

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Кратные интегралы и ряды

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
02.03.02 Фундаментальная информатика и
информационные технологии

Профиль подготовки
Информатика и компьютерные науки

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: базовая

Махачкала - 2017

Рабочая программа дисциплины *Кратные интегралы и ряды* составлена в 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата) от 12.03.2015 № 224.


Разработчик: кафедра математического анализа,
Рамазанов А.-Р.К., д.ф.-м.н., профессор

Рабочая программа дисциплины одобрена:
на заседании кафедры математического анализа от 25 февраля 2017 г.,
протокол № 6.

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании Методической комиссии факультета математики и
компьютерных наук от 10 марта 2017 г., протокол №4.

Председатель  Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением « 29 » 03 2017г. 

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *кратные интегралы и ряды* входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук кафедрой математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с изучением и освоением таких понятий, как поточечная и равномерная сходимости последовательностей и рядов функций, с изучением функциональных свойств сумм рядов, в частности, их непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости, методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:
профессиональных - ПК-2, ПК-6.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий:
лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета*.

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семес тр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации	
	Все го	в том числе						
		Контактная работа обучающихся с преподавателем						СРС
		из них						
Лекц ии	Лаборатор ные занятия	Практич еские занятия	КСР	консульт ации				
3	72	36		18			18	зачет

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *кратные интегралы и ряды* являются:

- овладение понятиями: равномерная сходимость последовательностей и рядов функций, кратная интегрируемость, интегрируемость вдоль кривых и поверхностей;
- творческое овладение основными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов;
- овладение основными методами теории рядов и интегралов, в частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина *кратные интегралы и ряды* входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии. Знания по этим разделам математического анализа студентам необходимы при прохождении других его разделов, а также при прохождении курсов дискретной математики, дифференциальных уравнений, теории вероятностей, численных методов и др.

Изучение дисциплины *кратные интегралы и ряды* предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

Дисциплина *кратные интегралы и ряды* входит в общий курс математического анализа и следующим образом согласована по семестрам и разделам с другими дисциплинами этого курса:

Математический анализ I (первый семестр)

1. Введение в математический анализ
2. Предел и непрерывность функций одной переменной
3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Математический анализ (первый семестр)

1. Неопределенный интеграл
2. Функции, интегрируемые в конечном виде.
3. Определенный интеграл Римана
4. Основная теорема интегрального исчисления
5. Несобственные интегралы

Математический анализ II (второй семестр)

1. Пределы и непрерывность функций многих переменных
2. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Математический анализ (второй семестр)

1. Числовые ряды
2. Знакопеременные ряды

Кратные интегралы и ряды (третий семестр)

1. Функциональные последовательности и ряды
2. Кратные интегралы
3. Криволинейные и поверхностные интегралы

Математический анализ (третий семестр)

1. Функции комплексной переменной
2. Конформные отображения
3. Интегрирование функций комплексной переменной
5. Ряды функций комплексной переменной
6. Ряды Фурье

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ПК-2	Обладать способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий	Знать: поточечную и равномерную сходимости последовательностей и рядов функций; признаки равномерной сходимости функциональных рядов; как определяются повторные и кратные интегралы, криволинейные интегралы, поверхностные интегралы; свойства кратных интегралов Уметь: применять признаки равномерной сходимости функциональных рядов; вычислять двойные и тройные интегралы приведением их к повторным;

		<p>приводить криволинейные интегралы к определенным интегралам.</p> <p>Владеть: методикой исследования равномерной сходимости функциональных рядов; различными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.</p>
ПК-6	<p>Обладать способностью эффективно применять базовые математические знания и информационные технологии при решении проектно-технических и прикладных задач, связанных с развитием и использованием информационных технологий</p>	<p>Знать: функциональные свойства равномерно сходящихся рядов функций; плоскую и объемную меры Жордана; основные свойства кратных интегралов; свойства криволинейных и поверхностных интегралов; связи кратных интегралов с криволинейными и поверхностными интегралами.</p> <p>Уметь: исследовать на равномерную сходимость функциональные ряды; производить замену переменных в двойных и тройных интегралах; применять формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского для вычисления кратных и поверхностных интегралов.</p> <p>Владеть: методами моделирования различных проектно-технических и прикладных задач в форме различных функциональных рядов, в частности, в форме степенных рядов с целью выяснения функциональных свойств сумм таких рядов; методикой построения моделей различных прикладных задач в виде некоторого кратного интеграла или криволинейного, поверхностного интеграла.</p>

