

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа по дисциплине:

**«Дифференциальные уравнения»**

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Направление:

**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Профиль подготовки

**Математический анализ и приложения**

Уровень высшего образования: *бакалавриат*

Форма обучения: *очная*

Статус дисциплины: *базовая*

Махачкала 2017

Рабочая программа дисциплины: **Дифференциальные уравнения**  
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по  
направлению подготовки:

**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

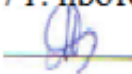
Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

разработчик: кф.-м.н., доцент кафедры  
дифференциальных уравнений и функционального анализа

**Джабраилова Лейла Мусаевна**

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании  
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального  
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6

Заведующий кафедрой



Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета  
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель



Рабочая программа согласована с  
учебно-методическим  
управлением 30.03.2017 г.



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения" составлена в 2016 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **020301.62 Математика и компьютерные науки**  
Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Джамалудинова Саида Пахрудиновна, кандидат физико-математических наук.

Рабочая программа дисциплины одобрена:  
на заседании кафедры ДУиФА от «24» ноября 2015 г., протокол № 4 \_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «27» ноября 2015 г., протокол № 3 \_.

Председатель \_\_\_\_\_  Меджидов З.Г.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно - методическим управлением «3» декабря 2015 г.

Начальник УМУ \_\_\_\_\_ 

## Содержание

### Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

## **Аннотация рабочей программы дисциплины**

Дисциплина "Дифференциальные уравнения"\_\_входит в базовую часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки (профиль - Математический анализ и приложения). Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4.**

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа.**

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **зачета и экзамена.**

Объем дисциплины 7 зачетных единиц, в том числе в 252 академических часах по видам учебных

### **1. Цели освоения дисциплины.**

Целью дисциплины "Дифференциальные уравнения" является обучение студентов основным методам решения обыкновенных дифференциальных уравнений и использованию при математическом моделировании физических, биологических и других процессов .Обучение фундаментальным методам современной

количественной и качественной теории дифференциальных уравнений как средства математического моделирования детерминированных явлений, ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов. Научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания

## **2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата. :**

Дисциплина "Дифференциальные уравнения" относится к базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла. Для успешного освоения предмета необходимо владеть общекультурными и профессиональными компетенциями:

- владеть культурой мышления, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь (ОК -7);

- способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК -10);

- способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий, способность использовать современные инструментальные и вычислительные средства (в соответствии с профилем подготовки) (ПК-4);

- способность профессионально владеть базовыми математическими знаниями и информационными технологиями, эффективно применять их для решения научно-технических задач и прикладных задач, связанных с развитием и использованием информационных технологий (ПК-8);

- понимание концепций и абстракций, способность использовать на практике базовые математические дисциплины, включая: Математический анализ I, Математический анализ II, Кратные интегралы и ряды, Алгебра и геометрия, Дискретная математика, Теория функций комплексной переменной, Функциональный анализ, Математическая логика и теория алгоритмов, Теория автоматов и формальных языков, Дифференциальные и разностные уравнения, Теория вероятностей и математическая статистика, Вычислительные методы, Методы оптимизации и исследование операций и др. (ПК-15);

- понимание концепций и основных законов естествознания, в частности, физики (ПК-16).

В дисциплине используется материал следующих дисциплин «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Теория функции комплексной переменной». Материал дисциплины является опорным для изучения таких дисциплин, как «Вычислительные методы», «Методы оптимизации и исследование операций», «Теория устойчивости дифференциальных уравнений»

### **Задачи изучения дисциплины**

Основными задачами дисциплины являются изучение вопросов существования и единственности решений различных типов дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, нахождения точных решений уравнений 1-го порядка, интегрируемых в квадратурах, уравнений n-го порядка, допускающих

понижения порядка, линейных дифференциальных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами; изучение основных методов доказательства существования и единственности решений начально-краевых задач для указанных уравнений, вопросов устойчивости решений по Ляпунову, ознакомление с приближенными методами решения указанных уравнений и обучение студентов применению теории дифференциальных уравнений в прикладных задачах.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
-------------	-------------------------------------	---

ОПК-1	<p>Способность использовать базовые знания естественных наук ,математики и информатики, основные факты, принципы и концепции теорий ,связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями.</p>	<p><b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений, математического анализа</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения дифференциальных уравнений и их систем ,в том числе , с применением численных методов.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками и методами исследования и решения дифференциальных уравнений и их систем, решения задачи Коши, исследования устойчивости решений .Методами качественного анализа полученных решений с применением информационных технологий.</p>
ОПК-3	<p>Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей,созданию информационных ресурсов в сети</p>	<p><b>Знать:</b> взаимосвязи предметов математического направления и современные инструментальные вычислительные средства.</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях экономики и других наук, таких как физика ,биология, медицина и т д.</p> <p><b>Владеть :</b>методами решения прикладных задач современного естествознания с помощью дифференциальных уравнений с применением современных информационных технологий.</p>



