

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Рабочая программа по дисциплине:

«Дифференциальные и разностные уравнения»

Направление:

02.03.02. *Фундаментальная информатика и информационные технологии*

Профиль подготовки

Информатика и компьютерные науки

Квалификация (степень) выпускника

бакалавр

Форма обучения

очная

Махачкала 2017

Рабочая программа дисциплины: **Дифференциальные и разностные уравнения**
составлена 2017 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по
направлению подготовки:

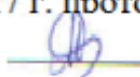
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
Приказ Минобрнауки России от 12. 03 2015 №228

разработчик: кф.-м.н. доцент кафедры
дифференциальных уравнений и функционального анализа

Ибрагимов Мурад Гаджиевич

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6

Заведующий кафедрой



Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель



Рабочая программа согласована с
учебно-методическим
управлением 30.03.2017 г.



Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина "Дифференциальные и разностные уравнения" входит в базовую часть образовательной программы **бакалавриата** по направлению 02.03.02. *Фундаментальная информатика и информационные технологии*. Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОПК-1, ОПК-3, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4**.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа**.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **экзамена**.

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в 144 академических часах по видам учебных занятий

Семестр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен)	
	в том числе								
	Контактная работа обучающихся с преподавателем								
	Всего	из них							
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	консультации				
1	14 4	28	-	28			52	экзамен	

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения учебной дисциплины " Дифференциальные и разностные уравнения " являются: обучение фундаментальным методам современной количественной и качественной теории дифференциальных и разностных уравнений как средства математического моделирования детерминированных явлений, ознакомить студентов с методами решения интегрируемых типов дифференциальных уравнений, методами качественного исследования и применения дифференциальных уравнений в математическом моделировании динамических процессов. Научить студентов самостоятельно расширять теоретические знания

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата. :

Дисциплина Дифференциальные и разностные уравнения относится к базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла. Для успешного освоения предмета необходимо владеть общекультурными и профессиональными компетенциями:

- владеть культурой мышления, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь (ОК -7);

- способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК -10);

- способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, фундаментальные концепции и системные методологии, международные и профессиональные стандарты в области информационных технологий, способность использовать современные инструментальные и вычислительные средства (в соответствии с профилем подготовки) (ПК-4);

- способность профессионально владеть базовыми математическими знаниями и информационными технологиями, эффективно применять их для решения научно-технических задач и прикладных задач, связанных с развитием и использованием информационных технологий (ПК-8);

- понимание концепций и абстракций, способность использовать на практике базовые математические дисциплины, включая: *Математический*

анализ I, Математический анализ II, Кратные интегралы и ряды, Алгебра и геометрия, Дискретная математика, Теория функций комплексной переменной, Функциональный анализ, Математическая логика и теория алгоритмов, Теория автоматов и формальных языков, Дифференциальные и разностные уравнения, Теория вероятностей и математическая статистика, Вычислительные методы, Методы оптимизации и исследование операций и др. (ПК-15);

- понимание концепций и основных законов естествознания, в частности, физики (ПК-16).

В дисциплине используется материал следующих дисциплин «Алгебра и геометрия», «Математический анализ», «Теория функции комплексной переменной». Материал дисциплины является опорным для изучения таких дисциплин, как «Вычислительные методы», «Методы оптимизации и исследование операций», «Теория устойчивости дифференциальных уравнений».

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
-------------	-------------------------------------	---

	<p>Способность использовать базовые знания естественных наук ,математики и информатики, основные факты, принципы и концепции теорий ,связанных с фундаментальной информатикой и информационными технологиями.</p> <p>Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей,созданию информационных ресурсов в сети</p>	<p>Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений, математического анализа</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения дифференциальных уравнений и разностных уравнений и их систем ,в том числе , с применением численных методов.</p> <p>Владеть: навыками и методами исследования и решения дифференциальных и разностных уравнений и их систем, решения задачи Коши, исследования устойчивости решений .Методами качественного анализа полученных решений с применением информационных технологий.</p> <p>Знать: взаимосвязи предметов математического направления и современные инструментальные вычислительные средства.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях экономики и других наук, таких как физика ,биология, медицина и т д.</p> <p>Владеть :методами решения прикладных задач современного естествознания с помощью дифференциальных уравнений с применением современных информационных технологий.</p>
--	--	---

--	--	--

	<p>способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области .</p>	<p>Знать: основы теории дифференциальных и разностных уравнений.</p> <p>Уметь: решать все основные типы дифференциальных и разностных уравнений и их систем</p> <p>Владеть: методами исследования прикладных задач с помощью аппарата дифференциальных и разностных уравнений, в том числе с применением современных программ.</p>
ПК-2	<p>способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.</p>	<p>Знать: взаимосвязи предметов математического и естественно- научного направления между собою.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях экономики ,физики , биологии , медицины и т.д. Уметь составлять математические модели прикладных задач с помощью дифференциальных и разностных уравнений.</p> <p>Владеть: методами решения математических моделей прикладных задач современного естествознания с помощью дифуравнений и их систем.</p>
ПК-3	<p>способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия</p>	<p>Знать: основные направления развития теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин.</p> <p>Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов</p>

	полученного результата .	исследований; применять известные методы решения задач; Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации.
ПК-4	способностью публично представлять собственные и известные научные результаты .	Знать: каким образом донести полученные знания по дифференциальным уравнениям систем до широкой аудитории. Уметь: составлять доклады ,рефераты ,презентации .Оформлять собственные научные результаты в виде научных статей и публикаций. Владеть: методами поиска , сбора и анализа научной информации, создания информационных ресурсов в сети.