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды								
<i>Всего по модулю 1</i>	3		14	10			12	Контрольная работа, коллоквиум

1. Поточечная и равномерная сходимости ряда.			4	4				
2. Функциональные свойства сумм рядов.			4	2				
3. Степенной ряд. Ряд Тейлора.			6	4				
Модуль 2. Кратные интегралы								
Всего по модулю 2	3		22	8			6	Контрольная работа, коллоквиум
1. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.			4	2				
2. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.			4	1				
3. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.			2					
4. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.			2	1				
5. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление.			2	1				
6. Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление. Формула Грина			2	1				
7. Поверхностные интегралы первого рода.			2	1				
8. Поверхностные интегралы второго рода.			2	1				
9. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.			2					
ИТОГО	3		36	18			18	зачет

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

ЛЕКЦИИ

Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды

Тема 1. Поточечная и равномерная сходимости ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Примеры. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

Тема 2. Функциональные свойства сумм рядов.

Функциональные свойства суммы ряда: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

Тема 3. Степенной ряд. Ряд Тейлора.

Степенной ряд. Лемма Абеля. Радиус и интервал сходимости. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, в форме Лагранжа. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Модуль 2. Кратные интегралы

Тема 4. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла.

Суммы Дарбу. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.

Тема 5. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.

Криволинейные координаты. Площадь фигуры в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.

Тема 6. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла.

Суммы Дарбу. Свойства. Объем тела в криволинейных интегралах.

Тема 7. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Тема 8. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства. Вычисление. Примеры.

Тема 9. Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление. Формула Грина.

Задача вычисления работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Тема 10. Поверхностные интегралы первого рода.

Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление.

Тема 11. Поверхностные интегралы второго рода.

Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.

Тема 12. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.

Формула Гаусса-Остроградского. Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Формула Стокса. Выражение площади поверхности через криволинейный интеграл.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды

Тема 1. Поточечная и равномерная сходимости ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Задачи на признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

Тема 2. Функциональные свойства сумм рядов.

Задачи на функциональные свойства суммы ряда: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

Тема 3. Степенной ряд. Ряд Тейлора.

Задачи на радиус и интервал сходимости. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, в форме Лагранжа. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

Модуль 2. Кратные интегралы

Тема 4. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Задачи на свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.

Тема 5. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.

Криволинейные координаты. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.

Тема 6. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Задачи на свойства тройного интеграла.

Тема 7. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Тема 8. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление.

Определение криволинейного интеграла первого рода, свойства. Вычисление.

Тема 9. Поверхностные интегралы первого рода.

Поверхностные интегралы первого рода. Определение и вычисление.

Тема 10. Поверхностные интегралы второго рода.

Ориентация поверхности. Определение и вычисление поверхностного интеграла второго рода.

Тема 11. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.

Формула Гаусса-Остроградского. Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Формула Стокса. Выражение площади поверхности через криволинейный интеграл.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины кратные интегралы и ряды лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
2. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала, 2006.

Задания для самостоятельной работы

Задание №1

1. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}, \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}, \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}, \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}, \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}$$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}, \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}),$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}, \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}, \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n, \quad 7) \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{n}{n+1}\right)^n.$$

3. Найти области сходимости рядов:

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3 + 1} x^n$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{3n}}{3^{2n}} (x-1)^n$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!}{2^n n!} \frac{1}{(x+1)^n}$
4. Разложить в ряд Фурье: а) $f(x) = 1 - x$, $x \in (2;4)$; б) $f(x) = \begin{cases} 1, x \geq 0, \\ -1, x < 0 \end{cases}$

Задание №2

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_C (x+y) ds$, $C: x=t, y=\frac{3t^2}{\sqrt{2}}, z=t^3, 0 \leq t \leq 1$.