ПК-1	способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области .	<p><b>Знать:</b> основы теории дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Уметь:</b> решать все основные типы дифференциальных уравнений и их систем</p> <p><b>Владеть:</b> методами исследования прикладных задач с помощью аппарата дифференциальных уравнений, в том числе с применением современных программ.</p>
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	<p><b>Знать:</b> взаимосвязи предметов математического и естественно- научного направления между собою.</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях экономики ,физики , биологии , медицины и т.д. Уметь составлять математические модели прикладных задач с помощью дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Владеть:</b> методами решения математических моделей прикладных задач современного естествознания с помощью дифуравнений и их систем.</p>
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .	<p><b>Знать:</b> основные направления развития теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин.</p> <p><b>Уметь:</b> выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач;</p> <p><b>Владеть:</b> процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации.</p>
ПК-4	способностью публично представлять	<b>Знать:</b> каким образом донести полученные знания по дифференциальным уравнениям

	собственные и известные научные результаты .	систем до широкой аудитории. <b>Уметь:</b> составлять доклады ,рефераты ,презентации .Оформлять собственные научные результаты в виде научных статей и публикаций. <b>Владеть:</b> методами поиска , сбора и анализа научной информации, создания информационных ресурсов в сети.
--	--	---

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 академических часов.

#### 4.2. Структура и содержание дисциплины

№	Раздел дисциплины	Всего	Виды учебной работы, включая сам.раб. студ-в и трудоемк. (в час.)			Экзамен	Формы текущ.контр. успеv-ти. Форма промежут. аттестации
			лек.	пр. зан.	сам. раб.		
<b>Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка</b>							
	Раздел1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	12	4	2	6		Контрольная работа
	Раздел 2. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	12	4	2	6		Контрольная работа
	Раздел 3. Уравнения, неразрешенные относительно производной	12	4	4	4		Коллоквиум
	<b>Итого за модуль</b>	<b>36</b>	<b>12</b>	<b>8</b>	<b>16</b>		
<b>Модуль 2.3 Дифференциальные уравнения высших порядков</b>							
4	Раздел 4. Дифференциальные уравнения высших порядков..	24	6	8	10		Контрольная работа
6	Раздел 5. Линейные уравнения n-го порядка	24	8	6	10		Контрольная работа
	Раздел 6. Системы линейных дифференциальных уравнений	24	8	6	10		Коллоквиум
		<b>72</b>	<b>22</b>	<b>20</b>	<b>30</b>		
<b>Модуль 4. Системы дифференциальных уравнений</b>							
	Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши.	12	6	6	4		Коллоквиум
	Уравнения с разделяющимися переменными.	12	6	4	2		Контрольная работа

	Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати.						
	Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнение Клеро и Лагранжа. Уравнения не разрешенные относительно производной.	12	4	4	4		Контрольная работа
	<b>Итого</b>	<b>36</b>	<b>12</b>	<b>18</b>	<b>6</b>		
<b>Модуль 5. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений</b>							
	Модуль 5. Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений	36	10	10	16		
	<b>Итого за модуль</b>	<b>36</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>16</b>		
<b>Модуль 6. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.</b>							
	Модуль 6. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.	36	10	10	16		
	<i>Подготовка к экзамену</i>	36				36	
	<i>Всего</i>		66	66	84	36	<i>экзамен</i>

#### 4.3. Содержание разделов учебной дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Неполные уравнения. Уравнения	КР 1

		Лагранжа и Клеро. Метод введения параметра.	
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков	<p>Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов. Уравнение Бесселя.</p>	КР 2
3.	Системы дифференциальных уравнений	<p>Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности. Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского. Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами. Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные системы. Метод вариации</p>	КР 3

		<p>произвольной постоянной. Метод Эйлера решения неоднородных систем. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма. Теорема сравнения. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы. Теорема о приводимости линейной системы. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений. Методы интегрирования нелинейных систем</p>	
4.	Устойчивость решений систем дифференциальных уравнений	<p>Устойчивость линейных систем. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому линейному приближению. Второй метод Ляпунова в теории устойчивости. Теоремы о неустойчивости. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений. Качественное исследование плоских систем, точки покоя. Предельные циклы автономных систем.</p>	Опрос
5.	Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.	<p>Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши. Однородные уравнения с частными производными первого порядка. Теорема существования и единственности для линейного однородного уравнения в частных производных первого порядка. Неоднородные уравнения с частными производными. Нелинейные системы уравнений с частными производными первого порядка. Уравнение Пфаффа.</p>	Опрос

**4.4. Разделы учебной дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами**

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин							
		1	2	3	4	5			
1.	Уравнения с частными производными	+	+	+	+	+			
2.	Численные методы	+	+	+	+	+			
3.	Методы оптимизации	+	+	+	+	+			

#### 4.5. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц	Практ зан.	кон трольные	экза мен	СРС	Все- го час.
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	8	8	4		20	72
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков	8	8	4		20	72
3	Системы дифференциальных уравнений	10	10	6		30	58
4.	Устойчивость решений	10	10	6		30	44
5.	Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.	10	10	16		24	42
		46	46	36		124	252

#### Практические занятия

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо- емкость (час.)
1.	1	Дифференциальные уравнения первого порядка.. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводимые к однородным. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли и Риккати. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Интегрируемые в квадратурах дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.	8

2.	2	Дифференциальные уравнения n-го порядка. Случаи понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения. Методом вариации произвольных постоянных. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Линейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами.	8
3.	3	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Матричный метод. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной. Линейные неоднородные системы со специальной правой частью. Интегрирование нелинейных систем.	10
4.	4	Исследование на устойчивость систем дифференциальных уравнений по линейному приближению, с помощью функций Ляпунова. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений. Качественное исследование плоских систем, точки покоя. Предельные циклы автономных систем.	10
5.	5	Линейные однородные уравнения с частными производными первого порядка. Линейные неоднородные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши.	10

## 5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения:

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.

