

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ:
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа

Направление:

03.03.02. Физика

Профили подготовки

«Фундаментальная физика», «Медицинская физика»

Махачкала 2017

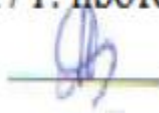
Рабочая программа по дисциплине: "Дифференциальные уравнения "

составлена в 2017 году в соответствии с ФГОС ВО по направлению : 11.03.04 Электроника и нанoeлектроника (уровень бакалавриат). Приказ Минобрнауки России № 937 от 7.08.2014 г.

разработчик: кф.-м.н. доцент кафедры
дифференциальных уравнений и функционального анализа
Джабраилова Лейла Мусаевна

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании
кафедры: дифференциальных уравнений и функционального
анализа от "22" марта 2017 г. протокол № 6

Заведующий кафедрой



Сиражудинов М.М.

на заседании Методического совета факультета
Математики и компьютерных наук от 24 марта 2017 г.

Председатель



Рабочая программа согласована с
учебно-методическим
управлением 30.03.2017 г.



Содержание

Аннотация рабочей программы дисциплины

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения)
4. Объем, структура и содержание дисциплины
5. Образовательные технологии
6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аннотация рабочей программы дисциплины.

Дисциплина "Дифференциальные уравнения" входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению (специальности) **03.03.02 Физика**

Дисциплина реализуется на факультете математики и компьютерных наук кафедрой дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с формированием и развитием у студентов профессиональных и специальных компетенций, позволяющих им на базе освоенных теоретических и практических основ математического аппарата осуществлять профессиональную деятельность.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: профессиональных – **ОК-6, ОК-8, ОК-7, ОК-10, ОК-11, ОК-14, ПК-3, ПК-4, ПК-2, ПК-17, ПК-18, ПК-20, ПК-21, ПК-22.**

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: **лекции, практические занятия, самостоятельная работа.**

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение следующих видов контроля успеваемости в форме **контрольная работа, коллоквиум и тестирование** и промежуточный контроль в форме **экзамена.**

Объем дисциплины 4 зачетных единиц, в том числе в 144 академических часах по видам учебных занятий

Семес тр	Учебные занятия						СРС, в том числе экзамен	Форма промежуточной аттестации (зачет, дифференцирова нный зачет, экзамен
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							
	Все го	из них Лекц ии	Лабораторн ые занятия	Практическ ие занятия	КСР	консул ьтации		
3	108	18		30			60	экзамен

1. Цели освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины "Дифференциальные уравнения" является формирование современных теоретических знаний в области обыкновенных дифференциальных уравнений и практических навыков в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина " Дифференциальные уравнения " входит в базовую часть математического и естественно - научного цикла.

Является одним из начальных разделов современной математики и играет важную роль в осознанном освоении других математических и прикладных

дисциплин, т.к. методы дифференциальных уравнений находят самое широкое применение во многих науках, на первый взгляд, весьма отдаленных от математики. Эта дисциплины вместе с математическим анализом, теорией функции комплексного и действительного переменного являются фундаментом, на котором строится вся математическая наука.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения).

Компетенции	Формулировка компетенции из ФГОС ВО	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)
ОК-6	Способность применять в научно-исследовательской и профессиональной деятельности базовые знания в области фундаментальной и прикладной математики и естественных наук	<p>Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для исследования дифференциальных уравнений и их систем.</p> <p>Владеть: навыками и методами исследования решений дифференциальных уравнений и их систем.</p>
ОК-8	Способность и постоянная готовность совершенствоваться и углублять свои знания	<p>Знать: основные методы теории дифуравнений, постановки основных классических задач.</p> <p>Уметь: решать задачи приводящие к дифференциальным уравнениям</p> <p>Владеть: основными методиками углубления знаний.</p>
ОК-7	Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе	<p>Знать: методы работы с научно - технической информацией</p> <p>Уметь: применять полученные знания для постановки новых задач.</p> <p>Владеть: методами исследования решений дифуравнений и их систем ,методами качественного анализа дифференциальных уравнений.</p>

ОК-10	Способность быстро находить, анализировать и грамотно обрабатывать научно-техническую, естественно-научную и общенаучную информацию	<p>Знать: методы работы с научно - технической информацией</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как уравнения в частных производных, методы матфизики.</p> <p>Владеть: основными приемами и методами анализа и обработки научных статей, рефератов, докладов.</p>
ОК-11	Обладать фундаментальной подготовкой в области фундаментальной математики и готовностью к использованию полученных знаний в профессиональной деятельности	<p>Знать: основные теоремы курса дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: решать классические задачи физики и прикладной математики с помощью дифференциальных уравнений.</p> <p>Владеть: методами исследования и методами составления математических моделей в виде дифференциальных уравнений и их систем.</p>
ОК-14	Способность к анализу и синтезу информации, полученной из любых источников.	<p>Знать: базовые источники информации такие как классические учебники и пособия по дифуравнениям.</p> <p>Уметь: работать с литературой по фундаментальным разделам математики, синтезировать и анализировать полученные знания.</p> <p>Владеть: методами математического анализа, методами исследования решений дифуравнений.</p>
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.	<p>Знать: постановку задачи Коши, ее геометрический и физический смысл, теорему существования и единственности решения дифуравнения, исследовать на устойчивость решения.</p> <p>Уметь: строить математические модели задач физики, механики и т.д.</p> <p>Владеть: методами и приемами решения</p>

		задач в различных областях математики.
ПК-3, ПК-4, ПК-5	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата .	Знать: основные теоремы теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин. Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач; провести исследование задачи Коши, исследовать на устойчивость решения дифференциальных уравнений. Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации.
ПК-18, ПК-17	способностью публично представлять собственные и известные научные результаты .	Знать: каким образом извлекать полезную научно-техническую информацию из электронных библиотек, журналов и сети Интернет. Уметь: оформлять полученные научные результаты и представлять их в грамотной форме в виде доклада на научных конференциях. Владеть: методами представления научных результатов в любой форме в научных журналах в виде статей и докладов.
ПК-20, ПК-21, ПК-22	Способность к решению прикладных и инженерно-физических задач, анализа их решений и составлению математических моделей в виде дифуравнений и их систем. Способность к самостоятельному научному мышлению.	Знать: методы и алгоритмы моделирования при решении инженерно-физических задач Уметь: видеть проблему , ставить и формулировать задачу в любой форме в представлении математических и естественно -научных знаний Владеть : методами моделирования практических задач с помощью дифференциальных уравнений , навыками применения качественного анализа решений.

4. Объем, структура и содержание дисциплины.

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов.

4.2. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц 108 часов

№	Раздел дисциплины	Все го	Виды учебной работы, включая сам.раб. студ-в и трудоемк. (в час.)			Экзамен	Формы текущ.контр. успе-ти. Форма промежут. аттестации
			лек.	пр. зан.	сам. раб.		
Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка							
	Раздел1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	12	2	6	4		Контрольная работа
	Раздел 2. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	12	4	4	4		Контрольная работа
	Раздел 3. Уравнения, неразрешенные относительно производной	12	2	4	6		Коллоквиум
	Итого за модуль	36	8	14	14		
Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков							
4	Раздел 4. Дифференциальные уравнения высших порядков..	12	4	6	2		Контрольная работа
6	Раздел 5. Линейные уравнения n-го порядка	12	2	6	4		Контрольная работа
	Раздел 6. Системы линейных дифференциальных уравнений	12	4	4	4		
	Итого за модуль 2	36	10	16	10		
10	Подготовка к экзамену					36	экзамен
	ИТОГО		18	30	24	36	

4.3.Содержание тем программы.