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода $\int_C \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$, где C – четверть астроиды

$x = R \cos^3 t, y = R \sin^3 t$ от точки $(R,0)$ до точки $(0,R)$.

3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x-y) dx dy$, $D: y^2 = \frac{b^2}{2} x, y = \frac{b}{a} x (a > 0, b > 0)$.

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы $\iint_D f\left(\frac{x}{y}\right) dx dy$,

$D: y = x, y = -x, y = 1$.

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл $\int_C (1-x^2) y dx + x(1+y^2) dy$, где C –

окружность $x^2 + y^2 = R^2$.

Задание №3

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода $\int_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$, $C: x = a(\cos t + t \sin t),$

$y = a(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi$.

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода $\int_C \frac{y^2 dx - x^2 dy}{x^2 + y^2}$, где C – полуокружность

$x = a \cos t, y = a \sin t, 0 \leq t \leq \pi$.

3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (1-xy) dx dy$, $D: y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4$.

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$, $D: -1 \leq x \leq 1,$

$0 \leq y \leq 1$.

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл $\int_C (xy + x + y) dx + (xy + x - y) dy$,

где C – единичная окружность.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы
Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды	
1. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.	Решение задач и упражнений.
2. Функциональные свойства сумм рядов.	Рефераты на темы: 1. Дифференцирование рядов.

	2. Интегрирование рядов.
3. Степенной ряд. Ряд Тейлора.	Решение задач и упражнений.
Модуль 2. Кратные интегралы	
1. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.	Реферат на тему: Общая мера Жордана
2. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.	Решение задач и упражнений.
3. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.	Доклад на тему: Криволинейные координаты.
4. Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.	
5. Криволинейные интегралы первого рода. Вычисление.	Решение задач и упражнений.
6. Криволинейные интегралы второго рода. Вычисление. Формула Грина.	Решение задач и упражнений.
7. Поверхностные интегралы первого рода.	Решение задач и упражнений.
8. Поверхностные интегралы второго рода.	Решение задач и упражнений.
9. Формулы Гаусса-Остроградского, Стокса. Приложения.	Решение задач и упражнений.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура оценивания
ПК-2	Знать: поточечную и равномерную сходимости последовательностей и рядов функций; признаки равномерной сходимости функциональных рядов; как определяются повторные и кратные интегралы, криволинейные интегралы, поверхностные интегралы; свойства кратных интегралов Уметь: применять признаки равномерной сходимости функциональных рядов; вычислять двойные и тройные интегралы приведением их к повторным; приводить криволинейные интегралы к определенным интегралам. Владеть: методикой исследования равномерной сходимости функциональных рядов; различными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов	Устный опрос, коллоквиум, контрольная работа
ПК-6	Знать: функциональные свойства равномерно сходящихся рядов функций; плоскую и объемную меры Жордана; основные свойства кратных интегралов; свойства криволинейных и поверхностных интегралов; связи кратных интегралов с криволинейными и поверхностными	Устный опрос, коллоквиум, контрольная работа

	<p>интегралами.</p> <p>Уметь: исследовать на равномерную сходимость функциональные ряды; производить замену переменных в двойных и тройных интегралах; применять формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского для вычисления кратных и поверхностных интегралов.</p> <p>Владеть: методами моделирования различных проектно-технических и прикладных задач в форме различных функциональных рядов, в частности, в форме степенных рядов с целью выяснения функциональных свойств сумм таких рядов; методикой построения моделей различных прикладных задач в виде некоторого кратного интеграла или криволинейного, поверхностного интеграла.</p>	
--	--	--

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ПК-2

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий» (приводится содержание компетенции из ФГОС ВО)