4. Подготовка к контрольной работе.

5. Подготовка к экзамену.

<b>Разделы и темы для самостоятельного изучения</b>	<b>Виды и содержание самостоятельной работы</b>	<b>Литература</b>
Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка		
Тема 1. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация. Задача Коши. Экономические задачи и математические модели приводящие к дифуравнениям.	Доклады на тему: 1. Математическая модель естественного роста. 2. Рост производства с учетом инвестиций.	[1], [7]
Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.	Доклады на тему: 1. Модель колебания рыночных цен. 2. Динамическая модель Леонтьева.	[3], [6]
Раздел 2. Прикладные задачи решаемые с применением аппарата дифференциальных уравнений	Доклады на тему: Модель Солоу.	[2], [4]
Тема 1. Системы дифференциальных уравнений	Доклад: Устойчивость решений систем дифуравнений	
Тема 2. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами .	Доклады на тему: 1. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.	[2], [7]
Раздел 3. Дифуравнения высших порядков .	Доклады на тему: 1. Задачи по теоретической механике решаемые с помощью ДУ.	[2], [6]
Тема 1. Дифуравнения в частных производных первого порядка	Доклады на тему: 1. Физические задачи решаемые с применением уравнений в частных производных первого прорядка.	[5], [7]

**7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

**7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.**

**Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.**



Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	<b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач по дифференциальным уравнениям	Письменный опрос, коллоквиум.
	<b>Владеть:</b> всеми основными методами решения дифуравнений и разностных уравнений	Круглый стол.
ОПК-3	<b>Знать:</b> взаимосвязи предметов математического и экономического направления между собою.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	<b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других.	Письменный опрос, коллоквиум.
	<b>Владеть:</b> методами и приемами решения задач в различных областях естествознания с применением аппарата дифференциальных уравнений..	Круглый стол
ПК-1	<b>Знать:</b> основные направления развития теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	<b>Уметь:</b> выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения дифференциальных уравнений; использовать приложения для решения разнообразных задач экономики, физики, биологии и т.д.	Письменный опрос, коллоквиум
	<b>Владеть:</b> процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ решения прикладных задач.	Круглый стол
ПК-2	<b>Знать:</b> каким образом донести полученные знания по дифференциальным уравнениям до	Устный опрос, письменный опрос, тестирование

	широкой аудитории.	
	<b>Уметь:</b> ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.	Письменный опрос, коллоквиум
	<b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол
ПК-3	<b>Знать:</b> основные направления развития приложения дифференциальных и разностных уравнений в физике ,технике ,экономике и т.д.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	<b>Уметь:</b> выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач; использовать приложения теории дифуравнений уравнений для решения разнообразных задач современного естествознания	Письменный опрос, коллоквиум
	<b>Владеть:</b> процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации.	Круглый стол
ПК-4	<b>Знать:</b> каким образом донести полученные знания по приложениям дифуравнений до широкой аудитории.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование

	<b>Уметь:</b> ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.	Письменный опрос, коллоквиум
	<b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

**О ПК-1-Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений. <b>Уметь:</b> применять полученные знания	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

	<p>для решения основных типов дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Владеть:</b> основными методами решения дифференциальных уравнений. Методами качественного анализа дифференциальных и уравнений и их систем.</p>			
--	--	--	--	--

### ОПК-3-Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><b>Знать:</b> основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач по дифференциальным уравнениям.</p> <p><b>Владеть:</b> основными методами решений дифуравнений и их систем, методами исследования решений на устойчивость, приложениями дифуравнений для решения прикладных задач .</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

### ПК-1 – способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> основные	Демонстрация	Умение	Умение

	<p>определения и теоремы теории устойчивости решений систем дифуравнений и решения всех типов дифуравнений.</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач экономического содержания</p> <p><b>Владеть:</b> всеми методами исследования решений систем дифуравнений и качественного анализа решений дифференциальных уравнений.</p>	<p>частичных знаний без грубых математических ошибок</p>	<p>анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу</p>	<p>обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры</p>
--	---	--	--	---

**ПК-2 – способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><b>Знать:</b> взаимосвязи предметов математического направления между собою.</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других.</p> <p><b>Владеть:</b> методами и приемами решения задач в различных областях математики.</p>	<p>Демонстрирует частичное знание содержания процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p>При планировании и установлении</p>	<p>Демонстрирует знание содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p>	<p>Владеет полной системой знаний о содержании, особенностях процессов самоорганизации и самообразования, аргументированно обосновывает принятые решения при выборе технологий их реализации с учетом целей профессионального и</p>