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 академических часов.

4.2. Структура и содержание дисциплины

№	Раздел дисциплины	Все го	Виды учебной работы, включая сам.раб. студ-в и трудоемк. (в час.)			Экзамен	Формы текущ.контр. успе- ти. Форма промежут. аттестации
			лек.	пр. зан.	сам. раб.		
Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка							

	Раздел 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	12	2	2	8		Контрольная работа
	Раздел 2. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	12	4	2	6		Контрольная работа
	Раздел 3. Уравнения, неразрешенные относительно производной	12	4	4	4		Коллоквиум
	Итого за модуль	36	10	8	18		
Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков							
4	Раздел 4. Дифференциальные уравнения высших порядков..	12	4	4	4		Контрольная работа
6	Раздел 5. Линейные уравнения n-го порядка	12	4	4	4		Контрольная работа
	Раздел 6. Системы линейных дифференциальных уравнений	12	4	4	4		Коллоквиум
			12	12	12		
Модуль 3. Системы дифференциальных уравнений							
	Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши.	12	2	4	6		Коллоквиум
	Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати.	12	2	2	8		Контрольная работа
	Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнение Клеро и Лагранжа.	12	2	2	8		Контрольная работа

Уравнения не разрешенные относительно производной.							
Итого за модуль	36	6	10	10			
Подготовка к экзамену					36		
Всего		28	28	52	36		экзамен

4.3. Содержание учебной дисциплины (модуля). Объем дисциплины и виды учебных занятий

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		4			
Аудиторные занятия (всего)	56	56			
В том числе:	-	-	-	-	-
Лекции	28	28			
Практические занятия (ПЗ)	28	28			
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
Самостоятельная работа (всего)	52	52			
В том числе:	-	-	-	-	-
Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат					
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>					
Контрольные работы	36	36			
Вид текущего контроля успеваемости					
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		экзамен			
Общая трудоемкость	час зач. ед.	144	144		
		4	4		

4.4. Содержание разделов учебной дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	<p>Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. равнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейные уравнения.</p> <p>Уравнение Бернулли, Риккати. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения. Неполные уравнения. Уравнения Лагранжа и Клеро. Метод введения параметра.</p>	Контрольная работа
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков	<p>Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов. Уравнение Бесселя.</p>	опрос

3.	Системы дифференциальных уравнений	<p>Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности. Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского. Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами. Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной. Метод Эйлера решения неоднородных систем. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма. Теорема сравнения. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы. Теорема о приводимости линейной системы. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений. Методы интегрирования нелинейных систем</p>	контрольная работа
5.	Разностные уравнения	<p>Классификация систем конечно-разностных уравнений. Линейные и нелинейные системы. Определение решения. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи.</p>	Контрольная работа

4.5. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	экза мен	контр	СРС	Все-го час.
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка	8	8		9	16	41
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков	8	8		9	12	37
3	Системы дифференциальных уравнений	8	8		9	12	37
4.	Разностные уравнения	4	4		9	6	22
6.	итого	28	28		36	52	144

4.6. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (час.)
1.	1	Дифференциальные уравнения первого порядка.. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводимые к однородным. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли и Риккати. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Интегрируемые в квадратурах дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.	8
2.	2	Дифференциальные уравнения n-го порядка. Случаи понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные уравнения с переменными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения. Методом вариации произвольных постоянных. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Лиинейные неоднородные уравнения с переменными коэффициентами.	8
3.	3	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Матричный метод. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной. Линейные неоднородные системы со специальной правой частью. Интегрирование нелинейных систем.	8

4.	4	Решение линейных разностных уравнений.	4
----	---	--	---

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения:

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.
2. Отчетные занятия по разделам.
3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.
4. Разбор конкретных заданий.
5. Круглые столы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к практическим занятиям.
2. Решение задач.
3. Подготовка к коллоквиуму.
4. Подготовка к контрольной работе.
5. Подготовка к экзамену.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы	Литература
Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка		
Тема 1. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация. Задача Коши. Экономические задачи и математические модели приводящие к дифуравнениям.	Доклады на тему: 1. Математическая модель естественного роста. 2. Рост производства с учетом инвестиций.	[1], [7]
Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков.	Доклады на тему: 1. Модель колебания рыночных цен. 2. Динамическая модель Леонтьева.	[3], [6]