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
П	Знать: поточечную и равномерную сходимости последовательностей и рядов функций; признаки равномерной сходимости функциональных рядов; как определяются повторные и кратные интегралы, криволинейные интегралы, поверхностные интегралы; свойства кратных интегралов	Знает поточечную и равномерную сходимости последовательностей и рядов функций; признаки равномерной сходимости функциональных рядов; как определяются повторные и кратные интегралы, криволинейные интегралы, поверхностные интегралы; свойства кратных интегралов	Знает поточечную и равномерную сходимости последовательностей и рядов функций; признаки равномерной сходимости функциональных рядов; как определяются повторные и кратные интегралы, криволинейные интегралы, поверхностные интегралы; свойства кратных интегралов	Знает поточечную и равномерную сходимости последовательностей и рядов функций; признаки равномерной сходимости функциональных рядов; определения повторных и кратных интегралов, криволинейных интегралов, поверхностных интегралов; свойства кратных интегралов
Р	Уметь: применять признаки равномерной сходимости функциональных рядов; вычислять двойные и тройные интегралы приведением их к повторным; приводить криволинейные интегралы к определенным интегралам.	Умеет применять признаки равномерной сходимости функциональных рядов; вычислить двойные и тройные	Умеет применить признаки равномерной сходимости функциональных рядов.	Умеет вычислить кратные, криволинейные и поверхностные
О	Владеть: методикой исследования равномерной			

сходимости функциональных рядов; различными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.	интегралы приведением их к повторным; вычислить некоторые криволинейные и поверхностные интегралы.	Владеет в определенной степени методикой исследования равномерной сходимости функциональных рядов; различными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.	интегралы. Владеет методикой исследования равномерной сходимости функциональных рядов; различными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.
--	--	--	--

ПК-6

Схема оценки уровня формирования компетенции «Обладать способностью эффективно применять базовые математические знания и информационные технологии при решении проектно-технических и прикладных задач, связанных с развитием и использованием информационных технологий» (приводится содержание компетенции из ФГОС ВО)

У р о в н ь п о р о г о в ы й	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
	Знать: функциональные свойства равномерно сходящихся рядов функций; плоскую и объемную меры Жордана; основные свойства кратных интегралов; свойства криволинейных и поверхностных интегралов; связи кратных интегралов с криволинейными и поверхностными интегралами. Уметь: исследовать на равномерную сходимость функциональные ряды; производить замену переменных в двойных и тройных интегралах; применять формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского для вычисления кратных и поверхностных интегралов. Владеть: методами моделирования различных проектно-технических и прикладных задач в форме различных	Знает различные функциональные свойства равномерно сходящихся рядов функций; как определяется плоская и объемная меры Жордана; основные свойства кратных интегралов; свойства криволинейных и поверхностных интегралов. Умеет применить признак Вейерштрасса о равномерной сходимости функционального ряда; производить замену переменных в двойных и тройных интегралах; применять формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского для вычисления кратных	Знает функциональные свойства равномерно сходящихся рядов функций; плоскую и объемную меры Жордана; основные свойства кратных интегралов; свойства криволинейных и поверхностных интегралов; связи кратных интегралов с криволинейными и поверхностными интегралами. Умеет исследовать на равномерную сходимость функциональные ряды; производить замену переменных в двойных и тройных интегралах; применить	Знает функциональные свойства равномерно сходящихся рядов функций; кратные меры Жордана; свойства кратных интегралов; свойства криволинейных и поверхностных интегралов; связи кратных интегралов с криволинейными и поверхностными интегралами. Умеет исследовать на равномерную сходимость функциональные ряды; производить замену переменных в кратных