		<p>приоритетов целей профессиональной деятельности не полностью учитывает внешние и внутренние условия их достижения.</p> <p>Владеет отдельными методами и приемами отбора необходимой для усвоения информации, давая не полностью аргументированное обоснование ее соответствия целям самообразования.</p>	<p>Планируя цели деятельности с учетом условий их достижения, дает не полностью аргументированное обоснование соответствия выбранных способов выполнения деятельности намеченным целям.</p>	<p>личностного развития.</p> <p>Готов и умеет формировать приоритетные цели деятельности, давая полную аргументацию принимаемым решениям при выборе способов выполнения деятельности.</p> <p>Умеет строить процесс самообразования с учетом внешних и внутренних условий реализации.</p>
--	--	---	---	--

**ПК-3 – способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p><b>Знать:</b> основные направления развития дифференциальных уравнений и их качественной теории, а также других математических дисциплин.</p> <p><b>Уметь:</b> выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные</p>	<p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p>	<p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает сущность</p>	<p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p>

	<p>методы решения дифференциальных уравнений на практике; использовать приложения качественной теории для решения разнообразных задач экономики</p> <p><b>Владеть:</b> процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами дифференциальных уравнений; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ качественного анализа решений дифференциальных уравнений и их систем</p>	<p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным дисциплинам</p>	<p>общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p>	<p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>
--	---	---	---	---

**ПК-4 – способностью публично представлять собственные и известные научные результаты .**

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<b>Знать:</b> каким образом донести полученные знания по дифференциальным уравнениям до широкой аудитории.	Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.	Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и	Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.

	<p><b>Уметь:</b> ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и</p>	<p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным математическим дисциплинам</p>	<p>понимает сущность общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p>	<p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>
--	--	--	---	---



	самооценки деятельности.			
--	-----------------------------	--	--	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

### 7.3. Типовые контрольные задания

#### Вопросы к экзамену

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши.
2. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные уравнения первого порядка.
4. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати.
5. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
6. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
7. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной (неполные уравнения).
8. Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка.
9. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.
10. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
11. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
12. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.
13. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.
14. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.
15. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности.
16. Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений.
17. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского.
18. Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
19. Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
20. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной.
21. Метод Эйлера решения неоднородных систем.
22. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма.

23. Теорема сравнения.
24. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы.
25. Теорема о приводимости линейной системы.
26. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.
27. Периодические решения линейных систем.
28. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
29. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.
30. Метод малого параметра.
31. Решения периодических квазилинейных систем.
32. Устойчивость линейных систем.
33. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому линейному приближению.
34. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости.
35. Теоремы о неустойчивости.
36. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений.
37. Автономные системы. Виды траекторий.
38. Качественное исследование плоских систем, точки покоя.
39. Предельные циклы автономных систем.
40. Общий интеграл. Теорема существования независимых интегралов автономной системы.
41. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
42. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов.
43. Уравнение Бесселя.
44. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши.
45. Однородные уравнения с частными производными первого порядка.
46. Теорема существования и единственности для линейного однородного уравнения в частных производных первого порядка.
47. Неоднородные уравнения с частными производными.
48. Нелинейные системы уравнений с частными производными первого порядка
49. Уравнение Пфаффа.
50. Операционный метод решения линейных уравнений и линейных систем дифференциальных уравнений.

### Контрольная работа № 1

1. Решить уравнения

а)  $y'''(x-1) - y'' = 0$ ;

б)  $yy'' - y'^2 = yy' / \sqrt{1+x^2}$ ;

2. Решить задачу Коши

$y'' + 4y' - 12y = 8\sin 2x + e^x, y(0) = 0, y'(0) = 1.$

3. Найти общее решение линейного однородного уравнения. Частное решение искать в виде многочлена или показательной функции.

$$(2x+1)y''+4xy'-4y=0.$$

### Контрольная работа № 2

1. Найти решение системы, удовлетворяющее начальным условиям

$$\dot{x} = 5x + 5y,$$

$$\dot{y} = -4x + y,$$

$$x(0) = 0, y(0) = 0.$$

2. Решить систему матричным методом

$$\dot{x} = 6x - 12y - z,$$

$$\dot{y} = x - 3y - z,$$

$$\dot{z} = -4x + 12y + 3z.$$

3. Найти общее решение системы

$$\dot{x} = 4x - 3y + t^2,$$

$$\dot{y} = 3x + 4y - e^t.$$

### Вопросы к зачету:

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения 1-го порядка.
2. Начальные условия, задача Коши.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Уравнения с однородной функцией.
5. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Структура общего решения неоднородного линейного уравнения.
6. Уравнение Бернулли.
7. Уравнение в полных дифференциалах.
8. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Общее и частное решения.
9. Уравнения, допускающие понижение степени.
10. Линейные однородные уравнения 2-го порядка. Общее решение. Определитель Вронского.
11. Однородные линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
12. Неоднородные линейные уравнения 2-го порядка. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.
13. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов.
14. Линейные однородные уравнения высших порядков. Общее решение. Определитель Вронского.

15. Линейные однородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
16. Неоднородные линейные уравнения высших порядков. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.
17. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Эквивалентность дифференциального уравнения и нормальной системы. Метод исключения.
18. Однородные нормальные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
19. Неоднородные нормальные системы дифференциальных уравнений. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.
20. Устойчивые и неустойчивые решения систем дифференциальных уравнений.
21. Автономные нормальные системы. Состояния равновесия.
22. Типы состояний равновесия автономных систем 2-го порядка.
23. Прикладные задачи решаемые с помощью систем дифуравнений.
24. Однородные уравнения с частными производными первого порядка.
25. Неоднородные уравнения с частными производными второго порядка.