Раздел 2. Прикладные задачи решаемые с применением аппарата дифференциальных уравнений	Доклады на тему: Модель Солоу.	[2], [4]
Тема 1. Системы дифференциальных уравнений	Доклад: Устойчивость решений систем дифуравнений	
Тема 2. Разностные уравнения .	Доклады на тему: 1. Разностные уравнения первого порядка.	[2], [7]
Раздел 3. Разностные уравнения высших порядков.	Доклады на тему: 1. Модель Солоу. 2. Модель Эванса.	[2], [6]
Тема 1. Экономические задачи решаемые с помощью разностных уравнений.	Доклады на тему: 1. Уравнение Самуэльсона - Хикса и его приложения.	[5], [7]

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	Уметь: применять полученные знания для решения задач по дифференциальным уравнениям	Письменный опрос, коллоквиум.
	Владеть: всеми основными методами решения дифуравнений и разностных уравнений	Круглый стол.
ОПК-3	Знать: взаимосвязи предметов математического и экономического	Устный опрос, письменный опрос,

	направления между собою.	тестирование.
	Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других.	Письменный опрос, коллоквиум.
	Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях естествознания с применением аппарата дифференциальных уравнений..	Круглый стол
ПК-1	Знать: основные направления развития теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения дифференциальных уравнений; использовать приложения для решения разнообразных задач экономики, физики, биологии и т.д.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ решения прикладных задач.	Круглый стол
ПК-2	Знать: каким образом донести полученные знания по дифференциальным уравнениям до	Устный опрос, письменный опрос, тестирование

	широкой аудитории.	
	Уметь: ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол
ПК-3	Знать: основные направления развития приложения дифференциальных и разностных уравнений в физике, технике, экономики и т.д.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач; использовать приложения теории дифференциальных и разностных уравнений для решения разнообразных задач экономики и др. разделов.	Письменный опрос, коллоквиум

	Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации.	Круглый стол
ПК-4	Знать: каким образом донести полученные знания по приложениям дифуравнений до широкой аудитории.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-1-Способность использовать базовые знания естественных наук , математики и информатики , основные факты ,концепции и теории,связанные с информатикой и информационными технологиями

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения основных типов дифференциальных и разностных уравнений.</p> <p>Владеть: основными методами решения дифференциальных уравнений. Методами качественного анализа дифференциальных и разностных уравнений и их систем.</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

ОПК-3-Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: основные	Демонстрация	Умение	Умение

	<p>определения и теоремы курса дифференциальных уравнений и разностных уравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач по дифференциальным и разностным уравнениям.</p> <p>Владеть: основными методами решений дифуравнений и их систем, методами исследования решений на устойчивость, приложениями дифуравнений для решения задач по экономике.</p>	<p>частичных знаний без грубых математических ошибок</p>	<p>анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу</p>	<p>обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры</p>
--	--	--	--	---

ПК-1 – способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: основные определения и теоремы теории устойчивости решений систем дифуравнений и</p>	<p>Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок</p>	<p>Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу</p>	<p>Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры</p>

	<p>решения всех типов дифуравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач экономического содержания</p> <p>Владеть: всеми методами исследования решени й систем дифуравнений и качественного анализа решений дифференциальных и разностных уравнений.</p>			
--	---	--	--	--

ПК-2 – способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: взаимосвязи предметов математического направления между собою.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как</p>	Демонстрирует частичное знание содержания процессов самоорганизации и самообразования , их особенностей и технологий реализации, исходя из целей	Демонстрирует знание содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенности и технологий реализации, исходя из	Владеет полной системой знаний о содержании, особенностях процессов самоорганизации и самообразования, аргументированно обосновывает

	<p>математический анализ, дифференциальные уравнения и других.</p> <p>Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики.</p>	<p>совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p>При планировании и установлении приоритетов целей профессиональной деятельности не полностью учитывает внешние и внутренние условия их достижения.</p> <p>Владеет отдельными методами и приемами отбора необходимой для усвоения информации, давая не полностью аргументированное обоснование ее соответствия целям самообразования.</p>	<p>целей совершенствования профессиональной деятельности .</p> <p>Планируя цели деятельности с учетом условий их достижения, дает не полностью аргументированное обоснование соответствия выбранных способов выполнения деятельности намеченным целям.</p>	<p>принятые решения при выборе технологий их реализации с учетом целей профессионального и личностного развития.</p> <p>Готов и умеет формировать приоритетные цели деятельности, давая полную аргументацию принимаемым решениям при выборе способов выполнения деятельности.</p> <p>Умеет строить процесс самообразования с учетом внешних и внутренних условий реализации.</p>
--	--	---	--	--

ПК-3 – способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: основные направления развития дифференциальных уравнений и их качественной теории, а также других математических дисциплин.</p> <p>Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения дифференциальных уравнений на практике; использовать приложения качественной теории для решения разнообразных задач экономики</p> <p>Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации;</p>	<p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным дисциплинам</p>	<p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает сущность общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам</p>	<p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>

	приемами решения альтернативными способами дифференциальных уравнений; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ качественного анализа решений дифференциальных уравнений и их систем		изучаемого предмета.	
--	---	--	-------------------------	--

ПК-4 – способностью публично представлять собственные и известные научные результаты .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	Знать: каким образом донести полученные знания по дифференциальным уравнениям до широкой аудитории.	Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.	Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает суть общих закономерностей, изучаемых в рамках дан-	Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.

	<p>Уметь: ставить цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть: приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при</p>	<p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным</p>	<p>ной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.</p>	<p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.</p>
--	--	---	--	---

	выполнении профессиональной деятельности; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	математическим дисциплинам		
--	--	----------------------------	--	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

Вопросы для самоконтроля

Вопросы к 1 модулю

1. Основные понятия и определения курса дифференциальных уравнений. Порядок уравнения, общее решение, задача Коши, краевая задача.
2. Простейшие дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной.
3. Уравнения с разделяющимися переменными и сводящиеся к ним.
4. Однородные уравнения 1-го порядка и сводящиеся к ним.
5. Линейные уравнения 1-го порядка и сводящиеся к ним. Два способа их решения.
6. Уравнения Бернулли и Риккати.
7. Теорема существования и единственности (Коши) решения начальной задачи.

8. Уравнения в полных дифференциалах.
9. Интегрирующий множитель. Способы его нахождения.
10. Уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной.
11. Общий метод введения параметра для уравнений $F(x, y, y')=0$.
12. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Вопросы к 2 модулю

13. Дифференциальные уравнения высших порядков. Приведение к системе уравнений. Теорема существования и единственности.
14. Задача Коши для дифференциальных уравнений высших порядков.
15. Простейшие нелинейные уравнения высших порядков, интегрируемые в квадратурах. Уравнения, допускающие понижение порядка.
16. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Общие свойства, линейный дифференциальный оператор.
17. Общая теория линейных однородных дифференциальных уравнений n -го порядка.
18. Неоднородные линейные уравнения n -го порядка. Метод вариации произвольной постоянной.
19. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью (резонансный случай).
20. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью (нерезонансный случай).

Вопросы к 3 модулю

21. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений.
22. Метод Эйлера решения однородных линейных систем с постоянными коэффициентами.
23. Метод вариации решения неоднородных линейных систем.

24. Метод функций Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости.

25. Устойчивость по первому приближению. Теоремы Ляпунова.

26. Критерий Рауса –Гурвица.

27. Линейные разностные уравнения. Общие решения для однородного и неоднородного случаев.

28. Разностные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.

29. Общее решение однородного разностного уравнения с постоянными коэффициентами.

30. Разностные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами. Аналог определителя Вронского.

Вопросы к экзамену

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши.
2. Уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные уравнения первого порядка.
4. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли, Риккати.
5. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
6. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
7. Простейшие типы дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной (неполные уравнения).
8. Дифференциальные уравнения высших порядков. Случаи понижения порядка.
9. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Метод Лагранжа.
10. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
11. Построение однородного линейного уравнения по фундаментальной системе решений.
12. Понижение порядка однородного линейного уравнения при помощи линейно независимых частных решений.
13. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и колебательные явления.
14. Краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка. Функция Грина.

15. Нормальные системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности.
16. Связь между уравнениями высшего порядка и системами дифференциальных уравнений.
17. Линейные системы дифференциальных уравнений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского.
18. Метод Эйлера решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
19. Матричный метод решения линейных однородных систем с постоянными коэффициентами.
20. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольной постоянной.
21. Метод Эйлера решения неоднородных систем.
22. Нули решений линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Теорема Штурма.
23. Теорема сравнения.
24. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы.
25. Теорема о приводимости линейной системы.
26. Краевая задача для линейной системы. Функция Грина.
27. Периодические решения линейных систем.
28. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров.
29. Дифференцируемость решений по начальным данным и параметрам.

30. Общее решение, общий интеграл, независимые интегралы системы дифференциальных уравнений.
31. Общий интеграл. Теорема существования независимых интегралов автономной системы.
32. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
33. Представление решений в окрестности особой точки в виде обобщенных степенных рядов.
34. Уравнение Бесселя.
35. Уравнение Пфаффа.
36. Операционный метод решения линейных уравнений и линейных систем дифференциальных уравнений.
37. Линейные разностные уравнения n -го порядка. Методы решения.
38. Линейные системы разностных уравнений. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши.
39. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи.
40. Прикладные задачи, решаемые с помощью разностных уравнений.