<p>функциональных рядов, в частности, в форме степенных рядов с целью выяснения функциональных свойств сумм таких рядов; методикой построения моделей различных прикладных задач в виде некоторого кратного интеграла или криволинейного, поверхностного интеграла.</p>	<p>и поверхностных интегралов. Владеет некоторыми методами моделирования прикладных задач в форме различных функциональных рядов, в частности, в форме степенных рядов с целью выяснения функциональных свойств сумм таких рядов; методикой построения моделей некоторых прикладных задач в виде кратного, криволинейного или поверхностного интеграла.</p>	<p>формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского для вычисления кратных и поверхностных интегралов. Владеет в достаточной степени методами моделирования различных проектно-технических и прикладных задач в форме различных функциональных рядов, в частности, в форме степенных рядов с целью выяснения функциональных свойств сумм таких рядов; методикой построения моделей различных прикладных задач в виде некоторого кратного интеграла или криволинейного, поверхностного интеграла.</p>	<p>интегралах; применить формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского для вычисления кратных и поверхностных интегралов. Владеет методами моделирования различных проектно-технических и прикладных задач в форме различных функциональных рядов, в частности, в форме степенных рядов с целью выяснения функциональных свойств сумм таких рядов; методикой построения моделей различных прикладных задач в виде некоторого кратного интеграла или криволинейного, поверхностного интеграла.</p>
---	---	--	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительной оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Примерные вопросы к коллоквиуму «Кратные и криволинейные интегралы»

1. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
2. Вычисление двойного интеграла, если C - граница данной криволинейной трапеции.
3. Площадь в криволинейных координатах.
4. Двойной интеграл в криволинейных координатах.
5. Двойной интеграл в полярных координатах.
6. Существование и вычисление криволинейного интеграла первого рода.
7. Вычислить интеграл $\int_C (x - y) ds$ по дуге $C: y = \sqrt{x}, (0 \leq x \leq 1)$.

8. Вычислить интеграл $\int_C (x+y)ds$ по границе треугольника, ограниченного линиями
 $x=0, y=2-x, y=0$.
9. Определение и свойства криволинейного интеграла второго рода.
10. Вычислить интеграл $\int_{AB} (2x+y)dx + (2y+x)dy$; $A(0,0), B(1,1)$.
11. Формула Грина.
12. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $\rho = \sin \varphi$.
13. Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = \sin x, y = -\sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.
14. Вычислить интеграл $\iint_D \sin(x^2 + y^2) dx dy$, где $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2\}$.
15. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2, z = 1$.

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n 2}{a^n}$

- 1) сходится при всех $a > \frac{2}{3}$.
- 2) сходится при $a = \frac{3}{4}$ и расходится при $a = \frac{2}{3}$.
- 3) расходится при $a = 1$.
- 4) сходится только при $a > 1$.

Ряд $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \ln^p \frac{n+1}{n-1}$

- 1) абсолютно сходится при $p = 1$.
- 2) условно сходится при $p = 1$.
- 3) условно сходится при всех $p > 1$.
- 4) не сходится абсолютно при $p = 2$.

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) \sin pn$

- 1) сходится только при $p = \pi k$ и целых k .
- 2) расходится при всех $p \neq \pi k$ для целых k .
- 3) сходится при $p = 1$.
- 4) расходится при $p = \sqrt{2}$.

Ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^p n} \cos \frac{1}{n}$

- 1) сходится при $p = 0$.
- 2) сходится при всех $p > 0$.
- 3) абсолютно сходится при $p = 1$.
- 4) расходится при $p = 1$.

Произведение $\prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^p - 1}{n^p}$

- 1) сходится при $p = 1$.
- 2) сходится при всех $p > 1$.
- 3) сходится при $p = 0$.
- 4) расходится при $p = 2$.

Произведение $\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} x^n\right)$

- 1) сходится при $x = -1$.
- 2) сходится при $x = 1$.
- 3) расходится при всех $x > 0$.
- 4) расходится лишь при $x > 1$.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций. Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (зачет) - 100 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Высшая школа, 1981.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука, 1983.
3. Демидович К.Д. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1 –3. ИД: Лань, 2009.

б) дополнительная литература:

1. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. М.: Наука, 1989.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 1, 2. М.: Наука, 1967.
3. Будаков Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М.: Наука, 1965.
4. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1986.
5. Камынин Л.И. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Изд. МГУ, 1995.
6. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., 1999.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Федеральный портал <http://edu.ru>:
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ДГУ <http://elib.dgu.ru>:
<http://edu.icc.dgu.ru>:

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по дисциплине кратные интегралы и ряды распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине кратные интегралы и ряды рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой оборудованных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины кратные интегралы и ряды. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.