### Примеры для самостоятельной работы

1. Решить уравнение  $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$ .
2. Решить систему  $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение  $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$ .
4. Решите систему  $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$ .
5. Решить уравнение  $xy' + y = y'^2$ .
6. Решить систему  $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$ .
7. Решить уравнение  $xy' - y = x^3$ .
8. При каких значениях  $a$  асимптотически устойчиво нулевое решение системы  $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$ .
9. Решить уравнение  $xy' - y = x^3y^2$ .
10. Исследовать систему  $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$  на устойчивость.
11. Решить уравнение  $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$ .
12. Исследовать на устойчивость  $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$ .
13. Найти особые решения уравнения  $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$ .
14. Решить задачу Коши для системы  $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$ .

15. Каждая из функций семейства  $y = Ce^x + \frac{4}{c}$  является решением уравнения  $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$ . Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши  $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$ .
17. Решить уравнение  $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$ .
18. С помощью  $V = x^2 + y^2$  исследовать систему  $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$  на устойчивость.
19. Решить уравнение  $y''' + y' = x$ .
20. С помощью функции  $V = x^2 + 2y^2$  исследовать на устойчивость тривиальное решение  $x \equiv 0, y \equiv 0$  системы  $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$ .
21. Определить тип особой точки уравнения  $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{2x + y}$ .
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы  $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения  $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$ .
24. Найти область асимптотической устойчивости системы  $x' = \ln(e + ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg} y$ .
25. Решить уравнение  $y = 2xy' - y'^2$ .
26. Найти область асимптотической устойчивости системы  $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$ .
27. Являются ли функции  $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$  линейно зависимыми.
28. Решить систему  $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$ .
29. Найти общее решение уравнения  $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$ , зная два частных решения  $y_1 = 2x, y_2 = (x + 1)^2$ .
30. Решить уравнение  $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ .

## Тесты для самостоятельной работы

### Тест №1

по дифференциальным уравнениям

I. Семейство линий  $y = Cx^3$  является общим решением дифференциального уравнение:

1)  $xy' = 3y$ ; 2)  $y^2 + y'^2 = 1$ ; 3)  $x^2y' - xy = yy'$ ; 4)  $y' = 3y^{2/3}$ ; 5)  $y = e^{xy'/y}$ .

II. Выражение  $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$  - общий интеграл дифференциального уравнения:

1)  $xydx + (x+1)dy = 0$ ; 2)  $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$ ; 3)  $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$ ;  
4)  $xy' + y = y^2$ ; 5)  $y' = 10^{x+y}$ .

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1)  $(x+2y-1)dx + xdy = 0$ ; 2)  $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$ ; 3)  $(x+y)dx + (y-1)dy = 0$ ;  
4)  $(x^2 + y)dx - xydy = 0$ ; 5)  $(1-x)dx + (x+y)dy = 0$ .

IV. Функция  $\mu(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$  - интегрирующий множитель дифференциального уравнения:

1)  $(x^2 - y)dx + x(y+1)dy = 0$ ; 2)  $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$ ; 3)  
 $(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$ ; 4)  $xy^2(xy' + y) = 1$ ; 5)  $(x^2 + 3\ln y)ydx = xdy$ .

V. Дифференциальное уравнение  $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$  имеет единственное решение при начальных условиях:

1)  $x_0 = -1, y_0 < 0, y'_0$  - любое; 2)  $x_0 = -1, y_0 > 0, y'_0$  - любое; 3)  
 $x_0 \neq -1, y_0 = 0, y'_0 = 1$ ; 4)  $x_0 = -1, y_0 = -2, y'_0 = 0$ ; 5)  $x_0 = -1, y_0 = 0, y'_0 = 0$ .

VI. Функция  $y = 0,25x^2$  является особым решением дифференциального уравнения:

1)  $y = 2xy' - 4y'^2$ ; 2)  $y = xy' - y'^2$ ; 3)  $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$ ; 4)  $xy' - y = \ln y'$ ; 5)  
 $x = y^2 + y'$ .

VII. Уравнение  $y'' - 2y' = 2e^x$  имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям  $y(1) = -1, y'(1) = 0$ :

1)  $y = (7 - 3x)e^{x-2}$ ; 2)  $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$ ; 3)  $y = e^{2x} - 3e^x - 1$ ; 4)  
 $y = e^{-x} - e + x - 1$ ; 5)  $y = -2x^2 + 4x + 1$ .

VIII. Выражение  $y = x^2 e^x$  - частное решение (возможно более низкого порядка)

дифференциального уравнения:

1)  $y'' - 4y' + 5y = 0$ ; 2)  $y^{IV} + 2y' + y = 0$ ; 3)  $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ .

IX. Система функций линейно зависима:

1)  $x + 2, x - 2$ ; 2)  $6x + 9, 8x + 12$ ; 3)  $\sin x, \cos x$ ; 4)  $1, x, x^2$ ; 5)  $e^x, e^{2x}, e^{3x}$ .