Вопросы к зачету:

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения 1-го порядка.
2. Начальные условия, задача Коши.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Уравнения с однородной функцией.
5. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Структура общего решения неоднородного линейного уравнения.
6. Уравнение Бернулли.
7. Уравнение в полных дифференциалах.
8. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Общее и частное решения.
9. Уравнения, допускающие понижение степени.
10. Линейные однородные уравнения 2-го порядка. Общее решение. Определитель Вронского.
11. Однородные линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
12. Неоднородные линейные уравнения 2-го порядка. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.
13. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов.
14. Линейные однородные уравнения высших порядков. Общее решение. Определитель Вронского.
15. Линейные однородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
16. Неоднородные линейные уравнения высших порядков. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.
17. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Эквивалентность дифференциального уравнения и нормальной системы. Метод исключения.

18. Однородные нормальные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод характеристического уравнения.
19. Неоднородные нормальные системы дифференциальных уравнений. Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных.
20. Устойчивые и неустойчивые решения систем дифференциальных уравнений.
21. Автономные нормальные системы. Состояния равновесия.
22. Типы состояний равновесия автономных систем 2-го порядка.
23. Прикладные задачи решаемые с помощью систем дифуравнений.
24. Разностные уравнения 1-го порядка. Частное и общее решения.
25. Разностные уравнения 2-го порядка. Частное и общее решения.

Примеры для самостоятельной работы

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.
2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.
4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.
6. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.
7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.
8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.
9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.
10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.
11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.
12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.
13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.

14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.
18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.
19. Решить уравнение $y''' + y' = x$.
20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$.
21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{2x + y}$.
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.
24. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = \ln(e + ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tg} y$.
25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.
26. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$.
27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.
28. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.
29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x, y_2 = (x + 1)^2$.
30. Решить уравнение $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

Тесты для самостоятельной работы

Тест №1

по дифференциальным уравнениям

I. Семейство линий $y = Cx^3$ является общим решением дифференциального уравнение:

1) $xy' = 3y$; 2) $y^2 + y'^2 = 1$; 3) $x^2 y' - xy = yy'$; 4) $y' = 3y^{2/3}$; 5) $y = e^{xy'/y}$.

II. Выражение $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$ - общий интеграл дифференциального уравнения:

1) $xydx + (x+1)dy = 0$; 2) $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$; 3) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$;

4) $xy' + y = y^2$; 5) $y' = 10^{x+y}$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $(x+2y-1)dx + xdy = 0$; 2) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$; 3) $(x+y)dx + (y-1)dy = 0$

; 4) $(x^2 + y)dx - xydy = 0$; 5)

$(1-x)dx + (x+y)dy = 0$.

IV. Функция $\mu(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$ - интегрирующий множитель

дифференциального уравнения:

1) $(x^2 - y)dx + x(y+1)dy = 0$; 2) $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$; 3)

$(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$; 4) $xy^2(xy' + y) = 1$; 5) $(x^2 + 3\ln y)ydx = xdy$.

V. Дифференциальное уравнение $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$ имеет единственное решение при начальных условиях:

- 1) $x_0 = -1, y_0 < 0, y_0'$ - любое; 2) $x_0 = -1, y_0 > 0, y_0'$ - любое; 3)
 $x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1$; 4) $x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0$; 5) $x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0$.

VI. Функция $y = 0,25x^2$ является особым решением
дифференциального уравнения:

- 1) $y = 2xy' - 4y'^2$; 2) $y = xy' - y'^2$; 3) $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$; 4) $xy' - y = \ln y'$; 5)
 $x = y^2 + y'$.

VII. Уравнение $y'' - 2y' = 2e^x$ имеет единственное решение,
удовлетворяющее условиям $y(1) = -1, y'(1) = 0$:

- 1) $y = (7 - 3x)e^{x-2}$; 2) $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$; 3) $y = e^{2x} - 3e^x - 1$; 4)
 $y = e^{-x} - e + x - 1$; 5) $y = -2x^2 + 4x + 1$.

VIII. Выражение $y = x^2e^x$ - частное решение (возможно более низкого
порядка) дифференциального уравнения:

- 1) $y'' - 4y' + 5y = 0$; 2) $y^{IV} + 2y' + y = 0$; 3) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$.

IX. Система функций линейно зависима:

- 1) $x + 2, x - 2$; 2) $6x + 9, 8x + 12$; 3) $\sin x, \cos x$; 4) $1, x, x^2$; 5) e^x, e^{2x}, e^{3x} .

X. Уравнением Эйлера является:

- 1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$; 4)
 $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x - 2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XI. Функция $y = x^3$ является решением уравнение:

- 1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$; 4)
 $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x - 2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XII. Функция $f(x, y)$ не удовлетворяет условию Липшица по y на прямой
 $y = -x$:

- 1) $f(x, y) = x^2 - y^2$; 2) $f(x, y) = x + y$; 3) $f(x, y) = x^2 + y^2$; 4)
 $f(x, y) = 1 + \sqrt{x + y}$; 5) $f(x, y) = 1 + x + y$.

XIII. Расстояние между соседними нулями уравнения $y'' + 2xy = 0$ на

[20;45] удовлетворяет оценкам:

- 1) $0,5 < d < 1$; 2) $0,33 < d < 0,5$; 3) $0,2 < d < 0,3$; 4) $0,1 < d < 0,2$; 5) $0,31 < d < 0,33$.

XIV. Нулевое решение системы устойчиво:

- 1) $x' = x, y' = 2y$; 2) $x' = 2x, y' = y$; 3) $x' = -x, y' = y$; 4) $x' = -x, y' = -2y$;
5) $x' = x, y' = -y$;

XV. Особая точка $(0,0)$ системы является седлом:

- 1) $x' = 3x, y' = 2x + y$; 2) $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$; 3) $x' = x, y' = 2x - y$; 4) $x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$; 5) $x' = 3x + y, y' = y - x$.

XVI. Выражение $z = f(x^2 + y^2)$ есть общее решение уравнения:

- 1) $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 2) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 3) $2y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 4) $y \frac{\partial z}{\partial x} - 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$;
5) $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

Тест №2

по дифференциальным уравнениям

I. Функция $y = x + C\sqrt{1+x^2}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнение:

- 1) $(xy - 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$; 2) $(xy + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$; 3) $(xy + 1)dx + (x^2 + 1)dy = 0$.

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = 2y$ имеют вид:

- 1) $xy = C$; 2) $y = C + x^2$; 3) $y = Cx^2$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

- 1) $(x - y + 1)dx + (x + y)dy = 0$; 2) $x dy = (y + \sqrt{x^2 - y^2})dx$; 3) $(x + 2y)dx - (x + 1)dy = 0$.

IV. Заменой $z = y^{-1}$ к линейному приводится уравнение:

1) $y^3 y' - xy = x$; 2) $y' + x^2 y = xy^2$; 3) $y^2 y' - xy = x^2$.

V. Последовательные приближения $y_0(x), y_1(x), y_2(x)$ в задаче Коши

$y' = x - y^2, y(0) = 0$ имеют вид:

1) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{10}$; 2) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{20}$;

3) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{20}$.

VI. Общим решением уравнения $y''' - \frac{1}{x} y'' = 0$ является:

1) $y = x^2 + C_1 x + C_2$; 2) $y = C_1 x + C_2$; 3) $y = C_1 x^2 + C_2 x + C_3$.

VII. Определитель Вронского системы функций $5, \cos^2 x, \sin^2 x$ равен:

1) 1; 2) -1; 3) 0.

VIII. Уравнение не является уравнением в полных дифференциалах:

1) $(x + y)dx + (x - y + 1)dy = 0$; 2) $(2x + y)dx + (x - 3y + 4)dy = 0$; 3)

$\left(1 + \frac{y}{x}\right)dx + \left(1 - \frac{y-1}{x}\right)dy = 0$.

IX. Функции $y_1 = e^{2x}, y_2 = e^{-2x}$ образуют фундаментальную систему решений уравнения:

1) $y'' + 4y = 0$; 2) $y'' - 4y = 0$; 3) $y'' - 2y = 0$.

X. Функция $y = x^2$ является частным решением уравнения:

1) $x^3 y''' - xy' - 3y = -5x^2$; 2) $x^3 y''' - xy' - 3y = x^2$; 3) $x^3 y''' + xy' - 3y = x^2$.

XI. Общим решением системы $\frac{dx}{dt} = x \sin t, \frac{dy}{dt} = x e^{\cos t}$ является:

1) $x = C_1 e^{\cos t}, y = C_1 t + C_2$; 2) $x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 t + C_2$; 3)

$x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 + C_2 t$.

XII. Соотношение $\varphi = t^2 + 2xy$, является первым интегралом системы уравнений:

$$1) \frac{dx}{dt} = -y, \frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - t}{x}; \quad 2) \frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x; \quad 3) \frac{dx}{dt} = x - y, \frac{dy}{dt} = y - 4x.$$

XIII. Выражение $x = C_1 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-t} \begin{pmatrix} 2t \\ 2t-1 \end{pmatrix}$ есть общее решение системы:

$$1) \frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad 2) \frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}; \quad 3)$$

$$\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

XIV. Решения системы $\frac{dx}{dt} = -x + \alpha y, \frac{dy}{dt} = \alpha x - y$ асимптотически устойчивы, если:

$$1) -2 < \alpha < -1; \quad 2) 1 < \alpha < 2; \quad 3) -1 < \alpha < 1.$$

XV. Функция $V(x, y)$ является знакоопределённой:

$$1) V(x, y) = x^2 + y^2; \quad 2) V(x, y) = (x + y)^2; \quad 3) V(x, y) = x^2 - y^2.$$

XVI. Положение равновесия системы уравнений устойчивый узел:

$$1) \frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y; \quad 2) \frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y; \quad 3)$$

$$\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y.$$

XVII. Функция $z = x^3 + y^2 + 1$ есть решения уравнения:

$$1) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0; \quad 2) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0; \quad 3) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0.$$