Модуль 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Целью изучения модуля «Дифференциальные уравнения первого порядка» является овладение студентами знаний интегрируемых типов дифференциальных уравнений первого порядка.

Основными задачами модуля являются изучение методов интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, установление достаточных условий существования и единственности задачи Коши, два метода нахождения особых решений.

В результате усвоения модуля студент должен иметь целостное представление о составлении дифференциальных уравнений заданного семейства линий.

Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Историческая справка. Технические, геометрические и биологические задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения первого порядка. Частное решение, общий интеграл, общее решение, поле направлений, изоклины. Составление дифференциальных уравнений семейства линий.

Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящие к ним.

Понятие дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Приведение его к уравнению с разделенными переменными.

Понятие однородной функции любого порядка. Формула Эйлера. Понятие однородного дифференциального уравнения и метод приведения его к уравнению с разделяющимися переменными. Типы уравнений, приводящиеся к однородным уравнениям.

Тема 3. Линейное уравнение 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

Однородные линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Неоднородные линейные уравнения первого порядка. Свойства этих уравнений. Взаимосвязь этих уравнений. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному неоднородному уравнению. Возможность обобщения последнего.

Тема 4. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Определение полного дифференциала функции двух переменных и его связь с уравнением в полных дифференциалах. Существование бесконечного множества интегрирующих множителей у любого дифференциального уравнения первого порядка с непрерывно дифференцируемыми коэффициентами.

Тема 5. Теорема Коши для уравнений первого порядка.

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Метод последовательных приближений Пикара. Условие Липшица. Анализ случаев необходимых и достаточных условий. Вопросы продолжения решений. Приложения к приближенным решениям дифференциальных уравнений.

Тема 6. Уравнения, неразрешенные относительно производной.

Нахождение решений методом введения параметра. Уравнение Лагранжа. Уравнение Клеро. Огибающая семейства решений (прямых) уравнения Клеро.

Тема 7. Особые решения.

Понятие особого решения дифференциального уравнения первого порядка. Два метода нахождения особого решения. Склеенные решения.

Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n - го порядка.

Целью изучения данного модуля является овладение студентами знаний проведения одного уравнения высшего порядка к системе уравнений первого порядка.

Студент должен освоить методы решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, приложение их в колебательных процессах.

Тема 1. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Дифференциальные уравнения, разрешимые в квадратурах. Функция Коши. Однородные и обобщенно – однородные дифференциальные уравнения относительно различных переменных и методы понижения порядка.

Тема 2. Общая теория линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Определение, общие свойства, фундаментальная система, определитель Вронского. Построение общего решения однородного уравнения. Формула Остроградского – Лиувилля. Построение однородного дифференциального уравнения по заданной фундаментальной системе.

Тема 3. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Однородные линейные дифференциальные уравнения n -го порядка и их свойства. Характеристическое уравнение. Случай различных характеристических корней (действительных и мнимых). Определитель Вандер-монда. Случай кратных характеристических корней. Использование формулы Лейбница при построении фундаментальной системы. Нахождение частного решения неоднородного уравнения по виду правой части. Уравнение гармонических колебаний. Резонанс. Уравнения Бесселя, Чебышева и др.

Тема 4. Уравнение Эйлера. Неоднородные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

Решение уравнений с помощью рядов.

Различные модификации однородного и неоднородного дифференциального уравнения Эйлера. Метод преобразования уравнения Эйлера в уравнение с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 5. Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля.

Понятие о краевых задачах. Функция Грина. Задача Штурма – Лиувилля.

Тема 6. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений

Определение, общие свойства.

Теорема Коши. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Остроградского – Лиувилля. Построение общего решения линейной однородной системы.

Построение однородной линейной системы по заданной фундаментальной системе. Нахождение частного решения неоднородной системы методом вариации произвольных постоянных.

Тема 7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие о теории устойчивости Ляпунова.

Метод Эйлера нахождения частных решений. Характеристическое уравнение. Случай действительных различных корней.

Случай кратных корней:

первый подслучай – число кратности совпадает с числом независимых собственных векторов;

второй подслучай – число независимых собственных векторов меньше числа кратности характеристического корня. Метод неопределенных коэффициентов. Исследование траекторий в окрестности особых точек.

Понятие особой точки системы. Однородная система двух линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Случай седла, узлов, фокуса и центра. Метод построения траекторий системы. Условия грубости системы. Исследование Фроммера. Понятие о предельных циклах.

Понятие устойчивости по Ляпунову. Метод функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости тривиального решения системы дифференциальных уравнений (второй метод).

Тема 8. Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.

Дифференциальные уравнения в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных .

4.4. Темы практических занятий

Модуль 1.

Тема 1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Занятие 1. (в аудитории и вне аудитории)

1. Решение с помощью изоклин.
2. Составление дифференциальных уравнений.

(номера задач из сборника № 13, 15, 21, 31, 2, 10, 16, 22, 34)

Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и приводящиеся к ним

Занятие 1.

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Задача, приводящая к уравнению первого порядка.
3. Однородные уравнения.

(№ 51, 52, 84, 85, 101, 102)

4. Уравнения, приводящиеся к однородным.

(№ 113, 114, 132, 133).

Тема 3. Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

Занятие 1.

1. Однородное линейное уравнение
2. Неоднородное уравнение.

3. Уравнение Бернулли и его приведение к линейному.
(№ 140, 167, 173, 174, 175)

Тема 4. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Занятие 1.

1. Уравнение в полных дифференциалах.
2. Интегрирующий множитель.
(№ 190, 191, 195, 196, 218, 219)

Тема 5. Теорема Коши для уравнения первого порядка.

Занятие 1.

1. Метод последовательных приближений Пикара.
2. Условия единственности решения.
(№ 221(а), 223(а), 225(б), 226(б), 227(а,г), 229(а,б), 230(а,б)).

Тема 6. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Занятие 1.

1. Примеры уравнений, неразрешенные относительно производной.
2. Уравнения, решаемые методом введения параметра.
(№ 241, 242, 267, 268, 283, 284).
3. Уравнение Лагранжа.
4. Уравнение Клеро.
(№ 297, 288, 289, 290, 295, 296).

Тема 7. Особые решения.

Занятие 1.

1. Нарушение условия Липшица. Понятие особого решения.
2. Уравнения, для которых существуют необходимые и достаточные признаки особых решений.
(№ 259, 260, 261, 262, 263, 264).

Модуль 2.

Тема 1. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Занятие 1.

1. Уравнения, разрешимые в квадратурах.
2. Уравнения, однородные относительно части переменных.
3. Уравнения, левая часть которых есть полный дифференциал.
(№ 422, 448, 463, 464, 501, 502).