X. Уравнением Эйлера является:

1)  $x^2 y'' - 4y' + 6y = 0$ ; 2)  $x^2 y'' - 2y' - 3y = 0$ ; 3)  $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$ ; 4)  $x^3 y''' + x^2 y' - y = 0$ ; 5)  $(x - 2)^2 y'' - 3y' + 4y = 0$ .

XI. Функция  $y = x^3$  является решением уравнение:

1)  $x^2 y'' - 4y' + 6y = 0$ ; 2)  $x^2 y'' - 2y' - 3y = 0$ ; 3)  $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$ ; 4)  $x^3 y''' + x^2 y' - y = 0$ ; 5)  $(x - 2)^2 y'' - 3y' + 4y = 0$ .

XII. Функция  $f(x, y)$  не удовлетворяет условию Липшица по  $y$  на прямой

$y = -x$ :

1)  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ; 2)  $f(x, y) = x + y$ ; 3)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ; 4)  $f(x, y) = 1 + \sqrt{x + y}$ ; 5)  $f(x, y) = 1 + x + y$ .

XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения  $y'' + 2xy = 0$  на  $[20; 45]$

удовлетворяет оценкам:

1)  $0,5 < d < 1$ ; 2)  $0,33 < d < 0,5$ ; 3)  $0,2 < d < 0,3$ ; 4)  $0,1 < d < 0,2$ ; 5)  $0,31 < d < 0,33$ .

XIV. Нулевое решение системы устойчиво:

1)  $x' = x, y' = 2y$ ; 2)  $x' = 2x, y' = y$ ; 3)  $x' = -x, y' = y$ ; 4)  $x' = -x, y' = -2y$ ; 5)  $x' = x, y' = -y$ ;

XV. Особая точка  $(0, 0)$  системы является седлом:

1)  $x' = 3x, y' = 2x + y$ ; 2)  $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$ ; 3)  $x' = x, y' = 2x - y$ ; 4)  $x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$ ; 5)  $x' = 3x + y, y' = y - x$ .

XVI. Выражение  $z = f(x^2 + y^2)$  есть общее решение уравнения:

1)  $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; 2)  $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; 3)  $2y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; 4)  $y \frac{\partial z}{\partial x} - 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ; 5)  $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .

## Тест №2

### по дифференциальным уравнениям

- I. Функция  $y = x + C\sqrt{1+x^2}$ , где  $C \in R$ , является решением дифференциального уравнение:
- 1)  $(xy-1)dx - (x^2+1)dy = 0$ ; 2)  $(xy+1)dx - (x^2+1)dy = 0$ ; 3)  $(xy+1)dx + (x^2+1)dy = 0$ .
- II. Интегральные кривые уравнения  $xy' = 2y$  имеют вид:
- 1)  $xy = C$ ; 2)  $y = C + x^2$ ; 3)  $y = Cx^2$ .
- III. Дифференциальное уравнение является однородным:
- 1)  $(x-y+1)dx + (x+y)dy = 0$ ; 2)  $x dy = (y + \sqrt{x^2 - y^2}) dx$ ; 3)  $(x+2y)dx - (x+1)dy = 0$ .
- IV. Заменой  $z = y^{-1}$  к линейному приводится уравнение:
- 1)  $y^3 y' - xy = x$ ; 2)  $y' + x^2 y = xy^2$ ; 3)  $y^2 y' - xy = x^2$ .
- V. Последовательные приближения  $y_0(x), y_1(x), y_2(x)$  в задаче Коши  $y' = x - y^2, y(0) = 0$  имеют вид:
- 1)  $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{10}$ ; 2)  $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{20}$ ;  
3)  $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{20}$ .
- VI. Общим решением уравнения  $y''' - \frac{1}{x}y'' = 0$  является:
- 1)  $y = x^2 + C_1x + C_2$ ; 2)  $y = C_1x + C_2$ ; 3)  $y = C_1x^2 + C_2x + C_3$ .
- VII. Определитель Вронского системы функций  $5, \cos^2 x, \sin^2 x$  равен:
- 1)1; 2)-1; 3)0.
- VIII. Уравнение не является уравнением в полных дифференциалах:
- 1)  $(x+y)dx + (x-y+1)dy = 0$ ; 2)  $(2x+y)dx + (x-3y+4)dy = 0$ ; 3)  $\left(1 + \frac{y}{x}\right)dx + \left(1 - \frac{y-1}{x}\right)dy = 0$ .
- IX. Функции  $y_1 = e^{2x}, y_2 = e^{-2x}$  образуют фундаментальную систему решений уравнения:
- 1)  $y'' + 4y = 0$ ; 2)  $y'' - 4y = 0$ ; 3)  $y'' - 2y = 0$ .



X. Функция  $y = x^2$  является частным решением уравнения:

1)  $x^3 y''' - xy' - 3y = -5x^2$ ; 2)  $x^3 y''' - xy' - 3y = x^2$ ; 3)  $x^3 y''' + xy' - 3y = x^2$ .

XI. Общим решением системы  $\frac{dx}{dt} = x \sin t, \frac{dy}{dt} = x e^{\cos t}$  является:

1)  $x = C_1 e^{\cos t}, y = C_1 t + C_2$ ; 2)  $x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 t + C_2$ ; 3)

$x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 + C_2 t$ .