XVIII. Расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равному нулю) решения уравнения $y'' + \pi^2 y = 0$ равно:

$$1) 2; \quad 2) 1; \quad 3) 0,5.$$

по дифференциальным уравнениям

I. Функция $y = Cx + \frac{C}{\sqrt{1+C^2}}$, где $C \in R$, является решением

дифференциального уравнение:

$$1) y + xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 2) y - xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 3) y - xy' = \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y'}$$

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = -y$ имеют вид:

$$1) y = Cx; \quad 2) y = C + x; \quad 3) xy = C.$$

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

$$1) y = xy' + 1; \quad 2) y = xy' + y^2; \quad 3) yy' = x.$$

IV. Решением дифференциального уравнения $y' + y = 2$ являются:

$$1) y = x; \quad 2) y = 2; \quad 3) y = -2.$$

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

$$1) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xdy = 0; \quad 2) \sqrt{x^2 - y^2} dx + dy = 0; \quad 3) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xydy = 0.$$

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

$$1) (y^2 + 1)dx - xdy = 0; \quad 2) (x - y)dx + (x + y)dy = 0; \quad 3)$$

$$(x - y)dx + (-x + y)dy = 0.$$

VII. Функция $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$ - является интегрирующим множителем

уравнения:

$$1) \left(1 + \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0; \quad 2) \left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0;$$

$$3) \left(1 - \frac{x}{y}\right)dx + \left(2xy - \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0.$$

VIII. Функция линейно зависима:

1) $1, x$; 2) $\sin x, \cos x$; 3) $\sin^2 x, \cos^2 x$.

IX. Функции $y_1 = e^x, y_2 = e^{-x}$ образуют фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения:

1) $y'' - y = 0$; 2) $y'' + y = 0$; 3) $y'' - 4y = 0$.

X. Особая точка (положение равновесия) системы уравнения является седлом:

1) $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$; 2) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$; 3) $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$.

XI. Сколько особых точек (положений равновесия) имеет система

уравнений - $\frac{dx}{dt} = x^2 - y^2 - 5, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 13$:

1) 2; 2) 3; 3) 4.

XII. Функция $V(x, y)$ является знакопостоянной:

1) $V(x, y) = x^4 + y^4$; 2) $V(x, y) = (x - y)^2$; 3) $V(x, y) = x^2 - y^2$.

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \frac{1}{4} \pi^2 y = 0$ равно:

1) 2; 2) 3; 3) 0,5.

XIV. С помощью функции $V(x, y) = x^2 + y^2$ можно установит неустойчивость тривиального решения системы:

1) $x' = -x, y' = -y$; 2) $x' = -x + 2y, y' = -2x - y$; 3) $x' = x - y, y' = -x + y$.

XV. Особая точка системы $\frac{dx}{dt} = x(x + y - 2), \frac{dy}{dt} = y(1 - x)$ является фокусом:

1) $O_1(0,0)$; 2) $O_2(1,1)$; 3) $O_3(2,0)$.

XVI. Функция $u(x, y) = \ln x + \ln y$ является решением уравнения:

$$1) x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2; \quad 2) y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 1; \quad 3) x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1.$$

Задачи для тестирования по разностным уравнениям:

Найти общее решение :

$$1) y(k-1) + 2y(k-2) + 6y(k-3) = 0;$$

$$2) y(k) - 9y(k-2) = 0;$$

$$3) y(k+3) + 2\sqrt{3}y(k+2) + 3y(k+1) = 0;$$

$$4) y(k+1) - 8y(k) + 16y(k-1) = 0;$$

$$5) y(k+3) + 10y(k+2) + 25y(k+1) = 0$$

$$6) y(k) + 125y(k-2) = 0;$$

$$7) y(k+3) + 25y(k+1) = 0;$$

$$8) y(k-1) + 49y(k-3) = 0;$$

$$9) y(k+2) + 2y(k) - 63y(k-2) = 0;$$

$$10) y(k+3) + 20y(k+1) - 125y(k-1) = 0;$$

$$11) y(k-1) + 5y(k-2) + 6y(k-3) = 4k;$$

$$12) y(k+2) - 8y(k+1) + 12y(k) = 2^k;$$

$$13) y(k) - 16y(k-2) = 4k + 3;$$

$$14) y(k+2) + 6y(k+1) + 8y(k) = 4^k;$$

$$15) y(k+2) + 9y(k+1) + 20y(k) = 3k + 3;$$

$$16) y(k+2) - 9y(k+1) + 8y(k) = 8^k;$$

$$17) y(k+2) + 19y(k+1) + 90y(k) = 2k + 1;$$

$$18) y(k+2) - 8y(k+1) + 7y(k) = 7^k;$$

$$19) 2y(k+2) + 4y(k+1) + 4y(k) = 2^{\frac{k}{2}} \cos \frac{\pi}{4} k;$$

$$20) y(k+2) + 16y(k) = 4 \cos \frac{\pi}{2} k;$$

$$21) y(k+2) + 2\sqrt{3}y(k+1) + y(k) = 2^k \cos \frac{\pi}{6} k;$$

$$22) y(k+2) + 9y(k) = 3 \sin \frac{\pi}{2} k;$$

$$23) \Delta^2 y_k + 8y_k + 16y(k) = (-3)^k$$

$$24) \Delta^2 y_k + 2y_k + 10y(k) = 3^k \cos \frac{\pi}{2} k$$

$$25) \Delta^2 y_k + 4y_k + 5y(k) = \cos \frac{3\pi}{2} k$$

$$26) \Delta^2 y_k + 2y_k - 3y(k) = 2^k (k+1)$$

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценка за модуль определяется как сумма баллов за текущую и контрольную работу.