Тема 2. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений n -го порядка.

Занятие 1, 2.

1. Линейные преобразования
2. Линейная зависимость и независимость функций.
3. Построение уравнения по заданной системе решений.
(№ 641, 642, 649, 650, 661, 662, 665, 667, 673, 681, 682, 704, 705, 719).

Тема 3. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Занятие 1.

1. Однородные уравнения.
2. Случай различных характеристических корней.
(№ 511, 512, 513, 514, 517, 518).
3. Случай кратных характеристических корней.
4. Составление однородных уравнений.
(№ 522, 523, 524, 527, 613, 615).

Занятие 2.

1. Неоднородные системы.
2. Метод вариации постоянных
3. Метод неопределенных коэффициентов.
(№ 537, 538, 575, 577, 601, 602).

Тема 4. Уравнение Эйлера.

Занятие 1.

1. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами.
2. Преобразование уравнений.
(№ 593, 594, 599, 600).

Тема 5. Краевые задачи. Задача Штурма – Лиувилля.

Занятие 1.

1. Понятие о краевой задаче.
2. Функция Грина.
3. Задача Штурма – Лиувилля.
(№ 751, 753, 755, 764, 766, 767, 770, 771, 782, 784, 785)

Тема 6. Общая теория линейных систем дифференциальных уравнений

Занятие 1.

1. Условие существования и единственности решений.
2. Фундаментальная система решений. (№ 846, 876).

Тема 7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятие о теории устойчивости Ляпунова.

Занятие 1.

1. Решение систем методом исключения переменных.
2. Построение однородных систем по заданным решениям.
3. Решение однородных систем методом Эйлера.

(№ 786, 787, 788, 789, 790, 791, 800, 801, 802, 803, 804).

4. Случай кратных корней характеристического уравнения.

(№ 808, 809, 810, 811, 812).

5. Неоднородные системы линейных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных. (№ 834, 847, 848, 849).

6.

Занятие 2.

1. Непосредственное исследование на устойчивость тривиального решения.

2. Исследование устойчивости по первому приближению.

3. Нахождение области асимптотической устойчивости. (№ 882, 883, 901, 903, 907, 909, 912).

4. Исследование устойчивости с помощью функции Ляпунова. (№ 923, 927, 928, 929).

5. Образовательные технологии.

В ходе освоения дисциплины предусматривается применение следующих активных методов обучения

1. Выполнение практических заданий с элементами исследования.

2. Отчетные занятия по разделам.

3. Выполнение студентами индивидуальной исследовательской работы по анализу заданий с поиском и выбором метода их решения.

4. Разбор конкретных заданий.

5. Круглые столы.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

1. Подготовка к практическим занятиям.

2. Решение задач.

3. Подготовка к коллоквиуму.

4. Подготовка к контрольной работе.

5. Подготовка к экзамену.

Разделы и темы для самостоятельного изучения	Виды и содержание самостоятельной работы	Литература
Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.	1. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Классические задачи динамики, статики и механики.	
Тема 1. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность. Автономные уравнения.	Доклады на тему: 1. Задача Коши для уравнений 1 порядка и систем дифуравнений. 2. Фазовый портрет и динамика.	[1], [7]
Тема 2. Операционный метод и его применение к решению	Доклады на тему: 1. Метод Рунге-Кутты и его	[3], [6]

дифференциальных уравнений и систем.	применение для решения дифференциального уравнения.	
Тема 3.Метод изоклин и его использование для приближенного построения интегральных кривых.	Доклады на тему: 1.Непрерывная зависимость решения от начальных условий и параметра.	[2], [4]
Тема 4 .Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости	Доклад на тему: Фазовый портрет системы дифуравнений.	
Тема 5. Решение уравнений с помощью рядов.	Доклады на тему: 1.Численные методы решения дифуравнений.	[2], [7]
Тема 6 .Краевые задачи	Доклады на тему:1.Задача Штурма - Лиувилля . 2.Функция Грина и ее построение..	[2], [6]
Тема 7. Непростые неподвижные точки. Устойчивость.	Доклады на тему: 1. Некоторые дифференциальные модели в биологии и химической кинетике и физике. Примеры полного качественного исследования	[5], [7]

7. Фонд оценочных средств, для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

Компетенция	Знания, умения, навыки	Процедура освоения
ОПК-1	Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	Уметь: интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков	Письменный опрос, коллоквиум.
	Владеть: всеми основными методами решения дифуравнений и их систем. Методы исследования на устойчивость решений систем.	Круглый стол.
ОПК-3	Знать: взаимосвязи предметов математического направления между собою.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование.
	Уметь: применять полученные знания для решения задач в различных областях математических наук, таких как математический анализ, дифференциальные уравнения и других.	Письменный опрос, коллоквиум.

	Владеть: методами и приемами решения задач в различных областях математики.	Круглый стол
ПК-1	Знать: основные направления развития теории дифференциальных уравнений, а также других математических дисциплин.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения задач в качественном анализе дифуравнений на практике; использовать приложения для решения разнообразных задач математики.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами ; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ исследования динамических систем.	Круглый стол
ПК-2	Знать: основные теоремы и постановки классических задач теории дифуравнений, типы дифуравнений и основные методы их решений.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: ставить цели и задачи в виде дифуравнений, строить общее и частное решение, интегрировать основные типы уравнений, строить математическую модель физической задачи , пользоваться аналитическими и численными методами при решении задач.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: приема и методами построения особых и частных решений, исследования устойчивости решений; технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол
ПК-3	Знать: формулировки основных теорем теории дифуравнений и матанализа, классификацию уравнений и методов решений .	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: доказывать теорему Коши и другие теоремы теории дифуравнений, решать основные типы уравнений первого порядка и высших порядков, исследовать на устойчивость решения систем дифуравнений, создавать математическую модель физических задач.	Письменный опрос, коллоквиум

	Владеть: процедурой обработки результатов исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации.	Круглый стол
ПК-4	Знать: каким образом донести полученные знания по дифуравнениям до широкой студенческой аудитории, с использованием интернет ресурсов.	Устный опрос, письменный опрос, тестирование
	Уметь: ставить задачу исследования, правильно формулировать полученный результат исследования в виде статьи и научного доклада, делать презентации с использованием современных информационных технологий; самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.	Письменный опрос, коллоквиум
	Владеть: основами программирования и численными методами решения классических задач математики, технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	Круглый стол

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

ОПК-1-Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: основные определения и теоремы курса дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: определять тип дифуравнения, решать уравнения и их системы, находить общие и частные решения, особые решения,</p> <p>Владеть: основными методами решения автономных дифуравнений и систем дифуравнений. Методами качественного анализа систем дифуравнений и оценка устойчивости решений систем.</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

ОПК-3-Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: постановки классических задач теории дифуравнений и матем. анализа, задачи физики сводящиеся к решению с помощью дифуравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для самостоятельного исследования, уметь составлять математические модели физических задач.</p> <p>Владеть: основными методами решений дифуравнений и их систем, методами исследования решений на устойчивость, построение фазовых портретов. Методологией и навыками решения научных и практических</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

	задач			
--	-------	--	--	--

ПК-1 – способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: основные определения и теоремы теории дифференциальных уравнений, аналитические и численные методы решения уравнений.</p> <p>Уметь: применять полученные знания для решения задач по физике, механике и т.д.</p> <p>Владеть: всеми методами исследования решений дифференциальных уравнений и качественного анализа систем уравнений на устойчивость. Методы построения математических моделей физических и прикладных задач в виде дифференциальных уравнений.</p>	Демонстрация частичных знаний без грубых математических ошибок	Умение анализировать алгоритм решения заданий и объяснять его коллективу	Умение обоснованно анализировать ответ, приводя собственные примеры

ПК-2 – способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: взаимосвязи предметов математического направления между собой.</p> <p>Уметь: интегрировать основные типы дифференциальных уравнений первого и высших порядков, доказывать теорему существования и единственности задачи Коши, исследовать особые решения, устойчивость решений систем дифференциальных уравнений.</p> <p>Владеть: методами и приемами решения задач</p>	<p>Демонстрирует частичное знание содержания процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p>При планировании и установлении приоритетов целей профессиональной</p>	<p>Демонстрирует знание содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p>	<p>Владеет полной системой знаний о содержании, особенностях процессов самоорганизации и самообразования, аргументированно обосновывает принятые решения при выборе технологий их реализации с учетом целей профессионального и личного</p>

	<p>в различных областях математики, создавать математические модели и решать их ,в том числе применяя современные информационные технологии.</p>	<p>деятельности не полностью учитывает внешние и внутренние условия их достижения.</p> <p>Владеет отдельными методами и приемами отбора необходимой для усвоения информации, давая не полностью аргументированное обоснование ее соответствия целям самообразования.</p>	<p>Планируя цели деятельности с учетом условий их достижения, дает не полностью аргументированное обоснование соответствия выбранных способов выполнения деятельности намеченным целям.</p>	<p>развития.</p> <p>Готов и умеет формировать приоритетные цели деятельности, давая полную аргументацию принимаемым решениям при выборе способов выполнения деятельности.</p> <p>Умеет строить процесс самообразования с учетом внешних и внутренних условий реализации.</p>
--	--	--	---	--

ПК-3 – способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата.

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: доказательство основных теорем теории диффуравнений, математического анализа..</p> <p>Уметь: выстраивать последовательность (алгоритм) обработки результатов исследований; применять известные методы решения систем дифференциальных уравнений на практике; использовать приложения качественной теории для решения разнообразных задач математики.</p> <p>Владеть: процедурой обработки результатов</p>	<p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками</p>	<p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает сущность общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи</p>	<p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p>

	исследований, с учетом определения достоверности получаемой информации; приемами решения альтернативными способами динамических систем дифференциальных уравнений; анализом методов и приемов выбирать наиболее оптимальный способ качественного анализа решений систем дифуравнений.	воспроизведения освоенного учебного материала по основным дисциплинам	базового уровня. Владеет навыками самостоятельно изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.	Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.
--	---	---	--	---

ПК-4 – способностью публично представлять собственные и известные научные результаты .

Уровень	Показатели (что обучающийся должен продемонстрировать)	Оценочная шкала		
		Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Пороговый	<p>Знать: каким образом донести полученные знания по дифференциальным уравнениям до широкой студенческой аудитории. Как составить наглядную презентацию и доклад по проведенному исследованию.</p> <p>Уметь: извлекать нужную информацию из известных интернет ресурсов, оформлять научные результаты в виде статей и публикаций, пользоваться современными информационными технологиями для работы.</p> <p>Владеть: основами программирования и численными методами решения классических задач математики,</p>	<p>Имеет представление о содержании отдельных разделов математики, знает терминологию, но допускает неточности в формулировках основных теорем и определений.</p> <p>Умеет решать типовые задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по основным математическим</p>	<p>Имеет представление о содержании основных разделов математики, знает терминологию, основные теоремы и законы и понимает суть общих закономерностей, изучаемых в рамках данной дисциплины.</p> <p>Умеет решать комбинированные задачи базового уровня.</p> <p>Владеет навыками</p>	<p>Имеет четкое, целостное представление о содержании основных разделов математики и общих закономерностей, изучаемых в рамках предмета.</p> <p>Умеет решать задачи повышенной сложности.</p> <p>Владеет навыками критического анализа учебной информации по основным</p>

технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.	дисциплинам	самостоятельно го изучения отдельных разделов учебной литературы по основным разделам изучаемого предмета.	разделам математики, формулировки выводов и участия в дискуссии по учебным вопросам.
--	-------------	--	--

Если хотя бы одна из компетенций не сформирована, то положительная оценки по дисциплине быть не может.

7.3. Типовые контрольные задания

1. Контрольные вопросы

1. Теорема Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка. Формулировка.
2. Однородные линейные дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка.
3. Уравнения с разделяющимися переменными
4. Исследование устойчивости по первому приближению.
5. Теорема Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка. Д-во существования решения.
6. Понятие об уравнениях в частных производных.
7. Однородные уравнения.
8. Задача Коши для линейного однородного дифференциального уравнения в частных производных 1-го порядка.
9. Теорема Коши. Доказательство единственности для дифференциальных уравнений $y' = f(x, y)$
10. Понятие о колеблющихся и не колеблющихся решениях.
11. Задачи, приводящие к понятию дифференциальных уравнений.
12. Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Случай кратных характеристических корней.
13. Линейные уравнения 1-го порядка.
14. Формулировка теоремы Коши для системы дифференциальных уравнений.
15. Уравнение Бернулли.
16. Общие свойства систем линейных дифференциальных уравнений.
17. Уравнение Лагранжа.
18. Определитель Вронского и формула Остроградского - Лиувилля для однородной линейной системы д.у.
19. Уравнение Клеро.
20. Метод вариации для линейной неоднородной системы.
21. Два метода нахождения особых решений уравнения $F(x, y, y') = 0$.
22. Построение общего решения линейной однородной системы.

23. Интегрируемые типы дифференциальных уравнений. высших порядков.
24. Линейная однородная система дифференциальных уравнений. с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.
25. Уравнения в полных дифференциалах.
26. Линейная однородная система дифференциальных уравнений. с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных характеристических корней.
27. Уравнения, приводящиеся к однородным.
28. Теорема о неколеблемости.
29. Интегрирующий множитель.
30. Теорема об устойчивости по Ляпунову.
31. Общие свойства линейных уравнений n -го порядка.
32. Теорема об асимптотической устойчивости.
33. Построение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка.
34. Особая точка. Узел.
35. Фундаментальная система решений для однородного линейного уравнения n -го порядка. Теорема существования.
36. Теорема Штурма.
37. Формула Остроградского-Лиувилля для однородного линейного дифференциального уравнения n -го порядка.
38. Первые интегралы системы дифференциальных уравнений.
39. Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения n -го порядка методом вариации произвольных постоянных.
40. Особая точка. Седло.
41. Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней.
42. Теорема сравнения.
43. Построение однородного линейного дифференциального уравнения по известным решениям.
44. Теорема об устойчивости по первому приближению.
45. Уравнение Эйлера.
46. Теорема об асимптотической устойчивости.
47. Линейное однородное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай различных действительных характеристических корней.
48. Квазилинейные уравнения в частных производных.
49. Линейное однородное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай мнимых корней.
50. Построение линейной однородной системы по заданной фундаментальной системе решений.
51. Нахождение частных решений неоднородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами по виду правой части.
52. Особая точка. Случай фокуса и центра.
53. Непрерывная зависимость решений от начальных данных.
54. Два метода нахождения особых решений уравнения $F(x, y, y') = 0$.

55. Теорема Линделефа.

Примеры для самостоятельной работы

1. Решить уравнение $y = xy' - \frac{1}{2}y'^2$.
2. Решить систему $x' = 2x - y + z, y' = x + 2y - z, z' = x - y + 2z, (\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3)$
3. Решите уравнение $(x - y + 1)dx + (-x + 2y)dy = 0$.
4. Решите систему $x' = 3x + 2y + 4e^{5t}, y' = x + 2y$.
5. Решить уравнение $xy' + y = y'^2$.
6. Решить систему $x' = x + 2y, y' = x + 5\cos t$.
7. Решить уравнение $xy' - y = x^3$.
8. При каких значениях a асимптотически устойчиво нулевое решение системы $x' = ax - 2y + x^2, y' = x + y + xy$.
9. Решить уравнение $xy' - y = x^3y^2$.
10. Исследовать систему $x' = -x + y + xy, y' = x - 7y + x^2$ на устойчивость.
11. Решить уравнение $(2x + y + 5)dx + (x - 2y)dy = 0$.
12. Исследовать на устойчивость $x' = x - y + xy, y' = x + 2y + y^2$.
13. Найти особые решения уравнения $8(y')^3 - 12(y')^2 = 27(y - x)$.
14. Решить задачу Коши для системы $\frac{dx}{dt} = 4x - 5y, \frac{dy}{dt} = x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
15. Каждая из функций семейства $y = Ce^x + \frac{4}{c}$ является решением уравнения $(y')^2 - yy' + 4e^x = 0$. Найти особые решения этого уравнения.
16. Решить задачу Коши $x' = x + y, y' = 4y - 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
17. Решить уравнение $(x - y)dx + (-x + 5y + 4)dy = 0$.
18. С помощью $V = x^2 + y^2$ исследовать систему $x' = y - x^3, y' = -x - 3y^3$ на устойчивость.
19. Решить уравнение $y''' + y' = x$.
20. С помощью функции $V = x^2 + 2y^2$ исследовать на устойчивость тривиальное решение $x \equiv 0, y \equiv 0$ системы $x' = -2y + x^2y^2, y' = x - 0,5y - 0,5x^3y$.
21. Определить тип особой точки уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{x - y}{2x + y}$.
22. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы $x' = -2x + x^2 + y^2, y' = -x + 3y + 5x^2$
23. Найти особые решения уравнения $(y')^2 - 2xy^2 + y = 0$.
24. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = \ln(e + ax) - e^y, y' = bx + \operatorname{tgy}$.
25. Решить уравнение $y = 2xy' - y'^2$.
26. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = -x + by + x^2$.
27. Являются ли функции $x, |x|, 2x + \sqrt{4x^2}$ линейно зависимыми.

28. Решить систему $x' = y + z, y' = x + z, z' = x + y$.
29. Найти общее решение уравнения $(2x^2)y'' + 2y' - 6xy = 4 - 12x^2$, зная два частных решения $y_1 = 2x, y_2 = (x+1)^2$.
30. Решить уравнение $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3y \frac{\partial u}{\partial y} + 5z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.
31. Решить уравнение $y''' - 2y'' - 3y' = x + e^{-x}$.
32. Найти решение уравнения $2x \frac{\partial z}{\partial x} - 3y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, удовлетворяющее условию $z = 2x$ при $y = 1$.
33. Найти y_0, y_1, y_2 , если $y' = x^2 - y^2, y(0) = 0$.
34. Решить систему $x' = -x + y + z, y' = x - y + z, z' = x + y - z$.
35. Найти особое решение уравнения $y = x + 2y' - (y')^2$.
36. Решить задачу Коши $x' = 4x - 5y, y' = x, x(0) = 1, y(0) = 0$
37. Построить диф. уравнение семейства кривых $x^2 + c(x - 3y) + c^2 = 0$.
38. Решить задачу Коши $x' = x + 2y, y' = 4y + 2x, x(0) = 0, y(0) = 1$.
39. Найти линии, ортогональные линиям семейства окружностей $x^2 + y^2 = 2cx$.
40. Решить систему $x' = x - y, y' = y - x$.
41. Определить тип особой точки системы $x' = 2x - y, y' = x - 3y$.
42. Решить задачу Коши $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = y^2 - x^2, z(0, y) = \frac{1}{y^2}$.
43. Решить задачу Коши $y'' - 4y' - 5y = x, y(0) = 1, y'(0) = 0$.
44. Установить тип особой точки системы $x' = 2x - 3y, y' = 4x + y$.
45. Решить задачу Коши $y'' + 4y = \cos x, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
46. Решить систему $x' = x - y - z, y' = x + y, z' = 3x + z, \lambda_1 = 1, \lambda_{2,3} = 1 \pm i$.
47. Найти расстояние между нулями решений уравнения $y'' + 6xy = 0$ на $[6;15]$.
48. Решить систему $x' = y - 5\cos t, y' = 2x + y$.
49. Оценить количество нулей любого решения уравнения $y' + 5xy = 0$ на $[5;125]$.
50. Являются ли $\varphi_1 = t^2 + 2xy, \varphi_2 = y^2 - t^2x^2$ первыми интегралами системы уравнений $x' = -y, y' = \frac{y^2 - t}{x}$.
51. Найти решение уравнения $y'' + 2xy = 0$ в виде степенного ряда.
52. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы
53. $x' = -x + \alpha y + \beta z, y' = -\alpha x - y + \alpha z, z' = -\beta x - \alpha y - z$.
54. Решить уравнение $y''' - y'' = x + 2$.
55. Найти область асимптотической устойчивости системы $x' = ax - y, y' = 2x + by$.
56. Исследовать на устойчивость тривиальное решение системы $x' = -x + 2xy^2, y' = -y - 2x^2y$.

Тесты для самостоятельной работы

Тест №1

по дифференциальным уравнениям

для студентов 2 курса МФ

I. Семейство линий $y = Cx^3$ является общим решением дифференциального уравнение:

1) $xy' = 3y$; 2) $y^2 + y'^2 = 1$; 3) $x^2y' - xy = yy'$; 4) $y' = 3y^{2/3}$; 5) $y = e^{xy/y}$.

II. Выражение $y^2 - 2 = Ce^{1/x}$ - общий интеграл дифференциального уравнения:

1) $xydx + (x+1)dy = 0$; 2) $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy$; 3) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$;

4) $xy' + y = y^2$; 5) $y' = 10^{x+y}$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $(x+2y-1)dx + xdy = 0$; 2) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$; 3) $(x+y)dx + (y-1)dy = 0$;

4) $(x^2 + y)dx - xydy = 0$; 5) $(1-x)dx + (x+y)dy = 0$.

IV. Функция $\mu(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$ - интегрирующий множитель

дифференциального уравнения:

1) $(x^2 - y)dx + x(y+1)dy = 0$;

2) $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$;

3) $(x^2 - y^2 + y)dx - xdy = 0$; 4) $xy^2(xy' + y) = 1$; 5) $(x^2 + 3\ln y)ydx = xdy$.

V. Дифференциальное уравнение $(x+1)y'' = y + \sqrt{y}$ имеет единственное решение при начальных условиях:

1) $x_0 = -1, y_0 < 0, y_0'$ - любое; 2) $x_0 = -1, y_0 > 0, y_0'$ - любое;

3) $x_0 \neq -1, y_0 = 0, y_0' = 1$; 4) $x_0 = -1, y_0 = -2, y_0' = 0$; 5) $x_0 = -1, y_0 = 0, y_0' = 0$.

VI. Функция $y = 0,25x^2$ является особым решением дифференциального уравнения:

1) $y = 2xy' - 4y'^2$; 2) $y = xy' - y'^2$; 3) $y = -xy' + 4\sqrt{y'}$; 4) $xy' - y = \ln y'$;

5) $x = y^2 + y'$.

VII. Уравнение $y'' - 2y' = 2e^x$ имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям $y(1) = -1, y'(1) = 0$:

1) $y = (7 - 3x)e^{x-2}$; 2) $y = e^{2x-1} - 2e^x + e - 1$; 3) $y = e^{2x} - 3e^x - 1$; 4)

$y = e^{-x} - e + x - 1$; 5) $y = -2x^2 + 4x + 1$.

VIII. Выражение $y = x^2e^x$ - частное решение (возможно более низкого порядка) дифференциального уравнения:

1) $y'' - 4y' + 5y = 0$; 2) $y^{IV} + 2y' + y = 0$; 3) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$.

IX. Система функций линейно зависима:

1) $x+2, x-2$; 2) $6x+9, 8x+12$; 3) $\sin x, \cos x$; 4) $1, x, x^2$; 5) e^x, e^{2x}, e^{3x} .

X. Уравнением Эйлера является:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$;

4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x-2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

XI. Функция $y = x^3$ является решением уравнение:

1) $x^2y'' - 4y' + 6y = 0$; 2) $x^2y'' - 2y' - 3y = 0$; 3) $x^2y'' - 4xy' + 6y = 0$;

4) $x^3y''' + x^2y' - y = 0$; 5) $(x-2)^2y'' - 3y' + 4y = 0$.

ХII. Функция $f(x, y)$ не удовлетворяет условию Липшица по y на прямой

$$y = -x:$$

- 1) $f(x, y) = x^2 - y^2$; 2) $f(x, y) = x + y$; 3) $f(x, y) = x^2 + y^2$; 4) $f(x, y) = 1 + \sqrt{x + y}$;
5) $f(x, y) = 1 + x + y$.

ХIII. Расстояние между соседними нулями уравнения $y'' + 2xy = 0$ на $[20; 45]$ удовлетворяет оценкам:

- 1) $0,5 < d < 1$; 2) $0,33 < d < 0,5$; 3) $0,2 < d < 0,3$; 4) $0,1 < d < 0,2$;
5) $0,31 < d < 0,33$.

ХIV. Нулевое решение системы устойчиво:

- 1) $x' = x, y' = 2y$; 2) $x' = 2x, y' = y$; 3) $x' = -x, y' = y$; 4) $x' = -x, y' = -2y$;
5) $x' = x, y' = -y$;

ХV. Особая точка $(0, 0)$ системы является седлом:

- 1) $x' = 3x, y' = 2x + y$; 2) $x' = x + 3y, y' = -6x - 5y$; 3) $x' = x, y' = 2x - y$; 4)
 $x' = -2x - 5y, y' = 2x + 2y$; 5) $x' = 3x + y, y' = y - x$.

ХVI. Выражение $z = f(x^2 + y^2)$ есть общее решение уравнения:

- 1) $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 2) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 3) $2y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 4) $y \frac{\partial z}{\partial x} - 2x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$;
5) $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

Тест №2

по дифференциальным уравнениям
для студентов 2 курса

I. Функция $y = x + C\sqrt{1 + x^2}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнения:

- 1) $(xy - 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$; 2) $(xy + 1)dx - (x^2 + 1)dy = 0$;
3) $(xy + 1)dx + (x^2 + 1)dy = 0$.

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = 2y$ имеют вид:

- 1) $xy = C$; 2) $y = C + x^2$; 3) $y = Cx^2$.

III. Дифференциальное уравнение является однородным:

- 1) $(x - y + 1)dx + (x + y)dy = 0$; 2) $x dy = (y + \sqrt{x^2 - y^2})dx$;
3) $(x + 2y)dx - (x + 1)dy = 0$.

IV. Заменой $z = y^{-1}$ к линейному приводится уравнение:

- 1) $y^3 y' - xy = x$; 2) $y' + x^2 y = xy^2$; 3) $y^2 y' - xy = x^2$.

V. Последовательные приближения $y_0(x), y_1(x), y_2(x)$ в задаче Коши $y' = x - y^2, y(0) = 0$ имеют вид:

- 1) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^5}{10}$; 2) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{20}$;
3) $y_0(x) = 0, y_1(x) = \frac{x^2}{2}, y_2(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{20}$.

VI. Общим решением уравнения $y''' - \frac{1}{x}y'' = 0$ является:

- 1) $y = x^2 + C_1x + C_2$; 2) $y = C_1x + C_2$; 3) $y = C_1x^2 + C_2x + C_3$.
- VII. Определитель Вронского системы функций $5, \cos^2 x, \sin^2 x$ равен:
1) 1; 2) -1; 3) 0.
- VIII. Уравнение не является уравнением в полных дифференциалах:
1) $(x + y)dx + (x - y + 1)dy = 0$; 2) $(2x + y)dx + (x - 3y + 4)dy = 0$;
3) $\left(1 + \frac{y}{x}\right)dx + \left(1 - \frac{y-1}{x}\right)dy = 0$.
- IX. Функции $y_1 = e^{2x}, y_2 = e^{-2x}$ образуют фундаментальную систему решений уравнения:
1) $y'' + 4y = 0$; 2) $y'' - 4y = 0$; 3) $y'' - 2y = 0$.
- X. Функция $y = x^2$ является частным решением уравнения:
1) $x^3 y''' - xy' - 3y = -5x^2$; 2) $x^3 y''' - xy' - 3y = x^2$; 3) $x^3 y''' + xy' - 3y = x^2$.
- XI. Общим решением системы $\frac{dx}{dt} = x \sin t, \frac{dy}{dt} = xe^{\cos t}$ является:
1) $x = C_1 e^{\cos t}, y = C_1 t + C_2$; 2) $x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 t + C_2$; 3) $x = C_1 e^{-\cos t}, y = C_1 + C_2 t$.
- XII. Соотношение $\varphi = t^2 + 2xy$, является первым интегралом системы уравнений:
1) $\frac{dx}{dt} = -y, \frac{dy}{dt} = \frac{y^2 - t}{x}$; 2) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x$; 3) $\frac{dx}{dt} = x - y, \frac{dy}{dt} = y - 4x$.
- XIII. Выражение $x = C_1 e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-t} \begin{pmatrix} 2t \\ 2t - 1 \end{pmatrix}$ есть общее решение системы:
1) $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$; 2) $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$;
3) $\frac{dx}{dt} = Ax, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.
- XIV. Решения системы $\frac{dx}{dt} = -x + \alpha y, \frac{dy}{dt} = \alpha x - y$ асимптотически устойчивы, если:
1) $-2 < \alpha < -1$; 2) $1 < \alpha < 2$; 3) $-1 < \alpha < 1$.
- XV. Функция $V(x, y)$ является знакоопределённой:
1) $V(x, y) = x^2 + y^2$; 2) $V(x, y) = (x + y)^2$; 3) $V(x, y) = x^2 - y^2$.
- XVI. Положение равновесия системы уравнений устойчивый узел:
1) $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$; 2) $\frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$; 3) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$.
- XVII. Функция $z = x^3 + y^2 + 1$ есть решения уравнения:
1) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$; 2) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$; 3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$.
- XVIII. Расстояние между двумя соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \pi^2 y = 0$ равно:
1) 2; 2) 1; 3) 0,5.

Тест №3

по дифференциальным уравнениям
для студентов 2 курса МФ

I. Функция $y = Cx + \frac{C}{\sqrt{1+C^2}}$, где $C \in R$, является решением дифференциального уравнения:

$$1) y + xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 2) y - xy' = \frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}; \quad 3) y - xy' = \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y'}$$

II. Интегральные кривые уравнения $xy' = -y$ имеют вид:

$$1) y = Cx; \quad 2) y = C + x; \quad 3) xy = C$$

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

$$1) y = xy' + 1; \quad 2) y = xy' + y^2; \quad 3) yy' = x$$

IV. Решением дифференциального уравнения $y' + y = 2$ являются:

$$1) y = x; \quad 2) y = 2; \quad 3) y = -2$$

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

$$1) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xdy = 0; \quad 2) \sqrt{x^2 - y^2} dx + dy = 0; \quad 3) \sqrt{x^2 - y^2} dx + xydy = 0$$

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

$$1) (y^2 + 1)dx - xdy = 0; \quad 2) (x - y)dx + (x + y)dy = 0; \quad 3) (x - y)dx + (-x + y)dy = 0$$

VII. Функция $\mu(x, y) = \frac{1}{x}$ является интегрирующим множителем уравнения:

$$1) \left(1 + \frac{x}{y}\right) dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right) dy = 0; \quad 2) \left(1 - \frac{x}{y}\right) dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right) dy = 0;$$
$$3) \left(1 - \frac{x}{y}\right) dx + \left(2xy - \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right) dy = 0$$

VIII. Функция линейно зависима:

$$1) 1, x; \quad 2) \sin x, \cos x; \quad 3) \sin^2 x, \cos^2 x$$

IX. Функции $y_1 = e^x, y_2 = e^{-x}$ образуют фундаментальную систему решений однородного линейного уравнения:

$$1) y'' - y = 0; \quad 2) y'' + y = 0; \quad 3) y'' - 4y = 0$$

X. Особая точка (положение равновесия) системы уравнения является седлом:

$$1) \frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y; \quad 2) \frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y; \quad 3) \frac{dx}{dt} = -3x + 2y, \frac{dy}{dt} = x - 4y$$

XI. Сколько особых точек (положений равновесия) имеет система уравнений

$$- \frac{dx}{dt} = x^2 - y^2 - 5, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 13:$$

$$1) 2; \quad 2) 3; \quad 3) 4$$

XII. Функция $V(x, y)$ является знакопостоянной:

$$1) V(x, y) = x^4 + y^4; \quad 2) V(x, y) = (x - y)^2; \quad 3) V(x, y) = x^2 - y^2$$

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + \frac{1}{4}\pi^2 y = 0$ равно:

$$1) 2; \quad 2) 3; \quad 3) 0,5$$

XIV. С помощью функции $V(x, y) = x^2 + y^2$ можно установить неустойчивость тривиального решения системы:

1) $x' = -x, y' = -y$; 2) $x' = -x + 2y, y' = -2x - y$; 3) $x' = x - y, y' = -x + y$.

XV. Особая точка системы $\frac{dx}{dt} = x(x + y - 2), \frac{dy}{dt} = y(1 - x)$ является фокусом:

1) $O_1(0,0)$; 2) $O_2(1,1)$; 3) $O_3(2,0)$.

XVI. Функция $u(x, y) = \ln x + \ln y$ является решением уравнения:

1) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2$; 2) $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 1$; 3) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 1$

Тест №4

по дифференциальным уравнениям
для студентов 2 курса МФ

I. Дифференциальным уравнением семейства кривых $x^2 + y^2 = Cx$, где $C \in R$, является уравнение:

1) $2xyy' = y^2 + x^2$; 2) $2xyy' = y^2 - x^2$; 3) $xyy' = y^2 - x^2$

II. Интегральные кривые уравнения $y' = 2xy$ имеют вид:

1) $ye^{x^2} = C$; 2) $y = Ce^x$; 3) $y = Ce^{x^2}$.

III. Дифференциальное уравнение является линейным:

1) $xy' = y + x$; 2) $xy' = y^2 + x$; 3) $xy' = \sqrt{y}$;

IV. Решением дифференциального уравнения $y' + y = -3$ являются:

1) $y = -x$; 2) $y = 3$; 3) $y = -3$.

V. Дифференциальное уравнение является однородным:

1) $\sqrt{x}dx + (x - y)dy = 0$; 2) $ydx - xdy = 0$; 3) $(y + 1)dx + xdy = 0$.

VI. Уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

1) $(x + y^2)dx - 2xydy = 0$; 2) $dx + xydy = 0$; 3) $(x + 2y)dx + (2x - y)dy = 0$.

VII. Функция $\mu(x, y) = \frac{1}{x^2}$ является интегрирующим множителем дифференциального уравнения:

1) $(x^2 + \sin^2 y)dx + x \sin 2y dy = 0$; 2) $(x^2 - \sin^2 y)dx + x \sin 2y dy = 0$;

3) $(x^2 - \sin^2 y)dx - x \sin 2y dy = 0$.

VIII. Функции линейно зависимые:

1) $4 - x, 2x - 8$; 2) e^x, e^{2x} ; 3) $1, x$.

IX. Функции $y_1 = \cos x, y_2 = \sin x$ образуют фундаментальную систему решений уравнения:

1) $y'' - 2y = 0$; 2) $y'' + 2y = 0$; 3) $y'' + y = 0$.

X. Особая точка (положение равновесия) системы является узлом:

1) $\frac{dx}{dt} = 2y, \frac{dy}{dt} = 2x + 3y$; 2) $\frac{dx}{dt} = x, \frac{dy}{dt} = x + 2y$; 3) $\frac{dx}{dt} = y, \frac{dy}{dt} = -x$.

XI. Сколько особых точек (положение равновесия) имеет система уравнений

$$\frac{dx}{dt} = xy + 4, \frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 17: \quad 1) 3; \quad 2) 1; \quad 3) 4.$$

XII. Функция $V(x, y)$ является знакопеременной:

$$1) V(x, y) = x^4 - y^4; \quad 2) V(x, y) = x^2 + y^2; \quad 3) V(x, y) = (x + y)^2;$$

XIII. Расстояние между соседними нулями любого (не тождественно равного нулю) решения уравнения $y'' + 4\pi^2 y = 0$ равно: 1) 1; 2) 0,5; 3) 2.

XIV. С помощью функции $V(x, y) = x^2 + y^2$ можно установить устойчивость тривиального решения системы:

$$1) x' = x - y, y' = x + y; \quad 2) x' = -x + y, y' = -x + y; \quad 3) x' = -x + y, y' = -x - y.$$

XV. Нулевое решение системы $\frac{dx}{dt} = -x - \alpha y, \frac{dy}{dt} = -\beta x - y$ асимптотически устойчиво, если:

$$1) \alpha\beta = -1; \quad 2) \alpha\beta > -1; \quad 3) \alpha\beta < -1.$$

XVI. Функция $u(x, y) = \ln x + y$ является решением уравнения:

$$1) x \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad 2) x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad 3) x \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 1.$$

7.4. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценка за модуль определяется как сумма баллов за текущую и контрольную работу.

Коэффициент весомости баллов, набранных за текущую и контрольную работу, составляет 0,5/0,5.

Текущая работа включает оценку аудиторной и самостоятельной работы.

Оценка знаний студента на практическом занятии (аудиторная работа) производится по 100-балльной шкале.

Оценка самостоятельной работы студента (написание эссе, подготовка доклада, выполнение домашней контрольной работы и др.) также осуществляется по 100-балльной шкале.

Для определения среднего балла за текущую работу суммируются баллы, полученные за аудиторную и самостоятельную работу, полученная сумма делится на количество полученных оценок.

Итоговый балл за текущую работу определяется как произведение среднего балла за текущую работу и коэффициента весомости.

Если студент пропустил занятие без уважительной причины, то это занятие оценивается в 0 баллов и учитывается при подсчете среднего балла за текущую работу.

Если студент пропустил занятие по уважительной причине, подтвержденной документально, то преподаватель может принять у него отработку и поставить определенное количество баллов за занятие. Если

преподаватель по тем или иным причинам не принимает отработку, то это занятие при делении суммарного балла не учитывается.

Контрольная работа за модуль также оценивается по 100-балльной шкале. Итоговый балл за контрольную работу определяется как произведение баллов за контрольную работу и коэффициента весомости.

Критерии оценок аудиторной работы студентов по 100-балльной шкале:

«0 баллов» - студент не смог ответить ни на один из поставленных вопросов

«10-50 баллов» - обнаружено незнание большей части изучаемого материала, есть слабые знания по некоторым аспектам рассматриваемых вопросов

«51-65 баллов» - неполно раскрыто содержание материала, студент дает ответы на некоторые рассматриваемые вопросы, показывает общее понимание, но допускает ошибки

«66-85 баллов» - студент дает почти полные ответы на поставленные вопросы с небольшими проблемами в изложении. Делает самостоятельные выводы, имеет собственные суждения.

«86-90 баллов» - студент полно раскрыл содержание материала, на все поставленные вопросы готов дать абсолютно полные ответы, дополненные собственными суждениями, выводами. Студент подготовил и отвечает дополнительный материал по рассматриваемым вопросам.

Таблица перевода рейтингового балла в «5»-балльную шкалу

Итоговая сумма баллов по дисциплине по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
0-50	Неудовлетворительно
51-65	Удовлетворительно
66-85	Хорошо
86-100	Отлично

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 30% и промежуточного контроля - 70%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 30 баллов,
- участие на практических занятиях - 40 баллов,
- выполнение домашних работ - 30 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос - 40 баллов,
- письменная контрольная работа - 30 баллов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература

1. А.Н.Тихонов, А.В.Васильев, А.Г.Свешников, Дифференциальные уравнения, 1985.
2. В.В.Степанов, Курс дифференциальных уравнений, 1958.

3. Н.П. Еругин, Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений, 1979
4. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М. Наука. 1984г.
5. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифуравнений.- М: Урсс. 2003.
6. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник для студенческих вузов А.Ф. Филиппов.-изд 2-е, испр.-М.: КомКнига, 2007.-239с.
7. Самойленко А.М. Кривошея С.Я. Перестюк Н.А Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи -М. Высшая школа .1984 г.
8. Немыцкий В.В. Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений.-М. УРСС. 2004

б) Дополнительная литература

9. А.Ф. Филиппов, Сборник задач по дифференциальным уравнениям, 1984.
10. А.М. Самойленко и др., Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи, 1989.
11. А.Р. Эфендиев, Дифференциальные уравнения (пособие), ДГУ, 2002 г.
12. А.Р. Эфендиев, Практикум по дифференциальным уравнениям (пособие), ДГУ, 2001 г.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

- www.alleng.ru/d/math-stud/math-st879.htm
www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_17811
www.bookvoed.ru/book?id=413420
www.mat.net.ua/mat/Kalinkin-chislennie-metodi.htm
www.chemmsu.ru/download/1kurs/matan/demidovich_for_highschool.pdf
www.alleng.ru/d/math/math97.htm

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для самостоятельной работы по курсу в библиотеке ДГУ и в электронных ресурсах Интернета имеется достаточно литературы, как классической, так и современной, в том числе переиздания многих качественных учебников и задачников. В этой связи информационное обеспечение курса достаточное. Рекомендуется материал каждой выслушанной лекции прорабатывать в день ее проведения. При обнаружении непонятных вопросов требуется обращаться к лектору во время консультационного дня или на практическом занятии. Неосвоенный материал будет тормозить дальнейшее восприятие тем, которые основываются на первоначальных лекциях. Курс снабжен большим количеством терминов и символов, которые необходимо заучивать и повторять, чтобы впоследствии свободно владеть ими при выполнении практических заданий. В конце курса проводится тестирование, которое позволит выявить подготовленность студентов и обратить внимание на огрехи в учении. Практические задания позволят студентам закрепить навыки и

знания, полученные во время лекционного и практического курсов по математике.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине "Дифференциальные уравнения » рекомендуется использовать следующие информационные технологии. Во-первых, должны проводиться занятия с компьютерным тестированием, что приучит студентов хорошо ориентироваться с работой на компьютере для выполнения заданий. Во-вторых, демонстрационный материал также будет показан с помощью мультимедийных устройств и интерактивной доски.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Задачники для практических работ.
- Дидактические карточки с заданиями на каждое занятие.
- Доска классическая.
- Доска пластиковая с разноцветными маркерами.
- Мультимедийная установка для демонстрации электронных образовательных ресурсов