XII. Соотношение  $\varphi = t^2 + 2xy$ , является первым интегралом системы уравнений:

1)  $\frac{dx}{dt} = -y, \frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - t}{x}$ ; 2)  $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x$ ; 3)  $\frac{dx}{dt} = x - y, \frac{dy}{dt} = y - 4x$ .

XIII. Выражение  $x = C_1 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-t} \begin{pmatrix} 2t \\ 2t - 1 \end{pmatrix}$  есть общее решение системы:

1)  $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ ; 2)  $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ ; 3)

$\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ .

XIV. Решения системы  $\frac{dx}{dt} = -x + \alpha y, \frac{dy}{dt} = \alpha x - y$  асимптотически устойчивы,

если:

1)  $-2 < \alpha < -1$ ; 2)  $1 < \alpha < 2$ ; 3)  $-1 < \alpha < 1$ .

XV. Функция  $V(x, y)$  является знакоопределённой:

1)  $V(x, y) = x^2 + y^2$ ; 2)  $V(x, y) = (x + y)^2$ ; 3)  $V(x, y) = x^2 - y^2$ .

XVI. Положение равновесия системы уравнений устойчивый узел:

1)  $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$ ; 2)  $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$ ; 3)  $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$

.

XVII. Функция  $z = x^3 + y^2 + 1$  есть решения уравнения:

1)  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$ ; 2)  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ ; 3)  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$ .

XVIII. Расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равно нулю) решения уравнения  $y'' + \pi^2 y = 0$  равно:

1) 2; 2) 1; 3) 0,5.

### Тест №3

по дифференциальным уравнениям

I. Функция  $y = Cx + \frac{C}{\sqrt{1+C^2}}$ , где  $C \in R$ , является решением дифференциального уравнения:

$$1) y + xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 2) y - xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 3) y - xy' = \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y'}$$

II. Интегральные кривые уравнения  $xy' = -y$  имеют вид:

$$1) y = Cx; \quad 2) y = C + x; \quad 3) xy = C$$

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

$$1) y = xy' + 1; \quad 2) y = xy' + y^2; \quad 3) yy' = x$$

IV. Решением дифференциального уравнения  $y' + y = 2$  являются:

$$1) y = x; \quad 2) y = 2; \quad 3) y = -2$$

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

$$1) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xdy = 0; \quad 2) \sqrt{x^2 - y^2} dx + dy = 0; \quad 3) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xydy = 0$$

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

$$1) (y^2 + 1)dx - xdy = 0; \quad 2) (x - y)dx + (x + y)dy = 0; \quad 3) (x - y)dx + (-x + y)dy = 0$$

VII. Функция  $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$  - является интегрирующим множителем уравнения:

$$1) \left(1 + \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0; \quad 2) \left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0;$$

$$3) \left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy - \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0$$

VIII. Функция линейно зависима:

$$1) 1, x; \quad 2) \sin x, \cos x; \quad 3) \sin^2 x, \cos^2 x$$

IX. Функции  $y_1 = e^x, y_2 = e^{-x}$  образуют фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения:

$$1) y'' - y = 0; \quad 2) y'' + y = 0; \quad 3) y'' - 4y = 0$$

X. Особая точка (положение равновесия) системы уравнения является седлом:

$$1) \frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y; \quad 2) \frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y; \quad 3) \frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$$

XI. Сколько особых точек (положений равновесия) имеет система уравнений -

$$\frac{dx}{dt} = x^2 - y^2 - 5, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 13:$$

1) 2; 2) 3; 3) 4.

XII. Функция  $V(x, y)$  является знакопостоянной:

1)  $V(x, y) = x^4 + y^4$ ; 2)  $V(x, y) = (x - y)^2$ ; 3)  $V(x, y) = x^2 - y^2$ .

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения  $y'' + \frac{1}{4}\pi^2 y = 0$  равно:

1) 2; 2) 3; 3) 0,5.

XIV. С помощью функции  $V(x, y) = x^2 + y^2$  можно установить неустойчивость тривиального решения системы:

1)  $x' = -x, y' = -y$ ; 2)  $x' = -x + 2y, y' = -2x - y$ ; 3)  $x' = x - y, y' = -x + y$ .

XV. Особая точка системы  $\frac{dx}{dt} = x(x + y - 2), \frac{dy}{dt} = y(1 - x)$  является фокусом:

1)  $O_1(0,0)$ ; 2)  $O_2(1,1)$ ; 3)  $O_3(2,0)$ .

XVI. Функция  $u(x, y) = \ln x + \ln y$  является решением уравнения:

1)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2$ ; 2)  $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 1$ ; 3)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$ .

#### **7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Оценка за модуль определяется как сумма баллов за текущую и контрольную работу.

Коэффициент весомости баллов, набранных за текущую и контрольную работу, составляет 0,5/0,5.

Текущая работа включает оценку аудиторной и самостоятельной работы.

Оценка знаний студента на практическом занятии (аудиторная работа) производится по 100-балльной шкале.

Оценка самостоятельной работы студента (написание эссе, подготовка доклада, выполнение домашней контрольной работы и др.) также осуществляется по 100-балльной шкале.

Для определения среднего балла за текущую работу суммируются баллы, полученные за аудиторную и самостоятельную работу, полученная сумма делится на количество полученных оценок.

Итоговый балл за текущую работу определяется как произведение среднего балла за текущую работу и коэффициента весомости.

Если студент пропустил занятие без уважительной причины, то это занятие оценивается в 0 баллов и учитывается при подсчете среднего балла за текущую работу.

Если студент пропустил занятие по уважительной причине, подтвержденной документально, то преподаватель может принять у него отработку и поставить определенное количество баллов за занятие. Если преподаватель по тем или иным причинам не принимает отработку, то это занятие при делении суммарного балла не учитывается.

Контрольная работа за модуль также оценивается по 100-балльной шкале. Итоговый балл за контрольную работу определяется как произведение баллов за контрольную работу и коэффициента весомости.

Критерии оценок аудиторной работы студентов по 100-балльной шкале:

«0 баллов» - студент не смог ответить ни на один из поставленных вопросов

«10-50 баллов» - обнаружено незнание большей части изучаемого материала, есть слабые знания по некоторым аспектам рассматриваемых вопросов

«51-65 баллов» - неполно раскрыто содержание материала, студент дает ответы на некоторые рассматриваемые вопросы, показывает общее понимание, но допускает ошибки

«66-85 баллов» - студент дает почти полные ответы на поставленные вопросы с небольшими проблемами в изложении. Делает самостоятельные выводы, имеет собственные суждения.

«86-90 баллов» - студент полно раскрыл содержание материала, на все поставленные вопросы готов дать абсолютно полные ответы, дополненные собственными суждениями, выводами. Студент подготовил и отвечает дополнительный материал по рассматриваемым вопросам.

Таблица перевода рейтингового балла в «5»-балльную шкалу

Итоговая сумма баллов по дисциплине по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
0-50	Неудовлетворительно
51-65	Удовлетворительно
66-85	Хорошо
86-100	Отлично

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

а) основная литература

1. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: Учеб. пособие для ун-тов. - М.: Высш. шк., 1991. - 303 с.
2. Матвеев Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: Учеб. Минск: Вышэйш. шк., 1974. 766 с.
3. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970.
4. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учеб. М.: Наука, 1982. 331 с.
5. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. пособие для вузов, том второй. М.: Наука, 1972. 576 с.
6. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений: Учеб. М.: Физматгиз, 1958. 458 с.
7. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1979. 128 с.

б) дополнительная литература

1. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
2. Барбашин Е. А. Введение в теорию устойчивости. М.: Наука. 1971.
3. Богданов Ю. С. Дифференциальные уравнения: Учеб. пособие /
4. Ю. С. Богданов, Ю. Б. Сыроид. Минск: Вышэйш. шк., 1983. 239 с.
5. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967. 472 с.
6. Еругин Н.П., Штокало И.З. и др. Курс дифференциальных уравнений: Учебное пособие. Киев: Вища школа, 1974. - 472 с.
7. Карташов А.П., Рождественский Б.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления: Учебное пособие. М.: Наука, 1980. - 287 с.
8. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Минск: Вышэйш. школа, 1977. - 414 с.
9. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перстюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи: Учебное пособие. М.: Высшая школа, 1989. - 383 с.
10. Эльсгольц Л. А. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: Учебник. М.: Наука, 1965. - 424 с.
11. Федорюк М.Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учебное пособие. М.: Наука, 1980. - 352 с.
12. А.Ф.Филиппов, Сборник задач по дифференциальным уравнениям, 2009.
13. А.Р. Эфендиев, Дифференциальные уравнения (пособие), ДГУ, 2002 г.
14. А.Р. Эфендиев, Практикум по дифференциальным уравнениям (пособие), ДГУ, 2001 г.
15. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. - М.-С.Пб.: Физматлит, 2001.

в) программное обеспечение и Интернет- ресурсы

1. Международный научно-образовательный сайт EqWorld [Электронный ресурс] : Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>,

- свободный. – Загл. с экрана.
2. DMVN [Электронный ресурс] : [портал учебных материалов для студентов мехмата МГУ им. М.В. Ломоносова]. – Режим доступа: <http://dmvn.mexmat.net>, свободный. – Загл. с экрана.
- Википедия [Электронный ресурс] : [свобод. Интернет-энцикл.] – Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org>, свободный. – Русскояз. часть междунар. проекта «Википедия»

*б) Дополнительная литература:*

*в) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:*

3. Международный научно-образовательный сайт EqWorld [Электронный ресурс] : Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>, свободный. – Загл. с экрана.
4. DMVN [Электронный ресурс] : [портал учебных материалов для студентов мехмата МГУ им. М.В. Ломоносова]. – Режим доступа: <http://dmvn.mexmat.net>, свободный. – Загл. с экрана.
- 3..Википедия [Электронный ресурс] : [свобод. Интернет-энцикл.] – Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org>, свободный. – Русскояз. часть междунар. проекта «Википедия».
4. Образовательный математический сайт «Экспонента»  
<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>
5. Мир математических уравнений <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/meth-ode.htm>
6. Allmath.ru . Вся математика в одном месте!  
<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis30/mathanalis.htm>
7. Математическое бюро. [http://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=madiff](http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff) в)

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.**

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания

позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

**11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплин "Дифференциальные и разностные уравнения" рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

**12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов