикла обучения. Её цель - формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала, методе самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;

- логичность, четкость и ясность в изложении материала;

- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;

- опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;

-тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Преподаватель, читающий лекционные курсы в вузе, должен знать существующие в педагогической науке и используемые на практике варианты лекций, их дидактические и воспитывающие возможности, а также их методическое место в структуре процесса обучения.

При изложении материала важно помнить, что почти половина информации на лекции передается через интонацию. Надо учесть, что первый кризис внимания студентов наступает на 15-20-й минутах, второй - на 30-35-й минутах. В профессиональном общении нужно исходить из того, что восприятие лекций студентами младших и старших курсов существенно отличается по готовности и умению.

При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность - главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

Для успешного освоения дисциплины обучающийся использует также кроме указанных выше в п. 8 программного обеспечения и интернет-ресурсов следующие пакеты прикладных программ: Mathcad, Delphi, Statistica и др.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Учебные аудитории факультета для проведения лекционных и семинарских занятий, оснащенные современной презентационной техникой; компьютерные классы факультета и ИВЦ ДГУ, лабораторию «Математическое моделирование» при кафедре прикладной математики.