Коэффициент весомости баллов, набранных за текущую и контрольную работу, составляет 0,5/0,5.

Текущая работа включает оценку аудиторной и самостоятельной работы.

Оценка знаний студента на практическом занятии (аудиторная работа) производится по 100-балльной шкале.

Оценка самостоятельной работы студента (написание эссе, подготовка доклада, выполнение домашней контрольной работы и др.) также осуществляется по 100-балльной шкале.

Для определения среднего балла за текущую работу суммируются баллы, полученные за аудиторную и самостоятельную работу, полученная сумма делится на количество полученных оценок.

Итоговый балл за текущую работу определяется как произведение среднего балла за текущую работу и коэффициента весомости.

Если студент пропустил занятие без уважительной причины, то это занятие оценивается в 0 баллов и учитывается при подсчете среднего балла за текущую работу.

Если студент пропустил занятие по уважительной причине, подтвержденной документально, то преподаватель может принять у него отработку и поставить определенное количество баллов за занятие. Если преподаватель по тем или иным причинам не принимает отработку, то это занятие при делении суммарного балла не учитывается.

Контрольная работа за модуль также оценивается по 100-балльной шкале. Итоговый балл за контрольную работу определяется как произведение баллов за контрольную работу и коэффициента весомости.

Критерии оценок аудиторной работы студентов по 100-балльной шкале:

«0 баллов» - студент не смог ответить ни на один из поставленных вопросов

«10-50 баллов» - обнаружено незнание большей части изучаемого материала, есть слабые знания по некоторым аспектам рассматриваемых вопросов

«51-65 баллов» - неполно раскрыто содержание материала, студент дает ответы на некоторые рассматриваемые вопросы, показывает общее понимание, но допускает ошибки

«66-85 баллов» - студент дает почти полные ответы на поставленные вопросы с небольшими проблемами в изложении. Делает самостоятельные выводы, имеет собственные суждения.

«86-90 баллов» - студент полно раскрыл содержание материала, на все поставленные вопросы готов дать абсолютно полные ответы, дополненные собственными суждениями, выводами. Студент подготовил и отвечает дополнительный материал по рассматриваемым вопросам.

Таблица перевода рейтингового балла в «5»-балльную шкалу

Итоговая сумма баллов по дисциплине по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
0-50	Неудовлетворительно

51-65	Удовлетворительно
66-85	Хорошо
86-100	Отлично

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) Основная литература:

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. Наука. 1984г.

2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Урсс. 2003.

3. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник для студенческих вузов А.Ф. Филиппов. - изд 2-е, испр. - М.: КомКнига, 2007. - 239с.

4. Самойленко А.М. Кривошея С.Я. Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи - М. Высшая школа. 1984 г.

5. Солодовников А.С. Бабайцев В.А. Математика в экономике: Учебник в 2 ч. М. Финансы и статистика. 1999. ч2

6. Васенкова Е.К. Волкова Е.С. Шандра И.Г. Математика для экономистов. Дифференциальные и разностные уравнения. Курс лекций. М. Фин академия, 2003. 116стр.

б) Дополнительная литература:

2. А.Ф. Филиппов, Сборник задач по дифференциальным уравнениям, 2009.

3. А.Р. Эфендиев, Дифференциальные уравнения (пособие), ДГУ, 2002 г.

4.А.Р. Эфендиев, Практикум по дифференциальным уравнениям (пособие), ДГУ, 2001 г.

5.Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. -М.-С.Пб.: Физматлит, 2001.

в)Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

1. Международный научно-образовательный сайт EqWorld [Электронный ресурс] : Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>, свободный. – Загл. с экрана.
2. DMVN [Электронный ресурс] : [портал учебных материалов для студентов мехмата МГУ им. М.В. Ломоносова]. – Режим доступа: <http://dmvn.mexmat.net>, свободный. – Загл. с экрана.
- 3..Википедия [Электронный ресурс] : [свобод. Интернет-энцикл.] – Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org>, свободный. – Русскояз. часть междунар. проекта «Википедия».
4. Образовательный математический сайт «Экспонента»
<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/ode/>
5. Мир математических уравнений <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/methods/method-ode.htm>
6. Allmath.ru . Вся математика в одном месте!
<http://www.allmath.ru/highermath/mathanalysis/mathanalysis30/mathanalysis.htm>
7. Математическое бюро. http://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=madiff в)

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые

основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплин "Дифференциальные и разностные уравнения" рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов