

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет математики и компьютерных наук

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Численные методы**

**Кафедра прикладной математики факультета математики и  
компьютерных наук**

**Образовательная программа  
01.03.01 - Математика**

Профиль подготовки  
**Вещественный, комплексный и функциональный анализ**

**Математический анализ и приложения**

Уровень высшего образования  
**Бакалавриат**

Форма обучения  
**Очная**

Статус дисциплины: **Базовый**

Махачкала, 2017

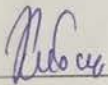
Рабочая программа дисциплины «Численные методы» составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.01 – Математика (уровень бакалавриата) от «7» августа 2014 г. №943.

Разработчики:

1. кафедра прикладной математики, Бейбалаев В.Д., к. ф.-м. н., доцент;
2. кафедра прикладной математики, Гаджиева Т.Ю., к. ф.-м. н., доцент.

Рабочая программа одобрена:



на заседании кафедры прикладной математики от «7» марта 2017 г., протокол №7

И. о. зав. кафедрой  Кадиев Р.И.

на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук от «10» марта 2017 г., протокол №4

Председатель  Меджидов З.Г.

Рабочая программа согласована с учебно-методическим управлением

 03 2017 г. 

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина «Численные методы» входит в базовую часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению (специальности) 01.03.01 - Математика.

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой прикладной математики.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением с базовыми математическими моделями и освоением численных методов решения задач математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений, а также знакомством с современными направлениями развития численных методов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – ОПК-1, ОПК-3, ПК-1.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: *лекции, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме контрольных работ, коллоквиума. и промежуточный контроль в форме экзамена.

Объем дисциплины 9 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экза мен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирован ный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Всег о	из них						
Лекц ии		Лабораторн ые занятия	Практиче ские занятия	КСР	консульта ции			
6	144	36	18	18			72	зачет
7	180	36	18	36			90	подготовка к экз
ИТОГО	324	72	36	54			162	

## 1. Цели освоения дисциплины

Цель изучения курса «Численные методы» - владение студентами умения применять численные методы при решении задач математического анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений, разработки алгоритмов и программ численного решения различных задач встречающиеся в естествознании и закрепление студентами ряд понятий изученных в курсах.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Численные методы» входит в *базовую* часть образовательной программы *бакалавриата* по направлению (специальности) 01.03.01 - Математика.

Курс «Численные методы» вводится после изучения дисциплин алгебра, информатика, математический анализ, дифференциальные уравнения, так как для успешного усвоения этого курса студентам необходимы знания по указанным дисциплинам.

Изученные в курсе методы могут применяться при решении различных математических моделей в естествознании.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
<b>ОПК-1</b>	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных	<b>Уметь:</b> применять изученные численные методы к решению практических задач, возникающих в алгебре, математическом анализе и типичных задач для дифференциальных уравнений;

	процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности	
<b>ОПК-3</b>	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе	<b>Уметь:</b> доказывать как излагавшиеся утверждения, так и родственные им новые;
<b>ПК-1</b>	способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	<b>Знать:</b> основные приемы и формулы; <b>Уметь:</b> осуществлять постановку задач и выполнять численные эксперименты по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения; <b>Владеть:</b> методами алгоритмизации и реализации указанных методов решения задач на ЭВМ

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

4.2. Структура дисциплины.

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практические занятия	Лаб. Раб.	Сам. раб	Подг. к экз.	Общ. тр	

<b>Модуль 1. Численные методы алгебры</b>				<b>12</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>12</b>		<b>36</b>	
1	Сходимости последовательностей матриц и векторов. Три нормы матриц и векторов.	6	1	2	1		2		5	Индивидуальный фронтальный опрос, тестирование, лабораторная работа, проверка групп журнала ---
2	Матричная геометрическая прогрессия.	6	2	2	1		2		5	
3	Метод простой итерации решения СЛАУ. Сходимость. Особенность реализации на ЭВМ.	6	3	2	1	2	2		7	
4	Метод Зейделя решения СЛАУ.	6	4	2	1	2	2		7	-----
5	Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.	6	5	2	1	2	2		7	-----
6	Метод Ньютона.	6	6	2	1		2		5	Контрольная работа
<b>Модуль 2. Интерполяция</b>				<b>6</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>22</b>		<b>36</b>	
7	Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка	6	7	2	2	2	8		14	---

	остаточного члена.									
8	Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен Ньютона.	6	8	2	1	2	8		13	
9	Конечные разности и их применение к численному дифференцированию	6	9	2	1		6		9	Контрольная работа
<b>Модуль 3. Основы теории приближения</b>				<b>6</b>	<b>2</b>		<b>28</b>		<b>36</b>	
10	Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.	6	10	2			8		10	
11	Понятие о сплайнах и их применении	6	11	2	1		10		13	
12	Наилучшее приближение в линейном нормированном пространстве	6	12	2	1		10		13	Контрольная работа
<b>Модуль 4. Численное интегрирование</b>				<b>12</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>		<b>36</b>	
13	Квадратурные формулы	6	13	2	1		2		5	

	Ньютона-Котеса.									
14	Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.	6	14	2	1	2	2		7	
15	Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.	6	15	2	1	2	2		7	
16	Правило Рунге практической оценки погрешности.	6	16	2	1	2	2		7	
17	Квадратурные формулы Гаусса.	6	17	2	1	2	2		7	
18	Вычисление несобственных интегралов.	6	18	2	1				3	
<b>ИТОГО:</b>				<b>36</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>72</b>		<b>144</b>	<b>зачет</b>
<b>Модуль 5 Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных</b>				<b>12</b>	<b>12</b>	<b>9</b>	<b>3</b>		<b>36</b>	
19	Приближенный метод Тейлора решения задачи Коши для ОДУ.	7	1	2	2				4	---
20	Численный метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ.	7	2	2	2	2			6	---
21	Одношаговые методы Рунге-	7	3	2	2	4	1		9	---



	Кутга.									
22	Оценка погрешности одношаговых методов.	7	4	2	2		1		5	
23	Многошаговые методы. Явные и неявные методы Адамса.	7	5	2	2	3	1		8	Контрольная работа
24	Оценка погрешности многошаговых методов.	7	6	2	2				4	
<b>Модуль 6. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений</b>				<b>12</b>	<b>12</b>	<b>0</b>	<b>12</b>		<b>36</b>	
25	Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.	7	7-8	4	4		4		12	
26	Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.	7	9	2	2		2		6	
27	Метод прогонки решения	7	10	2	2		2		6	

	разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка..									
28	Устойчивость метода прогонки..	7	11	2	2		2		6	
29	Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.	7	12	2	2		2		6	
<b>Модуль 7. Численные методы решения типичных задач для уравнений с частными производными</b>				<b>12</b>	<b>12</b>	<b>9</b>	<b>3</b>		<b>36</b>	
30	Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация. Связь аппроксимации устойчивости со сходимостью.	7	13-14	4	4				8	
31	Разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического	7	15	2	2	4	1		9	

	уравнения.									
32	Устойчивость явных двухслойных разностных схем.	7	16	2	2		1		5	
33	Решение смешанной граничной задачи.	7	17	2	2	5	1		10	
34	Построение разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка.	7	18	2	2				4	Контрольная работа Коллоквиум
35	<i>Подготовка к экзамену</i>							36	36	
<b>ИТОГО:</b>				<b>36</b>	<b>36</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	<b>144</b>	<b>Экзамен</b>
<b>ИТОГО:</b>				<b>72</b>	<b>54</b>	<b>36</b>	<b>90</b>	<b>36</b>	<b>288</b>	

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам).

##### Модуль 1. Численные методы алгебры

##### Тема 1. Сходимости последовательностей матриц и векторов. Три нормы матриц и векторов.

Различные виды сходимостей последовательностей векторов и матриц. Определения норм векторов и матриц. Три наиболее распространенные нормы матриц и векторов.

##### Тема 2. Матричная геометрическая прогрессия.

Понятие матричной геометрической погрешности. Необходимые и достаточные условия сходимости матричной геометрической прогрессии.

Сумма сходящейся матричной геометрической прогрессии.

**Тема 3. Метод простой итерации решения СЛАУ. Сходимость. Особенность реализации на ЭВМ.**

Формулы метода простой итерации. Необходимые и достаточные условия сходимости метода простой итерации. Достаточные условия сходимости метода простой итерации. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом простой итерации.

**Тема 4. Метод Зейделя решения СЛАУ.**

Причина возникновения метода Зейделя. Формулы метода Зейделя. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Зейделя. Достаточные условия сходимости метода. Оценка погрешности. Решение СЛАУ с заданной точностью методом Зейделя.

**Тема 5. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.**

Формулы метода простой итерации решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода простой итераций к решению нелинейных алгебраических уравнений.

**Тема 6. Метод Ньютона.**

Формулы метода Ньютона решения функциональных уравнений. Сходимость метода, оценка погрешности. Применение метода Ньютона к решению нелинейных алгебраических уравнений.

**Модуль 2. Интерполяция и основы теории приближения**

**Тема 7. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена.**

Понятие интерполяции, значение интерполяции в вычислительной математике. Определение интерполяционного многочлена. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаточный член.

**Тема 8. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный**

## **многочлен Ньютона.**

Понятие разделенной разности. Свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей. Запись интерполяционного многочлена в форме Ньютона с помощью разделенных разностей.

## **Тема 9. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.**

Понятие конечной разности  $k$ -ого порядка, свойства конечных разностей, вычисление конечных разностей. Применение конечных разностей к вычислению производных.

## **Тема 10. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.**

Многочлен Чебышева, его свойства. Применение многочлена Чебышева к минимизации оценки погрешности интерполяции.

## **Тема 11. Понятие о сплайнах и их применении.**

Определение сплайна, применение сплайна. Построение сплайна третьей степени.

## **Тема 12. Наилучшее приближение в линейном нормированном пространстве.**

Понятие элемента наилучшего приближения в линейном нормированном пространстве. Теорема о существовании элемента наилучшего приближения.

## **Модуль 2. Численное интегрирование.**

### **Тема 13. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.**

Введение. Необходимость приближенного вычисления интегралов. Подход к приближенному вычислению, основанный на интерполяции функции. Вывод квадратурных формул Ньютона-Котеса.

### **Тема 14. Квадратурные формулы прямоугольников и трапеций, оценка погрешности.**

Понятие о квадратурных формулах и их применении к приближенному вычислению интегралов. Вывод простейших и составных квадратурных формул прямоугольников и трапеций. Вывод соответствующих формул остаточных членов и их оценок.

**Тема 15. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.**

Вывод простейшей и составной квадратурной формулы Симпсона. Вывод формулы остаточного члена и его оценки.

**Тема 16. Правило Рунге практической оценки погрешности.**

Правило Рунге и его применение для практической оценки погрешности. Алгоритм приближенного вычисления интеграла с применением правила Рунге.

**Тема 17. Квадратурные формулы Гаусса.**

Многочлены Лежандра и их свойства. Использование многочленов Лежандра для вывода квадратурных формул Гаусса. Построение простейших квадратурных формул Гаусса.

**Тема 18. Вычисление несобственных интегралов.**

Применение квадратурных формул к приближенному вычислению несобственных интегралов различных видов.

**Модуль 4. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений**

**Тема 19. Приближенный метод Тейлора решения задачи Коши для ОДУ.**

Метод Тейлора, основанный на разложении решения задачи Коши в ряд Тейлора. Применение этого метода для нахождения решения задачи Коши в некоторой окрестности начальной точки.

**Тема 20. Численный метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ.**

Понятия сетки, узлов сетки, сходимости. Численный метод Эйлера приближенного вычисления значений решения задачи Коши для ОДУ в узлах сетки.

### **Тема 21. Одношаговые методы Рунге-Кутта.**

Понятия об одношаговых и многошаговых методах. Вывод одношаговых формул Рунге-Кутта. Алгоритм вычисления значений решения задачи Коши в узлах сетки с заданной точностью по формулам Рунге-Кутта.

### **Тема 22. Оценка погрешности одношаговых методов.**

Вывод оценки погрешности одношаговых методов решения задачи Коши для ОДУ.

### **Тема 23. Многошаговые методы. Явные и неявные методы Адамса.**

Необходимость изучения многошаговых методов. Явные и неявные многошаговые методы Адамса. Их вывод.

### **Тема 24. Оценка погрешности многошаговых методов.**

Использование конечных разностей для для получения оценок погрешностей многошаговых методов Адамса.

## **Модуль 5. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.**

**Тема 25. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.**

Понятия: узел, сетка, разностная схема, аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, ее разрешимость, порядок аппроксимации.

**Тема 26. Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.**

Доказательство сходимости разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

**Тема 27. Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ**

**второго порядка.**

Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, его устойчивость. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этим методом.

**Тема 28. Устойчивость метода прогонки.**

Необходимое и достаточное условие устойчивости метода прогонки.

**Тема 29. Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.**

Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка, его устойчивость. Алгоритмы решения двухточечных краевых задач этим методом.

## **Модуль 6. Численные методы решения типичных задач для уравнений с частными производными**

**Тема 30. Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация. Связь аппроксимации устойчивости со сходимостью.**

Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация, порядок аппроксимации, порядок сходимости. Доказательство теоремы о связи аппроксимации устойчивости со сходимостью.

**Тема 31. Разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического уравнения.**

Явная и неявная двухслойные разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического уравнения, порядок аппроксимации. Алгоритм нахождения приближенных значений решения задачи Коши в узлах сетки, пользуясь явной и неявной двухслойной разностной схемой.

**Тема 32. Устойчивость явных двухслойных разностных схем.**

Достаточное условие устойчивости явной двухслойной разностной



схемы, аппроксимирующей задачу Коши для уравнения теплопроводности.

### **Тема 33. Решение смешанной граничной задачи.**

Явная и неявная двухслойные разностные схемы, аппроксимирующие смешанную граничную задачу для уравнения теплопроводности. Алгоритм нахождения приближенных значений решения смешанной граничной задачи в узлах сетки, пользуясь явной и неявной двухслойной разностной схемой.

### **Тема 34. Построение разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка.**

Аппроксимация граничных условий Дирихле и Неймана. Порядок аппроксимации. Аппроксимация линейного эллиптического уравнения второго порядка. Порядок аппроксимации.

## **5. Образовательные технологии**

Лекции проводятся с использованием меловой доски и мела. Параллельно материал транслируется на экран с помощью мультимедийного проектора. Семинарские занятия проводятся с использованием мела и меловой доски. Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная мультимедиа-проектором, экраном, доской, ноутбуком (с программным обеспечением для демонстрации слайд-презентаций).

Для проведения семинарских занятий необходима аудитория на 25 человек, оснащена доской.

## **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

Задания для проверочной работы, самостоятельной работы, домашние задания содержатся в пособиях, указанных в списке учебной литературы.

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

### **7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	<b>Уметь:</b> применять изученные численные методы к решению практических задач, возникающих в алгебре, математическом анализе и типичных задач для дифференциальных уравнений;	Контрольные работы, экзамен
ОПК-3	<b>Уметь:</b> доказывать как излагавшиеся утверждения, так и родственные им новые;	Контрольные работы, экзамен
ПК-1	<b>Знать:</b> основные приемы и формулы; <b>Уметь:</b> осуществлять постановку задач и выполнять численные эксперименты по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения; <b>Владеть:</b> методами алгоритмизации и реализации указанных методов решения задач на ЭВМ	Контрольные работы, экзамен

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

### ОПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов,

теоретической механики в будущей профессиональной деятельности»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Уметь:</b> применять изученные численные методы к решению практических задач, возникающих в алгебре, математическом анализе и типичных задач для дифференциальных уравнений;	Демонстрирует слабое умение формулировать задачи и способы их достижения	Может формулировать задачи и способы их достижения	Может эффективно осуществлять выбор программных средств и разработку ПО для решения численных задач

ОПК-3

Схема оценки уровня формирования компетенции «способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Уметь:</b> доказывать как излагавшиеся утверждения, так и родственные им новые;	Имеет неполное представление об основах получения и обработки информации	Допускает неточности в понимании основ получения и обработки информации	Демонстрирует четкое представление об основах получения и обработки информации

ПК-1

Схема оценки уровня формирования компетенции «способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат»

Уровень	Показатели (что обучающийся должен	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

	продемонстрировать)			
Пороговый	<p><b>Знать:</b> основные приемы и формулы;</p> <p><b>Уметь:</b> осуществлять постановку задач и выполнять численные эксперименты по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения;</p> <p><b>Владеть:</b> методами алгоритмизации и реализации указанных методов решения задач на ЭВМ</p>	Демонстрирует слабое умение осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных методов	Может осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных методов	Может эффективно осуществлять постановку задач и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности разработанных методов

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

#### Контрольная работа 1

1. Найти второе приближение к решению системы:

$$\begin{cases} x_1 = 0.1x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 + 1, \\ x_2 = 0.1x_1 - 0.2x_3 - 1, \\ x_3 = 0.2x_1 + 0.2x_2 + 0.2x_3 + 2 \end{cases}$$

методом простой итерации, взяв вектор  $x^0 = (0;0;0)$  за начальное приближение.

2. Найти  $E + A + A^2 + \dots$ , если  $A = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.25 \\ 1 & 0.5 \end{pmatrix}$ .

3. Пусть  $A = \begin{pmatrix} a & -a \\ \frac{a}{2} & a \end{pmatrix}$ . Найти все значения  $a$ , при которых ряд

$E + A + A^2 + \dots$  сходится.

4. Пусть  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -a \\ a & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ . Решить неравенство  $\|A\|_2 \leq 6$

## Контрольная работа 2

1. Для функции  $f(x) = \frac{3x}{4x+2}$  по ее значениям в узлах  $0, \frac{1}{2}, 1$  построить интерполяционные многочлены в формах Лагранжа и Ньютона. Найти погрешность интерполяции в точке  $x = \frac{1}{4}$ .

(10б)

2. Пусть  $f(x) = 4x(2x-1)(3x-1)(4x-1)$ . Найти разделенную разность  $f(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; 1)$ .

(7б)

3. Пусть  $f(x) = x^3 + x$ ,  $x_i = ih$ ,  $i \in Z$ . Найти конечную разность  $\Delta^3 f_1$ .

(7б)

4. Пусть  $a = 3,62 \pm 0,04$ ;  $b = 0,2 \pm 0,08$ . Вычислить  $c = a + 2b$  и найти абсолютную и относительную погрешности вычисления  $c$ .

(6б)

## Контрольная работа 3

1. Найти приближенное значение  $I_{np}$  интеграла

$$I = \int_1^2 |3 - 2x| x dx,$$

по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части. Вычислить  $|I - I_{np}|$ .

2. На какое наименьшее число равных частей надо разбить отрезок интегрирования, чтобы вычислить интеграл

$$\int_{-1}^2 \frac{x}{2+x} dx$$

по квадратурной формуле трапеций с точностью  $\varepsilon = 10^{-3}$  ?

3 Объяснить как вычислить несобственный интеграл

$$\int_{-2}^{+\infty} \frac{e^{-2x^2} \sin x}{4+x^2} dx$$

с точностью  $\varepsilon = 10^{-4}$ .

### Контрольная работа 4

1. Найти приближенное решение  $y(x)$  задачи Коши

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x^2 + 1} - (x-1)^2, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

на отрезке  $[0;0,4]$ , разлагая  $y(x)$  в ряд Тейлора с четырьмя членами разложения. Найти

$$\max_{0 \leq x \leq 0,4} |y(x) - x^2 - 1|.$$

2. Методом Эйлера с шагом  $h = 0,1$  найти приближенно  $y(0,3)$ , где  $y(x)$  – решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = x(y-x)^2 - x^3 + 2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

3. Описать как найти  $y(0,5)$ , используя явную формулу Адамса

$$y_{n+1} = y_n + h \frac{3f(x_n, y_n) - f(x_{n-1}, y_{n-1})}{2}$$

с шагом  $h = 0,1$ , как затем уточнить это значение, используя неявную формулу Адамса.

4. Привести вывод явной двухшаговой формулы Адамса.

### Контрольная работа 5

1. Найти методом прогонки  $y(0,2)$ , где  $y(x)$  - решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - \frac{y}{x^2 + 1} = 1, & 0 < x < 0,3, \\ y(0) = 1, & y(0,3) = 1,09. \end{cases}$$

2. Найти методом стрельбы  $y(1,2)$ , где  $y(x)$  – решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - xy = 2 + x - x^3, & 1 < x < 1,3, \\ y(1) = 0, & y(1,3) = 0,69. \end{cases}$$

3. Показать, что разностная схема

$$\begin{cases} \frac{y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} - 2x_n y_n = \frac{e^{x_{n+1}} + e^{x_{n-1}}}{2}, & n = 1, 2, \dots, N - 1, \\ y_0 = 0, & y_N = 1 \end{cases}$$

на сетке  $\{x_n = nh\}$  аппроксимирует задачу

$$\begin{cases} y'' - 2xy = e^x, & 0 < x < 1, \\ y(0) = 0, & y(1) = 1 \end{cases}$$

со вторым порядком.

### Вопросы к зачету:

1. Что означает запись:

$$1) a = 2,747 \pm 0,001; \quad 2) a = 0,4685(1 \pm 0,02)?$$

2. Как оценить относительную погрешность произведения  $u \cdot v$  или частного

$$\frac{u}{v}?$$

3. Как оценить абсолютную погрешность суммы или разности ?

4. Как оценить абсолютную погрешность вычисления функции ?
5. Каким условиям должен удовлетворять алгебраический интерполяционный многочлен для функции  $f(x)$  по ее значениям в узлах  $x_0, x_1, \dots, x_n$  ?
6. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для табличной функции  $f(x)$ :

		,2	,5	,6
	,87	,97	,80	,62

используя все значения этой функции.

7. Пользуясь формулой интерполяционного многочлена Ньютона, найти  $f(0,75)$  для табличной функции  $f(x)$ :

	,2	,4	,6	,8	,0
	,13	,88	,25	,00	,20

8. Вычислить разделенную разность  $f(0;1;2;\dots;100)$ , если  $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-99)$ .
9. Найти конечную разность  $\Delta^4 f_1$ , если  $x_i = ih$ ,  $f(x) = \sin \pi x + x^4 + 2$ .
10. Где используются конечные разности?
11. Пользуясь квадратурной формулой средних прямоугольников с четырьмя узлами, вычислить приближенно интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2}$ .
12. Пользуясь квадратурной формулой трапеций с пятью узлами, вычислить



приближенно интеграл  $\int_1^2 (x + \frac{1}{x^2}) dx$ . Сравнить полученное значение с точным.

13. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок  $[0,1]$ , чтобы вычислить интеграл  $\int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx$  с точностью  $\varepsilon = 10^{-4}$  по квадратурной формуле трапеций?

14. На какое минимальных число равных частей необходимо разделить отрезок  $[0,1]$ , чтобы вычислить интеграл  $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2} dx$  с точностью  $\varepsilon = 10^{-4}$  по квадратурной формуле Симпсона?

15. Вывести квадратурную формулу Гаусса с тремя узлами для приближенного вычисления интеграла  $\int_2^3 f(x) dx$ .

16. Многочлены Чебышева, их свойства и применение.

17. Нормы матриц и векторов. Наиболее употребительные нормы. Найти

$$\frac{\|A\|_1 + \|A\|_2 + \|A\|_3}{3} + \|b\|_2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

18. Матричная геометрическая прогрессия, ее сходимость. Сходится ли матричная геометрическая прогрессия  $E + A + A^2 + \dots$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$ ? Если сходится, то найти ее сумму.

19. Метод простой итерации для СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод простой итерации для системы  $x = Bx + c$ , где

$$B = \begin{pmatrix} 0,1 & -0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & -0,1 \\ 0,05 & 0,1 & -0,1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} ?$$

Если сходится, то найти третье приближение к решению, взяв начальное

- приближение  $x^0 = c$ , и оценить при этом какую-либо норму погрешности.
20. Метод Зейделя решения СЛАУ, его сходимость. Сходится ли метод Зейделя для системы  $x = Bx + c$ , если  $B = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/3 & -1/2 \end{pmatrix}$ ?
21. Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения  $xe^x = 2$ . За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью  $\varepsilon = 10^{-3}$ ?
22. Составить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс для нахождения приближенного решения уравнения  $2x = \cos x + 3$ . За какое минимальное число итераций можно найти корень этого уравнения с точностью  $\varepsilon = 10^{-3}$ ?

### Вопросы к экзамену:

#### Примерные билеты

#### Экзаменационный билет № 1

1. Существование и единственность интерполяционного многочлена.
2. Метод простой итерации решения СЛАУ. Необходимые и достаточные условия сходимости.
3. Методом Эйлера с шагом  $h=0.1$  найти решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' = y - x^2 + 2x, \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

в точке  $x=0.2$ .

#### Экзаменационный билет № 2

- Интерполяционный многочлен Лагранжа, определение, вывод формулы.
2. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения колебания струны.

3. Вычислить интеграл  $\int_0^1 |1-4x| dx$  по квадратурной формуле средних прямоугольников, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части, найти точное значение этого же интеграла и сравнить их.

### Экзаменационный билет № 3

1. Остаточный член интерполяционного многочлена Лагранжа.
2. Теорема об оценке погрешности метода простой итерации решения СЛАУ.

3. Вычислить интеграл  $\int_0^1 |x-2x^2| dx$  по квадратурной формуле трапеции, разбив отрезок интегрирования на 4 равные части, найти точное значение этого же интеграла и сравнить его с вычисленным по квадратурной формуле.

### Экзаменационный билет № 4

1. Разделенные разности и их свойства.
2. Метод Зейделя решения СЛАУ. Необходимое и достаточное условие сходимости.
3. Найти второе приближение к решению уравнения  $x^3 - x - 3 = 0$  методом Ньютона, выбрав начальное приближение так, чтобы метод Ньютона сошелся.

### Экзаменационный билет № 5

1. Интерполяционный многочлен Ньютона, вывод формулы.
2. Метод сеток решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
3. Построить методом Ньютона сходящийся итерационный процесс к решению уравнения  $x^3 - 4x + 1 = 0$ . Найти второе приближение к решению и

оценить его погрешность.

### Экзаменационный билет № 6

1. Конечные разности и их свойства.

2. Метод простой итерации приближенного решения нелинейного уравнения.

Теорема о его сходимости и оценке погрешности.

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции  $f(x) = x/(2+x)$  по значениям  $f(x)$  в узлах  $x_0 = 0, x_1 = 0.5, x_2 = 1$ . Оценить погрешность интерполяции на всем отрезке по формуле остаточного члена.

### Экзаменационный билет № 7

1. Элемент наилучшего приближения в линейном нормированном пространстве. Теорема о существовании.

2. Метод Ньютона приближенного решения одного уравнения с одним неизвестным. Сходимость, оценка погрешности.

3. Для функции  $f(x) = (2x-1)/x$  построить интерполяционный многочлен Ньютона по значениям  $f(x)$  в узлах  $x_0 = 1, x_1 = 1.25, x_2 = 1.5$ . Оценить погрешность интерполяции на отрезке  $[1, 1.5]$  по формуле остаточного члена.

### Экзаменационный билет № 8

1. Квадратурные формулы прямоугольников. Остаточный член, оценка погрешности.

2. Приближенный метод Тейлора решения задачи Коши для ОДУ первого порядка.

3. Вычислить разделенную разность  $f(0; 1; 2; \dots; 100)$ , если  $f(x) = x(x-1)\dots(x-99)$ .

### Экзаменационный билет № 9

1. Квадратурные формулы трапеций. Остаточный член, оценка погрешности.

2. Численный метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ первого порядка.

3. Функция  $f(x)$  задана таблично:

		/4	/2
	/2	/9	/5

Вычислить  $f'(1)$ , полагая  $f'(x) \approx L'_n(x)$ , где  $L_n(x)$  — интерполяционный многочлен, построенный по значениям  $f(x)$  в заданных узлах.

### Экзаменационный билет № 10

1. Квадратурные формулы Симпсона. Остаточный член, оценка погрешности.

2. Методы Рунге-Кутты решения задачи Коши для ОДУ первого порядка. Вывод формул второго порядка точности.

3. Пусть  $f(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)$ ,  $x_i$  различны. Показать, что  $f(x_0; x_1; \dots; x_p) = 0$  при  $p \leq n$ .

### Экзаменационный билет № 11

1. Правило Рунге практической оценки погрешности.

2. Оценка погрешности одношаговых методов.

3. Найти конечную разность четвертого порядка  $\Delta^4 f_1$  для функции  $f(x) = x - \sin \pi x$ , если  $x_i = 0.5i$ ,  $i \in Z$ .

### Экзаменационный билет № 12

1. Нормы векторов и матриц. Три нормы векторов. Сходимость последовательностей векторов и матриц.

2. Основные понятия теории разностных схем (узел, сетка,

аппроксимация, порядок аппроксимации, устойчивость, сходимость, порядок сходимости).

3 Составить методом простой итерации сходящийся итерационный процесс к решению системы

$$\begin{cases} 5x + 2y - 2z = 11, \\ 2x + 5y - z = 13, \\ 3x + 4z = -1. \end{cases}$$

Найти 2 последовательных приближения к решению и оценить погрешность.

### Экзаменационный билет № 13

1. Матричная геометрическая прогрессия. Необходимые и достаточные условия сходимости геометрической прогрессии.

2. Связь между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью.

3. Методом Тейлора найти решение задачи Коши:  $y' = xy - 2x^2 - x + 2$ ,  $y(0) = 1$  на отрезке  $[0, 0.2]$ . Оценить погрешность.

### Экзаменационный билет № 14

1. Метод Гаусса решения СЛАУ, схема алгоритма оптимального исключения.

2. Разностная схема, аппроксимирующая простейшую двухточечную краевую задачу для линейного дифференциального уравнения второго порядка со вторым порядком аппроксимации.

3. Пусть  $a = 5,6696 \pm 0,002$ ,  $b = 0,0347 \pm 0,001$ . Чему равны абсолютная и относительная погрешности вычисления  $2a + 3b$ ?

### Экзаменационный билет № 15

1. Основные понятия теории погрешности (абсолютная и относительная погрешности, значащие и верные цифры числа).

2. Метод сеток решения задачи Коши для уравнения теплопроводности

3. Методом половинного отрезка  $[1,2]$  найти третье приближение к решению уравнения  $x^4 + 4x - 1 = 0$ . Оценить погрешность приближения.

### Экзаменационный билет № 16

1. Абсолютные и относительные погрешности суммы, разности, произведения и частного.
2. Разностная схема, аппроксимирующая простейшую двухточечную краевую задачу для линейного дифференциального уравнения второго порядка со вторым порядком аппроксимации.

3. Составить сходящийся итерационный процесс Зейделя к решению системы

$$\begin{cases} 5x - 2y = 8, \\ 3x + 4y = 10. \end{cases}$$

Найти 3 последовательных приближения к решению. Сравнить третье приближение с точным решением.

#### **7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля – 30 % и промежуточного контроля – 40 %.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 10 баллов,
- выполнение домашних (аудиторных) контрольных работ - 10 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 30 баллов,
- письменная контрольная работа - 40 баллов,

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

**а) основная литература:**

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М. Наука, 1987.
2. Вержбицкий В.М. Численные методы (линейная алгебра и нелинейные уравнения). М. Высшая школа, 2000.
3. Сборник задач под редакцией Монастырного П.И. Минск, 1969.
4. В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырный. Вычислительные методы т.1 и т.2 М.: Наука, 1976, 1977.
5. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2011
6. Абдурагимов Э.И., Бейбалаев В.Д. Метод сеток решения уравнений параболического типа . Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2010
7. Абдурагимов Э.И., Кадиев Р.И. Приближенное вычисление интегралов. Лабораторные задания и методические указания по численным методам. // ДГУ, Махачкала, 2010.

**б) дополнительная литература**

8. У.Г. Пирумов. Численные методы. М.: Дрофа, 2003.
9. Волков Е.А. Численные методы. М. Наука, 1987.
10. Бахвалов Н.С., Лапин А.В. Численные методы в задачах и упражнениях. М. Высшая школа, 2000.

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.**

1. Федеральный портал российское образование <http://edu.ru>;



2. Электронные каталоги Научной библиотеки Даггосуниверситета <http://elib.dgu.ru/?q=node/256>;
3. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://catalog.iot.ru/index.php>;
4. Электронная библиотека <http://elib.kuzstu.ru>.
5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. «Численные методы. Теория. Алгоритмы. Программы». Учебное пособие. Самара, 2008. <http://pouts.psuti.ru/wp-content/uploads/Числ.методы.pdf>

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Для успешного освоения курса студентам рекомендуется проводить самостоятельный разбор материалов семинарских занятий в течении семестра. В случае затруднений в понимании и освоении каких-либо тем решать дополнительные задания из учебных пособий, рекомендуемых к данному курсу.

Рекомендуется самостоятельно повторять материал, пройденный во время лекций с подробным разбором доказательств теорем.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства: пакеты для решения задач математического программирования: Mathcad, Delphi, Matlab.

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.